

ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΙΟΥ 2011 ΤΗΣ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ ΣΤΑ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΘΕΜΑ 1°

A. ΘΕΩΡΙΑ. Αν $\vec{a} = (x_1, \psi_1)$ και $\vec{b} = (x_2, \psi_2)$ δύο μη μηδενικά διανυσματα που έχουν χωρίς θέση, αποδειξτε ότι

$$\text{συνδ} = \frac{x_1 x_2 + \psi_1 \psi_2}{\sqrt{x_1^2 + \psi_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + \psi_2^2}} \quad (\text{M 13})$$

B. Οι ακόλουθες προτάσεις είναι "ΣΩΣΤΕΣ" ή "ΛΑΘΟΣ";

B1. Αν $\vec{b} \neq \vec{0}$ τότε: $\vec{a} \parallel \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} = \lambda \cdot \vec{b}, \lambda \in \mathbb{R}$ (M 3)

B2. $| |\vec{a}| - |\vec{b}| | < |\vec{a} + \vec{b}| < |\vec{a}| + |\vec{b}|$ (M 3)

B3. Οι συντεταγμένες (x, ψ) του διανυσμάτος με αύρια τα σημεία $A(x_1, \psi_1)$ και $B(x_2, \psi_2)$ δίνονται από τις σχέσεις $x = x_1 + x_2$ και $\psi = \psi_1 + \psi_2$ (M 3)

B4. Η απόσταση των $A(x_1, \psi_1)$ και $B(x_2, \psi_2)$ 160ύπται με $(AB)^2 = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (\psi_2 - \psi_1)^2}$ (M 3)

ΘΕΜΑ 2°

Έστω (E) η ευθεία που είναι κάθετη στην ευθεία $\psi = -\frac{\sqrt{3}}{3}x$, που απέχει από την αρχή $O(0,0)$ την απόσταση ιση με 1,

2.1 Βρείτε την εγγεγένη διεύθυνση της (E) (M 3)

2.2 Βρείτε την εξίσωση της (E) (M 10)

2.3 Δείξτε ότι η μεσοκάθετος της ευδιγράφηκον εμβολίου BT που έχει ως άκρα τα $B(1,2)$ και $T(3,4)$ απέχει από το O περισσότερο από έξι η (E) (M 12)

ΘΕΜΑ 3°

Δίνονται οι κύκλοι $C_1 : x^2 - 2x + \psi^2 - 3 = 0$ και $C_2 : x^2 - 4x + \psi^2 - 2\psi + 1 = 0$

3.1 Βρείτε τα κέντρα τους K_1, K_2 αντιστοιχα και τις ακτίνες τους R_1, R_2 αντιστοιχα. (M 9)

3.2 Υπολογίστε την διάκεντρη τους K_1, K_2 και δείξτε ότι το K_2 είναι εσωτερικό σημείο του C_1 (M 9)

3.3 Αν $\Delta(0,2)$, υπολογίστε το εμβαδόν των τρίγωνου $K_1 K_2 \Delta$. (M 7)

ΘΕΜΑ 4°

Δίνεται η παραβολή $C_3 : \psi^2 = 8x$

4.1 Βρείτε την εστία E , την κορυφή K και την διευθετούσα (δ) (M 5)

4.2 Βρείτε την εξίσωση της έξτεψης C_4 εκείνης που έχει ως μία εστία την E την C_3 , ως δεύτερη εστία το συμμετρικό σημείο της E ως προς την αρχή των αξόνων και $a = 4$ (M 5)

4.3 Βρείτε τα κοινά σημεία των C_3 και C_4 (M 5)

4.4 Δείξτε ότι η εφαγκόφερη της C_4 στο κοινό της σημείο με την C_3 εκείνη που έχει δετική τεταγμένη εξισώση: $3x + 4\sqrt{6}\psi - 36 = 0$. (M 10)

O Διεύθυντης

Μαρτίνη, 24-5-11

O Εισηγητης