

ΕΞΕΤΑΣΤΗΣ:

**ΤΑΞΗ: Γ**  
**ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΓΕΝΙΚΗΣ**  
**ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:**

**ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>**

**A.** Να αποδείξετε ότι  $(cf(x))' = cf'(x)$  όπου  $c \in \mathbb{R}$  και  $f$  παραγωγίσιμη συνάρτηση  
**Μονάδες 15**

**B.** Να χαρακτηρίσετε στη κόλλα σας ως σωστό (**Σ**) ή λάθος (**Λ**) κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις :

**α.**  $(\sin x)' = \eta \mu x$

**β.**  $(\sqrt{3})' = \frac{1}{2\sqrt{3}}$

**γ.**  $(\ln x)' = \frac{1}{x}$

**δ.**  $(f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$

**ε.**  $(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$

**Μονάδες 20**

**ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = -\ln x - ax^2 + bx$  της οποίας η γραφική παράσταση τέμνει τον άξονα  $x'x$  σε σημείο  $A$  με τετμημένη  $x_0 = 1$  και η εφαπτομένη ευθεία στο σημείο αυτό σχηματίζει με τον άξονα  $x'x$  γωνία  $45^\circ$ .

**A. i.** Να βρείτε το πεδίο ορισμού της  $f$ .

**Μονάδες 5**

**ii.** Να αποδείξετε ότι  $\alpha = \beta = -2$

**Μονάδες 20**

**B.** Για  $\alpha = \beta = -2$

**i.** Να βρείτε για ποιά τιμή του  $x$  η  $f$  παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο.

**Μονάδες 10**

**ii.** Να δειχθεί ότι η  $f'$  είναι γνησίως αύξουσα στο πεδίο ορισμού της

**Μονάδες 5**

**iii.** Να βρείτε το  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) + \ln x}{x^2 - 1}$

**Μονάδες 10**

**iv.** Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της  $C_f$  στο σημείο  $A$ .

**Μονάδες 15**