

ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΙΟΥ-ΙΟΥΝΙΟΥ**ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ****ΤΑΞΗ: Β' ΛΥΚΕΙΟΥ****ΘΕΜΑ: 1**

A. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{a} = (x_1, \psi_1)$, $\vec{\beta} = (x_2, \psi_2)$, $\vec{\gamma} = (x_3, \psi_3)$. Να αποδείξετε ότι:

$$\vec{a} \cdot (\vec{\beta} + \vec{\gamma}) = \vec{a} \cdot \vec{\beta} + \vec{a} \cdot \vec{\gamma} \quad (\text{μονάδες } 10)$$

B. Να δώσετε τον ορισμό της έλλειψης. (μονάδες 5)

Γ. Να χαρακτηρίσετε με Σ (σωστό) ή Λ (λάθος) του παρακάτω ισχυρισμούς:

1. Η γενική μορφή εξίσωσης ευθείας είναι: $Ax + By + \Gamma = 0$ με $A \neq 0$ ή $B \neq 0$.
2. Η εξίσωση $x^2 + y^2 + Ax + By + \Gamma = 0$ παριστάνει κύκλο αν : $A^2 + B^2 - 4\Gamma > 0$.
3. Η εφαπτομένη στον κύκλο : $x^2 + y^2 = r^2$ στο σημείο του (x_1, y_1) είναι: $xx_1 + yy_1 = r^2$.
4. Η εξίσωση της ευθείας με συντελεστή διεύθυνσης λ , που διέρχεται από την αρχή των αξόνων είναι: $y = \lambda x + \beta$, με $\beta \neq 0$
5. Η εξίσωση της παραβολής με εστία $E(\frac{p}{2}, 0)$ και διευθετούσα $\delta: x = -\frac{p}{2}$ είναι $y^2 = 4px$ (μονάδες $2 \cdot 5 = 10$)

ΘΕΜΑ:2

Δίνονται τα σημεία $A(3,8)$ και $B(-7,2)$.

A) Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το μέσο του AB και είναι παράλληλη στην ευθεία $(\epsilon): 2x + \psi - 2011 = 0$ (μον.15)

B) Να υπολογιστεί η απόσταση $d(O, \epsilon)$ όπου O η αρχή των αξόνων.

(μον.10)

ΘΕΜΑ:3

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{a}, \vec{\beta}$, με $|\vec{a}|=1, |\vec{\beta}|=2$, και $(\vec{a}, \vec{\beta}) = \frac{\pi}{3}$.

Έστω $\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{\beta}, \vec{v} = \vec{a} - 2\vec{\beta}$. Να υπολογίσετε:

A) το εσωτερικό γινόμενο $\vec{a} \cdot \vec{\beta}$ (μον.5)

B) τα **μέτρα** των διανυσμάτων: \vec{u}, \vec{v} (μον.8)

Γ) το εσωτερικό γινόμενο $\vec{u} \cdot \vec{v}$ (μον.7)

Δ) το συνημίτονο της γωνίας των διανυσμάτων \vec{u}, \vec{v} (μον.5)

ΘΕΜΑ:4

1) Να δειχθεί ότι η εξίσωση C: $x^2 + y^2 - 6x + 4y + 12 = 0$ είναι κύκλος και να βρεθεί το κέντρο και η ακτίνα του. (μον.10)

2) Να δειχθεί ότι οι ευθείες $\epsilon_1: y = x - 4$ και $\epsilon_2: 3x + 2y - 7 = 0$ τέμνονται σε σημείο του προηγούμενου κύκλου. (μον.8)

3) Να βρεθούν οι εφαπτόμενες στον κύκλο C που είναι παράλληλες στην ευθεία ϵ_1 . (μον.7)

Ο διευθυντής

Ο καθηγητής