

**ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Α΄ ΤΑΞΗΣ  
ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΙΟΥ- ΙΟΥΝΙΟΥ 2009  
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ ΑΛΓΕΒΡΑ**

**ΘΕΜΑ 1ο**

**A.** Δίνονται οι διακεκριμένες ευθείες:

$$\varepsilon_1: y = \alpha_1 x + \beta_1$$

$$\varepsilon_2: y = \alpha_2 x + \beta_2$$

Να αποδειχθεί η ισοδυναμία:

$$\varepsilon_1 // \varepsilon_2 \Leftrightarrow \alpha_1 = \alpha_2$$

Μονάδες 11

**B.** Να μεταφερθούν στην κόλα σας συμπληρωμένες οι παρακάτω προτάσεις:

α) Συνάρτηση από ένα σύνολο  $A$  σε ένα σύνολο  $B$  λέγεται .....  
....., με την οποία κάθε στοιχείο του συνόλου  $A$  .....  
σε ένα ..... στοιχείο του συνόλου  $B$ .

Το σύνολο  $A$  λέγεται ..... της συνάρτησης.

Μονάδες 4

β) Αν  $\alpha, \beta$  ετερόσημοι τότε  $\alpha \cdot \beta$  ..... και  $\frac{\alpha}{\beta}$  .....

γ) Αν  $\theta > 0$  τότε:  $|x| > \theta \Leftrightarrow$  .....

Μονάδες 4

δ) Έστω  $M(\alpha, \beta)$  τυχαίο σημείο του καρτεσιανού επιπέδου τότε:

1. Το συμμετρικό του  $M$  ως προς τον  $yy'$  είναι το  $M_1(\dots, \dots)$
2. Το συμμετρικό του  $M$  ως προς την αρχή  $O$  των αξόνων είναι το  $M_2(\dots, \dots)$
3. Το συμμετρικό του  $M$  ως προς την διχοτόμο  $1^{η}$  και  $3^{η}$  γωνίας των αξόνων είναι το  $M_3(\dots, \dots)$

Μονάδες 6

**ΘΕΜΑ 2ο**

Δίνεται η παράσταση:  $A = \frac{2x^2 - 3x - 5}{x^2 - 1}$

α) Για ποιες τιμές του  $x \in \mathcal{R}$ , ορίζεται η παράσταση Α.

Μονάδες 8

β) Να αποδειχθεί ότι:  $A = \frac{2x - 5}{x - 1}$

Μονάδες 9

γ) Να λυθεί η εξίσωση:  $|A|=2$

Μονάδες 8

### ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup>

Δίνεται η εξίσωση  $x^2 + 5x + 3 = 0$  (1).

1. Να αποδειχθεί ότι η εξίσωση (1) έχει ρίζες πραγματικές και άνισες. ( Δεν ζητείται ο υπολογισμός των ριζών)

Μονάδες 7

2. Αν  $\rho_1, \rho_2$  οι ρίζες της (1) να δειχθεί ότι το σύστημα :

$$\begin{cases} \rho_1 x + (\rho_2 + 3)y = 2 \\ -x + y = 0 \end{cases}$$

έχει ορίζουσα  $D = -2$

Μονάδες 9

3. Να δικαιολογηθεί ότι το σύστημα έχει μοναδική λύση, την οποία και να υπολογίσετε .

Μονάδες 9

### ΘΕΜΑ 4<sup>ο</sup>

Δίνονται οι ευθείες  $\varepsilon_1 : y = (|\lambda| - 1)x - 4$  και  $\varepsilon_2 : y = x + \mu$  με  $\lambda, \mu \in \mathcal{R}$ .

α) Να βρεθεί ο  $\lambda$  ώστε  $\varepsilon_1 // \varepsilon_2$ .

Μονάδες 9

β) Να βρεθεί ο  $\mu$  ώστε η  $\varepsilon_2$  να διέρχεται από το σημείο  $M(2008, 2009)$

Μονάδες 9

γ) Για  $\lambda = -2$  και  $\mu = 1$  οι ευθείες  $\varepsilon_1, \varepsilon_2$  τέμνουν τον άξονα  $yy'$  στα σημεία Α και Β αντίστοιχα. Να αποδειχθεί ότι  $(AB) = 5$ .

Μονάδες 8

Μυτιλήνη 1 Ιουνίου 2009

Οι εισηγητές

Η Διευθύντρια του Λυκείου  
Άννα Κουρασάνη

**Καλή επιτυχία**

Απαντήσεις

Θέμα 2<sup>ο</sup>

α)  $x^2-1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$  και  $x \neq -1$

επομένως, πεδίο ορισμού  $A = \mathbb{R} - \{-1, 1\}$ .

β) 
$$A = \frac{2x^2 - 3x - 5}{x^2 - 1} = \frac{2(x+1)(x - \frac{5}{2})}{(x-1)(x+1)} = \frac{2x-5}{x-1}$$

γ)  $|A|=2 \Leftrightarrow$

$$\left| \frac{2x-5}{x-1} \right| = 2 \Leftrightarrow \frac{2x-5}{x-1} = \pm 2 \Leftrightarrow 2x-5 = 2x-2 \text{ (αδύνατη)} \text{ ή } 2x-5 = -2x+2 \Leftrightarrow x = \frac{7}{4}$$

Θέμα 3<sup>ο</sup>

α)  $\Delta=13 > 0$  επομένως η εξίσωση έχει ρίζες πραγματικές και άνισες.

β) 
$$D = \begin{vmatrix} \rho_1 & \rho_2 + 3 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = \rho_1 + \rho_2 + 3 = -5 + 3 = -2$$

υπολογίζουμε  $\rho_1 + \rho_2 = -\frac{\beta}{\alpha} = -5$ .

γ)  $D_x = \begin{vmatrix} 2 & \rho_2 + 3 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 2$      $D_y = \begin{vmatrix} \rho_1 & 2 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} = 2$     επομένως  $x=y=-1$ .

Θέμα 4<sup>ο</sup>

α)  $\alpha_1 = \alpha_2 \Leftrightarrow |\lambda| - 1 = 1 \Leftrightarrow \lambda = \pm 2$ .

β) Το (2008, 2009) επαληθεύει την  $\varepsilon_2$ :  $2009 = 2008 + \mu \Leftrightarrow \mu = 1$ .

γ) Οι ευθείες γίνονται  $y = x - 4$  και  $y = x + 1$  που τέμνουν τον  $yy'$  στα σημεία  $A(0, -4)$  και  $B(0, 1)$  με  $(AB) = |1 - (-4)| = 5$ .