

Όνοματεπώνυμο:.....^{B3}.....

Τμήμα:..... Σχολείο:..... Ημερομηνία:.....

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 1^{ου} ΤΕΤΡΑΜΗΝΟΥ

Θέμα 1°

A) Να αποδείξετε ότι: «το υπόλοιπο της διαίρεσης ενός πολυωνύμου $P(x)$ με το $x - \rho$ είναι ίσο με την τιμή του πολυωνύμου για $x = \rho$. Είναι δηλαδή, $v = P(\rho)$ ».

(Μονάδες 3)

B) Να σημειώσετε ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές (Σ) και ποιές λάθος (Λ).

- i. Αν σε μία διαίρεση πολυωνύμων το υπόλοιπο είναι μηδέν, η διαίρεση είναι τέλεια.
- ii. Το υπόλοιπο της διαίρεσης του $Q(x) = x^8 + x^4 + x^2 + 3$ με το $x + 5$ είναι αρνητικός αριθμός.
- iii. Αν τα πολυώνυμα $P(x)$ και $Q(x)$ έχουν ρίζα το ρ , τότε και το πολυώνυμο $P(x) - Q(x)$ έχει ρίζα το ρ .
- iv. Ο βαθμός του γινομένου δύο μη μηδενικών πολυωνύμων είναι ίσος με το άθροισμα των βαθμών των πολυωνύμων αυτών.

(Μονάδες $4 \cdot 0.2 = 0.8$)

Γ) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση στις παρακάτω ερωτήσεις:

- i. Αν το πολυώνυμο $P(x) = (\lambda^2 - 4)x^2 + (\lambda - 2)x - (\lambda + 2)$, $\lambda \in \mathbb{R}$ είναι πρώτου βαθμού, τότε το λ είναι:
 A. -2 B. -1 Γ. 0 Δ. 1 Ε. $\sqrt{2}$
- ii. Το πολυώνυμο
 $P(x) = (\lambda^2 - 1)x^3 + (1 - \lambda)x^2 - (\lambda + 1)x + \lambda + 8$, $\lambda \in \mathbb{R}$ είναι σταθερό πολυώνυμο, όταν το λ ισούται με:
 A. -1 B. 0 Γ. 1 Δ. για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$ Ε. για καμιά τιμή του $\lambda \in \mathbb{R}$
- iii. Ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι ψευδής:
 A. Για το μηδενικό πολυώνυμο δεν ορίζεται βαθμός.

Β. Αν το $P(\rho)=0$ τότε το ρ είναι ρίζα του $P(x)$.

Γ. Ο βαθμός του γινομένου δύο μη μηδενικών πολυωνύμων είναι ίσος με το γινόμενο των βαθμών των πολυωνύμων αυτών.

Δ. Τα ίσα πολυώνυμα έχουν ίσες τιμές για όλες τις τιμές του x .

Ε. Κάθε σταθερό και μη μηδενικό πολυώνυμο έχει βαθμό μηδέν.

(Μονάδες $3 \cdot 0.4=1.2$)

Θέμα 2^ο

Αν δύο ρίζες του πολυωνύμου $P(x) = x^3 + \alpha x^2 + (\beta - 2)x + 6, \alpha, \beta \in \mathbb{R}$ είναι οι αριθμοί -1 και 2 :

Α) Να βρείτε τα α και β

Β) Για $\alpha=-4$ και $\beta=3$, να γράψετε τη διαίρεση του $P(x)$ με το $x^2 - 2x - 3$ και να γράψετε την ταυτότητα της διαίρεσης.

(Μονάδες $2 \cdot 2.5=5$)

Θέμα 3^ο

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^3 + \alpha x^2 + \beta x - 6, \alpha, \beta \in \mathbb{R}$. Η διαίρεση του $P(x)$ με το πολυώνυμο $Q(x) = x^2 + 1$ δίνει υπόλοιπο $v(x) = -6x - 8$.

Α) Να βρείτε τις τιμές των α και β .

Β) Να γράψετε την ταυτότητα της διαίρεσης του $P(x)$ με το $Q(x)$.

Γ) Για $\alpha = 2$ και $\beta = -5$, να βρείτε τις ρίζες του πολυωνύμου $P(x)$.

Δ) Για $\alpha = 2$ και $\beta = -5$, να βρείτε τα διαστήματα στα οποία η γραφική παράσταση της συνάρτησης $P(x) = x^3 + 2x^2 - 5x - 6$ βρίσκεται κάτω από τον άξονα $x'x$.

(Μονάδες: $1.4+1.2+1.2+1.2=5$)

Θέμα 4^ο

Δίνεται το πολυώνυμο

$P(x) = x^4 + \alpha x^3 - (6 - \alpha)x^2 + \beta x + 2\beta - 3\alpha + 1, \alpha, \beta \in \mathbb{R}$ το οποίο έχει παράγοντα το $x^2 - 1$.

Α) Να βρείτε τις τιμές των α και β .

Β) Για $\alpha = -1$ και $\beta = 1$, να λύσετε την εξίσωση $P(x) = 0$.

Γ) Για $\alpha = -1$ και $\beta = 1$, να λύσετε την ανίσωση $P(x) \geq 0$.

(Μονάδες: $1.5+2+1.5=5$)