

ΕΙΣΗΓΗΣΕΙΣ ΜΑΙΟΥ 2011 ΤΗΣ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ ΣΤΑ
 ——— ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ ———

ΘΕΜΑ 1°

- A. Αν οι συναρτήσεις f, g είναι παραγωγίσιμες στο x_0 , τότε η συνάρτηση $f+g$ είναι παραγωγίσιμη στο x_0 και ισχύει $(f+g)'(x_0) = f'(x_0) + g'(x_0)$ M13
- B. Χαρακτηρίστε τις ακόλουθες προτάσεις με "Σ" αν είναι σωστές και με "Λ" αν είναι λανθασμένες:
- B1. Αν οι συναρτήσεις f, g είναι παραγωγίσιμες στο x_0 , τότε η συνάρτηση $f \cdot g$ είναι παραγωγίσιμη στο x_0 και $(f \cdot g)'(x_0) = f'(x_0) \cdot g'(x_0)$ M3
- B2. Αν υπάρχει το $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) > 0$, τότε $f(x) > 0$ κοντά στο x_0 . M3
- B3. Ισχύει: $\int_a^b f(x) \cdot g'(x) dx = [f(x) \cdot g(x)]_a^b - \int_a^b f'(x) \cdot g(x) dx$, όπου f', g' συνεχείς συναρτήσεις στο $[a, b]$ M3
- B4. Αν υπάρχει το $\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) + g(x))$, τότε κατ'ανάγκην θα υπάρχουν τα $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ και $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$ M3

ΘΕΜΑ 2°

- Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο $f(x) = x^2 \ln x$
- A. Βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f M3
- B. Μελετήστε την μονοτονία της f . M8
- Γ. Βρείτε τα ακρότατα της f M7
- Δ. Βρείτε την κυρτότητα και τα σημεία καμπής της f M7

ΘΕΜΑ 3°

- Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο $f(x) = e^{3x}$
- A. Δείξτε ότι η f είναι γνησίως αύξουσα M5
- B. Αν (E) είναι η εφαπτομένη της C_f που περνάει από την αρχή των αξόνων βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου επαφής M . M7
- Γ. Βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης (E) M7
- Δ. Δείξτε ότι το εμβαδόν E του χωρίου που περικλείεται μεταξύ της C_f , της (E) και του άξονα yy' είναι $E = \frac{e-2}{6}$ M6

ΘΕΜΑ 4°

- Έστω συνάρτηση f για την οποία, για κάθε $x \in [0, 1]$ ισχύει $0 < f(x) < 1$ και $f'(x) \neq 1$.
- A. Δείξτε ότι υπάρχει τουλάχιστον ένα $x_0 \in (0, 1)$ ώστε $f(x_0) = x_0$ M13
- B. Δείξτε ότι το x_0 είναι μοναδικό. M12