



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
ΥΠ.Ε.Π.Θ.

ΠΕΡ/ΚΗ Δ/ΝΣΗ Π & Δ ΕΚΠ/ΣΗΣ Β. ΑΙΓΑΙΟΥ
Δ/ΝΣΗ Β/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ Ν. ΛΕΣΒΟΥ

4^ο ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΜΥΤΙΛΗΝΗΣ
ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΪΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2011
ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ
ΤΑΞΗ : Β ΛΥΚΕΙΟΥ
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : 24 / 05 / 2011
ΕΞΕΤΑΣΤΗΣ :

ΘΕΜΑ 1

- Α. Να αποδείξετε ότι η εφαπτόμενη του κύκλου $\chi^2 + \psi^2 = \rho^2$ στο σημείο του $A(\chi_1, \psi_1)$ έχει εξίσωση $\chi\chi_1 + \psi\psi_1 = \rho^2$ (Μ. 10)
- Β. Τι ονομάζουμε εσωτερικό γινόμενο δυο μη μηδενικών διανυσμάτων $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ και πως το συμβολίζουμε. Αν $\vec{\alpha} = \vec{0}$ ή $\vec{\beta} = \vec{0}$ τότε πως ορίζεται το εσωτερικό γινόμενο αυτών των διανυσμάτων (Μ. 5)
- Γ. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση
1. Ως συντελεστή διεύθυνσης ή ως κλίση μιας ευθείας ε ορίζουμε την εφαπτομένη της γωνίας ω που σχηματίζει η ε με τον άξονα $\chi' \chi$.
 2. Η εξίσωση $A\chi + B\psi + \Gamma = 0$ είναι πάντα εξίσωση ευθείας
 3. Στο ορθογώνιο σύστημα αξόνων $O\chi\psi$ η παραβολή $\psi^2 = 2\rho\chi$ έχει εστία $E(\frac{\rho}{2}, 0)$
 4. Η εκκεντρότητα ε της έλλειψης είναι μεγαλύτερη της μονάδας
 5. Οι ασύμπτωτες της υπερβολής $\frac{\chi^2}{\beta^2} - \frac{\psi^2}{\alpha^2} = 1$ είναι οι ευθείες $\psi = \frac{\beta}{\alpha}\chi$
και $\psi = -\frac{\beta}{\alpha}\chi$ (Μ. 2χ5=10)

ΘΕΜΑ 2

Για τα διανύσματα $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$ δίνεται $|\vec{\alpha}| = 6$, $|\vec{\beta}| = 3$ και $(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = \frac{\pi}{3}$.

Αν $\vec{\gamma} = \vec{\alpha} - 2\vec{\beta}$ να υπολογίσετε :

1. Το εσωτερικό γινόμενο $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}$ (Μ. 5)
2. Το μέτρο $|\vec{\gamma}|$ του διανύσματος $\vec{\gamma}$ (Μ. 7)

3. Το εσωτερικό γινόμενο $\vec{\alpha} \cdot \vec{\gamma}$ (Μ. 7)

4. την γωνία των διανυσμάτων $(\vec{\alpha}, \vec{\gamma})$ (Μ. 6)

ΘΕΜΑ 3

Δίνεται η εξίσωση $\varepsilon: \lambda\chi + (\lambda+1)\psi + \lambda + 2 = 0, \lambda \in \mathbb{R}$

1. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση ε παριστάνει ευθεία για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$
(Μ. 7)

2. Να αποδείξετε ότι η ευθεία ε διέρχεται από ένα σταθερό σημείο A ,
καθώς το λ μεταβάλλεται στο \mathbb{R} (Μ. 9)

3. Θεωρούμε την ευθεία που ορίζεται για $\lambda=2$. Να δειχτεί ότι η ευθεία
αυτή εφάπτεται του κύκλου $C: \chi^2 + (\psi-3)^2 = 13$ (Μ. 9)

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται η εξίσωση $C: \chi^2 + \psi^2 = 2(\eta\mu\theta)\chi + 2(\sigma\upsilon\nu\theta)\psi, 0 \leq \theta < 2\pi$

1. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση C παριστάνει κύκλο για κάθε θ όταν

$$0 \leq \theta < 2\pi \quad (\text{ Μ. 7 })$$

2. Να βρείτε το κέντρο K και την ακτίνα R του κύκλου C (Μ. 6)

3. Για τις διάφορες τιμές του θ να αποδείξετε ότι ο γεωμετρικός

τόπος των κέντρων των παραπάνω κύκλων είναι ο μοναδιαίος

κύκλος (Μ. 8)

4. Να βρεθεί η εξίσωση του κύκλου στον οποίο εφάπτονται εσωτερικά

όλοι οι κύκλοι του ερωτήματος (1) (Μ. 4)