5ο ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΜΥΤΙΛΗΝΗΣ

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

Β΄ ΤΑΞΗΣ ΛΥΚΕΙΟΥ ΠΕΡΙΟΔΟΥ: **ΜΑΙΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2011**
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ : **Μαθηματικά Θ.-Τ. Κατεύθυνσης**

Τρίτη 24 ΜΑΪΟΥ 2011

Εισηγητές:

ΘΕΜΑΤΑ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ

Θέμα 1ο

Α. Αν λ_1 , λ_2 είναι αντίστοιχα οι συντελεστές διεύθυνσης των διανυσμάτων $\vec{\alpha} = (x_1 , y_1)$ και $\vec{\beta} = (x_2 , y_2)$

Να αποδείξετε ότι $\vec{\alpha} // \vec{\beta} \Leftrightarrow \lambda_1 = \lambda_2$ **(Μ. 15)**

Β. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας τη λέξη ***Σωστό*** ή ***Λάθος*** δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

1. Αν $\det(\vec{\alpha} , \vec{\beta}) = 0$ τότε $\vec{\alpha} \perp \vec{\beta}$
2. Η εκκεντρότητα της έλλειψης έχει τιμή μεγαλύτερη του 1.
3. Η ευθεία με εξίσωση $Ax + By + \Gamma = 0$ είναι κάθετη στο διάνυσμα $\vec{n} = (A, B)$.
4. Η εφαπτομένη της παραβολής $x^2 = 2py$ στο σημείο της (x_1 , y_1) έχει εξίσωση $yy_1 = p(x + x_1)$
5. Για τα μοναδιαία διανύσματα $\vec{i}$, $\vec{j}$ ισχύει : $\vec{i} \cdot \vec{j} = -1$ **(Μ. 2 x 5 = 10)**

Θέμα 2ο

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ με $|\vec{\alpha}| = 1$, $|\vec{\beta}| = 2$ και $|3\vec{\alpha} + \vec{\beta}| = |\vec{\alpha} - \vec{\beta}|$

α. Να δείξετε ότι $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = -1$ **(Μ.9)**

β. Να υπολογίσετε την γωνία θ = $\left(\widehat{\vec{\alpha}, \vec{\beta}}\right)$ **(Μ.3)**

γ. Αν είναι γνωστό ότι $(\vec{x} + 2\vec{\alpha}) // \vec{\beta}$ και $(\vec{x} + \vec{\beta}) \perp \vec{\alpha}$ να αποδείξετε ότι $\vec{x} = -2\vec{\alpha} - 3\vec{\beta}$ **(Μ.7)**

δ. Να βρείτε το $|\vec{x}|$. **(Μ.6)**

Θέμα 3ο

Δίνεται η εξίσωση C_λ: $x^2 + y^2 - \lambda^2 x - 4\lambda y + 4\lambda^2 - 1 = 0$

α. Να αποδείξετε ότι η C_λ παριστάνει κύκλο του οποίου να βρεθεί το κέντρο και η ακτίνα. **(Μ.10)**

β. Να αποδείξετε ότι καθώς το λ μεταβάλλεται τα κέντρα των παραπάνω κύκλων κινούνται στην παραβολή $y^2 = 8x$. **(Μ.8)**

γ. Να αποδείξετε ότι η ευθεία $x - y = -2$ εφάπτεται στην παραπάνω παραβολή. **(Μ.7)**

<u>Θέμα 4^{ο}</u>

Έστω **μ** θετικός ακέραιος.

α. Να δείξετε ότι η γραμμή του επιπέδου που ανήκουν τα σημεία Μ(x,y) με την ιδιότητα: **το άθροισμα των αποστάσεων τους από τα σημεία Κ(-μ , 0) , Λ(μ , 0) να είναι ίσο με 4,** έχει εξίσωση :

(c) : $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$. **(Μ.6)**

β. Να βρείτε κάθε σημείο Ρ της παραπάνω γραμμής (c) ώστε το εμβαδό του τριγώνου ΡΚΛ με Κ(-1 , 0) , Λ(1 , 0) να είναι ίσο με $\frac{3}{4}$. **(Μ.10)**

γ. Έστω Μ(x_1 , y_1) σημείο της (c) . Να δείξετε ότι τα διανύσματα $\vec{\alpha} = -\frac{y_1}{3}\vec{i}+\frac{x_1}{4}\vec{j}$ και $\vec{\beta}=\frac{x_1}{4}\vec{i}+\frac{y_1}{3}\vec{j}$, είναι το μεν πρώτο παράλληλο το δε δεύτερο κάθετο στην εφαπτομένη στο σημείο Μ της (c). **(Μ.9)**

Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ