

**ΓΡΑΠΤΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ**

**ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:  
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ**

Τάξη: Δ' Λυκείου

Εισηγητής:

Εξεταστική περίοδος: Μάιος – Ιούνιος 2010

Μυτιλήνη, 26 Μαΐου 2010

**ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>**

**A. 1.** Αν  $z_1 = \alpha + \beta i$  και  $z_2 = \gamma + \delta i$  είναι δύο μιγαδικοί αριθμοί, να αποδείξετε ότι:  
 $|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|$

**Μονάδες 10**

**2.** Να διατυπώσετε το θεώρημα Μέσης Τιμής Διαφορικού Λογισμού (Θ.Μ.Τ.)

**Μονάδες 5**

**B.** Για καθεμιά από τις επόμενες προτάσεις να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της και ακριβώς δίπλα την ένδειξη **Σ**, αν η πρόταση είναι **Σωστή**, ή **Λ**, αν αυτή είναι **Λανθασμένη**.

**1.** Αν  $z$  μιγαδικός αριθμός, τότε ισχύει:  $|z| = z \cdot \bar{z}$ .

**Μονάδες 2**

**2.** Αν  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) > 0$ , τότε  $f(x) < 0$  κοντά στο  $x_0$ .

**Μονάδες 2**

**3.** Για την πολυωνυμική συνάρτηση  $P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_0$ , με  $a_n \neq 0$ , ισχύει:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} P(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (a_n x^n)$  και  $\lim_{x \rightarrow -\infty} P(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (a_n x^n)$ .

**Μονάδες 2**

**4.** Για κάθε  $x \neq 0$  ισχύει:  $(\sqrt{x})' = \frac{1}{\sqrt{x}}$ .

**Μονάδες 2**

**5.** Αν μια συνάρτηση  $f$  παρουσιάζει τοπικό ακρότατο σε ένα σημείο  $x_0$ , εσωτερικό του πεδίου ορισμού της, και είναι παραγωγίσιμη στο σημείο αυτό, τότε:  $f'(x_0) = 0$ .

**Μονάδες 2**

**ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>**

**α.** Να βρείτε τους  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$  ώστε η εξίσωση  $z^2 + 2z + 3 = \alpha z + \beta$  (1), να έχει ρίζα τον  $z_1 = 1 - 2i$ .

**Μονάδες 15**

**β.** Αν  $z_2$  είναι η άλλη ρίζα της εξίσωσης (1) του ερωτήματος **α**, τότε να υπολογισθεί η τιμή της παράστασης  $A = |z_2|^2 - 8|z_1 \cdot z_2| + 4\sqrt{5}|z_1| + i^{2010}$ .

**ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup>**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \begin{cases} x^3 + x + 1 & , x \leq 1 \\ ax + \beta & , x > 1 \end{cases}$

- α.** Να βρείτε τα  $a, \beta$  ώστε η συνάρτηση  $f$  να είναι παραγωγίσιμη στο  $x_0 = 1$  **Μονάδες 15**
- β.** Να αποδείξετε ότι η εξίσωση  $f(x) = 0$  έχει μοναδική ρίζα στο διάστημα  $(-1, 1)$  **Μονάδες 10**

**ΘΕΜΑ 4<sup>ο</sup>**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \frac{x^2 + 3}{x - 1}$

- α.** Να αποδείξετε ότι η ευθεία  $y = x + 1$  είναι πλάγια ασύμπτωτη της γραφικής παράστασης της συνάρτησης  $f$  στο  $+\infty$  **Μονάδες 15**
- β.** Να βρείτε τα τοπικά ακρότατα της  $f$  **Μονάδες 10**

Ο Διευθυντής

Ο καθηγητής

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!**