

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΠΕΡΙΟΔΟΥ : ΜΑΙΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ 2011
ΣΤΟ ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ
ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ
ΕΙΣΗΓΗΤΗΣ :

ΘΕΜΑ 1

Α) Αν $\vec{\alpha} = (x_1, y_1)$ και $\vec{\beta} = (x_2, y_2)$ δύο διανύσματα με συντελεστές διεύθυνσης λ_1, λ_2 , να δείξετε την ισοδυναμία:

$$\vec{\alpha} // \vec{\beta} \Leftrightarrow \lambda_1 = \lambda_2$$

(Μονάδες 10)

Β) Να δοθεί ο ορισμός της έλλειψης με εστίες τα σημεία E', E .

(Μονάδες 5)

Γ) Να σημειώσετε στην κόλλα σας το γράμμα της κάθε πρότασης και δίπλα την λέξη “Σωστό” ή “Λάθος”.

α) Το εσωτερικό γινόμενο των διανυσμάτων $\vec{\alpha} = (x_1, y_1)$ και

$$\vec{\beta} = (x_2, y_2) \text{ είναι: } \vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = x_1 y_1 + x_2 y_2$$

β) Αν θ η γωνία των διανυσμάτων $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ θα ισχύει:

$$\cos \theta = \frac{\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}}{|\vec{\alpha}| \cdot |\vec{\beta}|}$$

γ) Ο συντελεστής διεύθυνσης λ της ευθείας που διέρχεται από τα σημεία $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ με $x_1 \neq x_2$ είναι: $\lambda = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

δ) Το εμβαδόν τριγώνου $AB\Gamma$ δίνεται απ' τον τύπο:

$$(AB\Gamma) = \frac{1}{2} \det(\vec{AB}, \vec{A\Gamma})$$

ε) Η εξίσωση της εφαπτομένης της παραβολής $y^2 = 2px$ στο σημείο της $M_1(x_1, y_1)$ είναι: $yy_1 = p(x+x_1)$.

(Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ 2

Ευθεία (ε) διέρχεται από το σημείο A(2,1) και σχηματίζει με τον άξονα x'x γωνία $\omega = 135^\circ$

α) Δείξτε ότι η ευθεία (ε) έχει εξίσωση $x+y-3=0$

(Μονάδες 10)

β) Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από την αρχή των αξόνων και είναι κάθετη στην ευθεία (ε).

(Μονάδες 8)

γ) Να βρεθεί η απόσταση της αρχής των αξόνων από την ευθεία (ε).

(Μονάδες 7)

ΘΕΜΑ 3

Δίνεται η εξίσωση $x^2+y^2-4x-4y+6=0$ (1)

α) Δείξτε ότι η (1) παριστάνει εξίσωση κύκλου με κέντρο το σημείο

K(2,2) και ακτίνα $\rho = \sqrt{2}$

(Μονάδες 8)

β) Να βρεθεί η εξίσωση της εφαπτομένης του κύκλου στο σημείο του A(1,1)

(Μονάδες 10)

γ) Να βρεθούν τα σημεία τομής του κύκλου με την ευθεία $y=x$

(Μονάδες 7)

ΘΕΜΑ 4

Δίνονται τα σημεία A(y-1,1) και B(y+1,-4x+1) με $x,y \in \mathbb{R}$.

α) Δείξτε ότι ο γεωμετρικός τόπος των σημείων M(x,y) για τα οποία

ισχύει $\overline{OA} \perp \overline{OB}$ όπου O η αρχή των αξόνων, είναι η παραβολή με εξίσωση $y^2=4x$, της οποίας να βρείτε την εστία και την εξίσωση της διευθετούσας.

(Μονάδες 13)

β) Για $x=1$ και $y=2$ να βρεθεί η εξίσωση του κύκλου που διέρχεται από τα σημεία O, A, B .

(Μονάδες 12)

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

Η διευθύντρια

Ο εισηγητής