



ΘΕΜΑ 1^ο

Α. Αν $\vec{a} = (x_1, y_1)$ και $\vec{b} = (x_2, y_2)$ είναι δύο μη μηδενικά διανύσματα του επιπέδου που σχηματίζουν γωνία θ , τότε αποδείξτε ότι :

$$\cos\theta = \frac{x_1x_2 + y_1y_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2}}$$

(Μονάδες 10)

Β. Έστω δύο σημεία E και E' ενός επιπέδου. Τι ονομάζεται υπερβολή με εστίες τα σημεία E και E' στο συγκεκριμένο επίπεδο ;

(Μονάδες 5)

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν , γράφοντας στην κόλλα σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση:

- Έστω δύο διανύσματα \vec{a} και \vec{b} τέτοια ώστε : $\vec{a} \updownarrow \vec{b}$. Τότε ισχύει $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$
- Η εξίσωση της εφαπτομένης της παραβολής $y^2 = 2px$ στο σημείο $A(x_1, y_1)$ είναι $yy_1 = px_1$
- Η εξίσωση $x^2 + y^2 + Ax + By + \Gamma = 0$ με $A^2 + B^2 - 4\Gamma > 0$ παριστάνει κύκλο κέντρου $K(-\frac{A}{2}, -\frac{B}{2})$
- Κάθε εξίσωση της μορφής $Ax + By + \Gamma = 0$, για οποιαδήποτε A, B παριστάνει ευθεία γραμμή.
- Η εξίσωση της εφαπτομένης του κύκλου $x^2 + y^2 = p^2$ στο σημείο $A(x_1, y_1)$ είναι $xx_1 + yy_1 - p^2 = 0$

(Μονάδες 2χ5=10)

ΘΕΜΑ 2^ο

Έστω τρίγωνο με κορυφές τα σημεία $A(-1,0)$, $B(3,2)$ και $\Gamma(-3,4)$.

- A. Βρείτε το μήκος της πλευράς ΒΓ (Μονάδες 5)
- B. Βρείτε την εξίσωση της πλευράς ΒΓ (Μονάδες 5)
- Γ. Βρείτε την εξίσωση του ύψους ΑΔ (Μονάδες 7)
- Δ. Βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ. (Μονάδες 8)

ΘΕΜΑ 3^ο

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha} = (1, \sqrt{3})$ και $\vec{\beta} = (2, \sqrt{5})$ με $(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = 60^\circ$.

- A. Υπολογίσετε τα μέτρα των διανυσμάτων αυτών $|\vec{\alpha}|$ και $|\vec{\beta}|$ (Μονάδες 5)
- B. Υπολογίσετε το εσωτερικό γινόμενο των διανυσμάτων $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}$ (Μονάδες 5)
- Γ. Αν $\vec{u} = 3\vec{\alpha} - \vec{\beta}$ και $\vec{v} = \lambda\vec{\alpha} + 2\vec{\beta}$ βρείτε το λ ώστε τα διανύσματα \vec{u} και \vec{v} να είναι κάθετα. (Μονάδες 8)
- Δ. Γι' αυτό το λ που βρήκατε, υπολογίστε τα μέτρα των \vec{u} και \vec{v} , $|\vec{u}|$ και $|\vec{v}|$ αντίστοιχα. (Μονάδες 7)

ΘΕΜΑ 4^ο

Δίνεται η εξίσωση $x^2 + y^2 - 6x + 4y + \lambda = 0$ (1), $\lambda \in \mathbb{R}$.

- A. Βρείτε τις τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ ώστε η εξίσωση (1) να παριστάνει κύκλο c . (Μονάδες 6)
- B. Υπολογίσετε τη τιμή του λ για την οποία ο κύκλος c έχει ακτίνα $\rho=1$. (Μονάδες 5)

Γ. Για $\lambda=12$

1) Αποδείξτε ότι το σημείο $M(4,2)$ είναι εξωτερικό του κύκλου c .

(Μονάδες 6)

2) Βρείτε τις εξισώσεις των εφαπτόμενων του κύκλου c που διέρχονται από το σημείο M .

(Μονάδες 8)

Καλή Εμπειρία !

Άγιος Ευστράτιος, 13/05/2011

Ο ΕΙΣΗΓΗΤΗΣ

Η ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ