

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ
ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗ ΚΑΙ ΘΕΤΙΚΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ Β ΛΥΚΕΙΟΥ:
ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΑ

ΘΕΜΑ 1

A Αν M μέσο του AB και O τυχαίο σημείο του επιπέδου να αποδειχθεί ότι: $\vec{OM} = \frac{\vec{OA} + \vec{OB}}{2}$

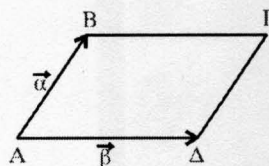
ΜΟΝΑΔΕΣ 5

B. Σε κάθε σχήμα που βρίσκεται στη στήλη (A) αντιστοιχεί μια τιμή του διανύσματος \vec{x} που βρίσκεται στη στήλη (B). Να συνδέσετε με μια γραμμή κάθε σχήμα της στήλης (A) με το αντίστοιχο \vec{x} της στήλης (B).

στήλη A	στήλη B
	$\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$
	$\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$
	$-(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$
	$\vec{a} - \vec{b} - \vec{c}$
	$\vec{b} + \vec{c} - \vec{a}$
	$\vec{b} - \vec{c} - \vec{a}$

ΜΟΝΑΔΕΣ 10

Γ. Στο παραλληλόγραμμο ABΓΔ είναι: $\vec{AB} = \vec{a}$, $\vec{AD} = \vec{b}$. Να αντιστοιχήσετε κάθε διάνυσμα της στήλης (A) με το ίσο του της στήλης (B).



στήλη Α	στήλη Β
$\overline{ΑΓ}$	$-\vec{\alpha}$
$\overline{ΓΒ}$	$\vec{\alpha} + \vec{\beta}$
$\overline{ΓΔ}$	$\vec{\beta} - \vec{\alpha}$
$\overline{ΒΔ}$	$-\vec{\beta}$
	$\frac{\vec{\alpha} - \vec{\beta}}{2}$

ΜΟΝΑΔΕΣ 10

ΘΕΜΑ 2

Α. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ. Αν Μ και Ν είναι τα μέσα των πλευρών ΒΓ και ΓΑ να αποδείξετε ότι:

$$\alpha) \overline{ΑΜ} = \frac{1}{2} (\overline{ΑΒ} + \overline{ΑΓ})$$

$$\beta) \overline{ΜΝ} = \frac{1}{2} \overline{ΒΑ}$$

ΜΟΝΑΔΕΣ 8

Β. Δίνονται τα διανύσματα $\overline{ΑΒ}$ και $\overline{Α'Β'}$. Αν Μ και Μ' είναι μέσα των $\overline{ΑΒ}$ και $\overline{Α'Β'}$ να αποδείξετε ότι:

$$\overline{ΑΑ'} + \overline{ΒΒ'} = 2\overline{ΜΜ'}$$

ΜΟΝΑΔΕΣ 9

Γ. Δίνεται τετράπλευρο ΑΒΓΔ. Αν Μ και Ν είναι αντιστοίχως τα μέσα των διαγωνίων του ΑΓ και ΒΔ να αποδείξετε ότι:

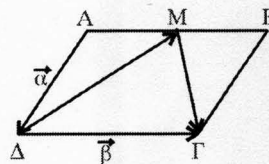
$$\alpha) \overline{ΜΝ} = \frac{1}{2} (\overline{ΑΔ} - \overline{ΒΓ}) = \frac{1}{2} (\overline{ΑΒ} + \overline{ΓΔ})$$

$$\beta) 4\overline{ΜΝ} = \overline{ΑΔ} + \overline{ΑΒ} + \overline{ΓΔ} + \overline{ΓΒ}$$

ΜΟΝΑΔΕΣ 8

ΘΕΜΑ 3

Α. Στο παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ το Μ είναι μέσο της ΑΒ. Αν $\overline{ΑΔ} = \vec{\alpha}$ και $\overline{ΔΓ} = \vec{\beta}$, τότε: (4 μονάδες)



α) Το διάνυσμα $\overline{ΔΜ}$ ισούται με:

Α. $\frac{\vec{\alpha} + \vec{\beta}}{2}$

Β. $\frac{\vec{\beta} - \vec{\alpha}}{2}$

Γ. $-\vec{\alpha} + \frac{1}{2} \vec{\beta}$

$$\Delta. \vec{a} + \frac{1}{2} \vec{\beta} \quad \text{E. } \frac{1}{2} \vec{a} + \vec{\beta}$$

β) Το διάνυσμα $\overrightarrow{M\Gamma}$ ισούται με:

$$\text{A. } \vec{a} - \frac{1}{2} \vec{\beta} \quad \text{B. } \frac{1}{2} \vec{a} + \vec{\beta} \quad \text{Γ. } \frac{1}{2} \vec{a} - \vec{\beta}$$

$$\Delta. \vec{a} + \frac{1}{2} \vec{\beta} \quad \text{E. } \frac{\vec{a} + \vec{\beta}}{2}$$

γ) Με $\vec{a} + \vec{\beta}$ ισούται το διάνυσμα:

$$\text{A. } \overrightarrow{AB} \quad \text{B. } \overrightarrow{B\Delta} \quad \text{Γ. } \overrightarrow{\Delta B} \quad \Delta. \overrightarrow{\Gamma A} \quad \text{E. } \overrightarrow{A\Gamma}$$

δ) Με $\vec{a} - \vec{\beta}$ ισούται το διάνυσμα:

$$\text{A. } \overrightarrow{A\Gamma} \quad \text{B. } \overrightarrow{\Gamma A} \quad \text{Γ. } \overrightarrow{BA} \quad \Delta. \overrightarrow{\Delta B} \quad \text{E. } \overrightarrow{B\Delta}$$

ΜΟΝΑΔΕΣ 8

B. Να υπολογίσετε συναρτήσει των \vec{a} και $\vec{\beta}$ το $\overrightarrow{\Delta B}$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 5

ΘΕΜΑ 4

A. Αν Δ , E και Z σημεία του τριγώνου $AB\Gamma$ ώστε να ισχύει $\overrightarrow{A\Delta} = \frac{2}{3} \overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AZ} = \frac{6}{5} \overrightarrow{A\Gamma}$ και $\overrightarrow{GE} = \overrightarrow{B\Gamma}$.

α) Να εκφράσετε τα διανύσματα $\overrightarrow{\Delta E}$ και $\overrightarrow{\Delta Z}$ συναρτήσει των \overrightarrow{AB} και $\overrightarrow{A\Gamma}$.

β) Να εξετάσετε αν τα σημεία Δ , E και Z είναι συνευθειακά.

ΜΟΝΑΔΕΣ 10

B. Αν Δ , E και Z σημεία του τριγώνου $AB\Gamma$ ώστε να ισχύει $\overrightarrow{A\Delta} = \frac{1}{3} \overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{GE} = \frac{1}{2} \overrightarrow{B\Gamma}$ και $\overrightarrow{AZ} = \frac{3}{5} \overrightarrow{A\Gamma}$.

α) Αν $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ και $\overrightarrow{A\Gamma} = \vec{\beta}$ να εκφράσετε τα $\overrightarrow{\Delta E}$ και $\overrightarrow{\Delta Z}$ συναρτήσει των \vec{a} και $\vec{\beta}$.

β) Να δείξετε ότι τα σημεία Δ , E , Z είναι συνευθειακά.

ΜΟΝΑΔΕΣ 10

Γ. Εάν $2\overrightarrow{A\Lambda} + 3\overrightarrow{B\Lambda} + 2\overrightarrow{M\Lambda} = \overrightarrow{AK} + \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BK}$, να αποδείξετε ότι τα διανύσματα $\overrightarrow{K\Lambda}$ και $\overrightarrow{M\Lambda}$ είναι αντίρροπα.

ΜΟΝΑΔΕΣ 7

Δ. Να αποδείξετε ότι αν: $(\kappa + 2) \overrightarrow{PA} + 3 \overrightarrow{PB} = (\kappa + 5) \overrightarrow{PG}$ τότε τα σημεία A , B , Γ είναι συνευθειακά.

ΜΟΝΑΔΕΣ 10

Διάρκεια 3 ώρες