

ΘΕΜΑ 1^ο α) Αν λ_1, λ_2 είναι αντίστοιχα οι συγγραμμές διευθύνσεως των διανυσμάτων $\vec{a} = (x_1, y_1)$, $\vec{b} = (x_2, y_2)$, να δείξετε ότι

$$\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \lambda_1 \cdot \lambda_2 = -1.$$

β) Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με την ένδειξη Σωστό ή Λάθος.

1. Αν $\vec{a} = \lambda \vec{b}$ με $\vec{b} \neq \vec{0}$ τότε $\det(\vec{a}, \vec{b}) = 0$.
2. Τα μοναδιαία διανύσματα \vec{i}, \vec{j} των αξόνων είναι μεταξύ τους ίσα.
3. Αν $\lambda \vec{a} = \mu \cdot \vec{b}$ τότε $\lambda = \mu$.
4. Αν $x\vec{i} + y\vec{j} = x'\vec{i} + y'\vec{j}$ τότε $x = x'$ και $y = y'$.
5. Αν $\vec{a}, \vec{b} \neq \vec{0}$ και $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ τότε $\vec{a} \perp \vec{b}$.

Μοιράδες: (20+10=30)

ΘΕΜΑ 2^ο Δίνονται τα διανύσματα $\vec{a} = (-2, 3)$, $\vec{b} = (-1, 2)$.

- Να βρείτε
- (1) το διάνυσμα $\vec{\gamma} = 3\vec{a} - 5\vec{b}$ και το $|\vec{\gamma}|$.
 - (2) την γωνία που σχηματίζει το $\vec{\gamma}$ με τον άξονα $x'x$.
 - (3) το διάνυσμα προβ. \vec{a} .
 - (4) διάνυσμα \vec{v} , ώστε $\vec{v} \perp \vec{a}$ και $|\vec{v}| = \sqrt{13}$.
 - (5) διάνυσμα \vec{x} ώστε $\vec{x} + \vec{a} \parallel \vec{b}$ και $\vec{x} + \vec{b} \parallel \vec{a}$.

Μοιράδες: (8+7+10+10+10=45)

ΘΕΜΑ 3^ο Δίνονται τα διανύσματα

$$\vec{\gamma} = \frac{1}{|\vec{a}|} \cdot \vec{a} + \frac{1}{|\vec{b}|} \cdot \vec{b}, \quad \vec{\delta} = \frac{1}{|\vec{a}|} \cdot \vec{a} - \frac{1}{|\vec{b}|} \cdot \vec{b}.$$

όπου $\vec{a}, \vec{b} \neq \vec{0}$ και $(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{2\pi}{3}$.

Να δείξετε ότι

- α) $\vec{\gamma} \perp \vec{\delta}$
- β) $|\vec{\gamma}| = 1$.

Μοιράδες: (10+15=25)