

**ΘΕΜΑΤΑ ΓΡΑΠΤΩΝ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ
ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**

ΘΕΜΑ 1^ο :

A. Δώστε τον ορισμό της έλλειψης με εστίες E και E' .

ΜΟΝΑΔΕΣ 4

B. Έστω ότι $\vec{a} = (x_1, y_1)$ και $\vec{\beta} = (x_2, y_2)$

Να αποδείξετε ότι $\vec{a} \cdot \vec{\beta} = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2$

ΜΟΝΑΔΕΣ 13

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν , σημειώνοντας στο τετράδιό σας το γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση και δίπλα τη λέξη Σωστό ή Λάθος , αν η πρόταση είναι αντίστοιχα σωστή ή λανθασμένη .

α. Αν λ_1, λ_2 είναι οι συντελεστές διεύθυνσης των διανυσμάτων \vec{a} και $\vec{\beta}$ αντίστοιχα τότε

$$\vec{a} \perp \vec{\beta} \Leftrightarrow \lambda_1 = \lambda_2 .$$

β. Αν $\vec{a} = (x_1, y_1)$ και $\vec{\beta} = (x_2, y_2)$ είναι δύο μη μηδενικά διανύσματα του επιπέδου που

σηματίζουν γωνία θ , τότε $\cos \theta = \frac{x_1 \cdot y_1 + x_2 \cdot y_2}{\sqrt{x_2^2 + y_2^2} \cdot \sqrt{x_1^2 + y_1^2}}$.

γ. Δίνονται τα σημεία A (x_1, y_1) και B (x_2, y_2) οι συντεταγμένες του μέσου του \overline{AB} είναι το σημείο M $\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$.

δ. Η ευθεία που διέρχεται από το σημείο A (x_0, y_0) και έχει συντελεστή διεύθυνσεων λ έχει εξίσωση $y - y_0 = \lambda(x - x_0)$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 8

ΘΕΜΑ 2^ο :

Δίνονται οι ευθείες $\varepsilon_1 : ax - 2y - 4 = 0$, $\varepsilon_2 : x - 2y + \beta = 0$.

I) Να βρείτε τις τιμές των $a, \beta \in \mathbb{R}$, ώστε $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2$ και η απόσταση αυτών να είναι $d = \frac{2}{\sqrt{5}}$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 15

Π) Να βρείτε την εξίσωση της μεσοπαράλληλης των ευθειών $\eta_1 : x - 2y - 2 = 0$ και $\eta_2 : x - 2y - 6 = 0$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 10

ΘΕΜΑ 3^ο :

Δίνεται τρίγωνο OAB με $|\overline{OA}| = 1$, $|\overline{OB}| = 2$ και $\widehat{(OA, OB)} = \frac{2\pi}{3}$.

Αν η OM είναι διάμεσος αυτού του τριγώνου, τότε

I) Να υπολογίσετε τη διάμεσο \overline{OM} συναρτήσει των \overline{OA} και \overline{OB} και στη συνέχεια να βρείτε το μέτρο της διαμέσου \overline{OM} .

ΜΟΝΑΔΕΣ 3 + 5 = 8

II) Να αποδείξετε ότι $\overline{OM} \perp \overline{OA}$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 8

III) Να υπολογίσετε το $\text{syn}(\overline{MO}, \overline{MA})$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 9

ΘΕΜΑ 4^ο :

Δίνεται η εξίσωση : $x^2 + y^2 - 4\lambda x + 2\lambda y - 5 = 0$, $\lambda \in R$ (1)

I) Να αποδείξετε ότι η παραπάνω εξίσωση παριστάνει κύκλο για κάθε $\lambda \in R$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 7

II) Να αποδείξετε ότι όλοι οι κύκλοι που ορίζονται από την (1) διέρχονται από δύο σταθερά σημεία.

ΜΟΝΑΔΕΣ 9

III) Να βρείτε την κοινή χορδή όλων των κύκλων που ορίζονται από την (1).

ΜΟΝΑΔΕΣ 9

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΠΟΛΙΧΝΙΤΟΣ 24/05/2011

Η ΔΙΕΥΘΥΝΤΡΙΑ

Ο ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ