

**ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ' ΤΑΞΗΣ
ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ ΜΥΤΙΛΗΝΗΣ
ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΤΕΧΝ/ΚΗΣ ΚΑΤ/ΝΣΗΣ**

ΘΕΜΑ 1ο

A.1. Να αποδειχθεί ότι αν μια συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη σ' ένα σημείο x_0 , τότε είναι και συνεχής στο σημείο αυτό.

Μονάδες 10

A.2. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας την ένδειξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α. Για κάθε μιγαδικό αριθμό z ισχύει: $|z|^2 = z \bar{z}$

Μονάδες 2

β. Αν μια συνάρτηση f είναι συνεχής σε ένα διάστημα Δ και δε μηδενίζεται σ' αυτό, τότε αυτή ή είναι θετική για κάθε $x \in \Delta$ ή

είναι αρνητική για κάθε $x \in \Delta$, δηλαδή διατηρεί πρόσημο στο

διάστημα Δ .

Μονάδες 2

γ. Αν υπάρχει το όριο της συνάρτησης f στο x_0 και $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -\infty$, τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} |f(x)| = -\infty$.

Μονάδες 2

δ. Έστω η συνάρτηση $f(x) = \eta\mu x$. Τότε ισχύει $f'(x) = -\sigma\upsilon\nu x$.

Μονάδες 2

ε. Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) > 0$, τότε $f(x) > 0$ κοντά στο x_0 .

Μονάδες 2

A.3. Αν η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη σ' ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της, να γραφεί η εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της f στο σημείο $A(x_0, f(x_0))$.

Μονάδα 5

ΘΕΜΑ 2ο

Δίνονται οι μιγαδικοί z και w για τους οποίους ισχύει: $w = \frac{1}{z} + \frac{1}{z}$ με $z \neq 0$

i) Να αποδείξετε ότι ο w είναι πραγματικός

Μονάδες 12

ii) Να βρείτε τον γεωμετρικό τόπο των εικόνων των z αν ο $w=2$.

Μονάδες 13

ΘΕΜΑ 3ο

Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με $f(x) = 4x^3 + 12\lambda x^2 + (\lambda - 1)x$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$, όπου $\lambda \in \mathbb{R}$, η οποία παρουσιάζει στο σημείο $x_0 = -1$ καμπή.

i) Να αποδείξετε ότι $\lambda = 1$

Μονάδες 8

ii) Να μελετηθεί ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα

Μονάδες 9

iii) Να βρείτε τα διαστήματα στα οποία η συνάρτηση είναι κυρτή ή κοίλη.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 4ο

Αν f συνάρτηση για την οποία ισχύει $xf(x) - x^4 + \eta\mu(ax) = x^2 \eta\mu\left(\frac{1}{x}\right)$ για κάθε $x \in \mathbb{R}^*$ και $f(0) = -a \neq 0$,

i) Να αποδείξετε ότι η f είναι συνεχής στο 0

Μονάδες 9

ιι) Να υπολογίσετε τα $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ και $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

Μονάδες 8

ιιι) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση $f(x)=0$ έχει μία τουλάχιστον ρίζα στο \mathbb{R}

Μονάδες 8

Μυτιλήνη 24/5/2011

Η Διευθύντρια

Η καθηγήτρια