5ο ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΜΥΤΙΛΗΝΗΣ

ΓΡΑΠΤΗ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΣΤΗΝ ΑΛΓΕΒΡΑ ΤΗΣ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ (α' τετράμηνο)

ΔΙΑΡΚΕΙΑ: 80 ΛΕΠΤΑ

ΘΕΜΑ 1 α) Αν ο αριθμός ρ είναι ρίζα του πολυωνύμου $P(x)$, τότε να δείξετε ότι το πολυώνυμο $x-\rho$ είναι παράγοντάς του.

β) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν με την ένδειξη Σωστό (Σ) ή Λάθος (Λ).

1. Αν μ, ν είναι οι βαθμοί αντίστοιχα των πολυωνύμων $P(x)$, $Q(x)$ τότε ο βαθμός του πολυωνύμου $P(x)\cdot Q(x)$ ισούται με $\mu+\nu$.
2. Αν θ είναι μια λύση της εξίσωσης $\varepsilon\varphi x=\alpha$, τότε όλες οι λύσεις της είναι οι αριθμοί $x=\kappa\pi+\theta$, $\kappa\in Z$.
3. Αν ο αριθμός ρ είναι ρίζα της εξίσωσης $\alpha_\nu x^\nu+\dots+\alpha_1 x+\alpha_0=0$ με ακέραιους συντελεστές, τότε ο ρ διαιρεί τον α_0.
4. Στην διαίρεση $P(x):x-\rho$ με πηλίκο $\pi(x)$ ισχύει $P(x)=(x-\rho)\pi(x)+P(\rho)$
5. Το σταθερό και μη μηδενικό πολυώνυμο έχει βαθμό 0.

Μονάδες: (20+15=35)

ΘΕΜΑ 2. Δίνεται το πολυώνυμο

$$P(x)= x^3-x+1+2\sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{3}-\alpha\right) \quad \mu\varepsilon \quad \alpha\in(-\pi,\pi)$$

α) Αν το πολυώνυμο $x-1$ είναι παράγοντας του $P(x)$ να δείξετε ότι $\alpha=-\pi/3$.

β) Για $\alpha=-\pi/3$ να γράψετε το $P(x)$ και μετά να βρείτε κάθε $\theta\in R$ ώστε το υπόλοιπο της διαίρεσης $P(x): x+2$ να ισούται με $\eta\mu\theta-\sigma\upsilon\nu\theta-6$.

Μονάδες: (15+15=30)

ΘΕΜΑ 3 Έστω η πολυωνυμική συνάρτηση $f(x)=x^3+\alpha x^2+\beta x+3$, $\alpha,\beta\in Z$.

α) Αν η γραφική της παράσταση τέμνει τον θετικό ημιάξονα Ox σε δυο διαφορετικά σημεία (μόνο) με ακέραιες τετμημένες, να δείξετε ότι $\alpha=-3$ και $\beta=-1$.

β) Να γράψετε το $f(x)$ για $\alpha=-3$ και $\beta=-1$

i) Να βρείτε τον αριθμό κ ώστε το πολυώνυμο $x^2+\kappa$ να διαιρεί τέλεια το $f(x)$ και μετά να γράψετε την ταυτότητα της διαίρεσης αυτής.

ii) Να βρείτε τα διαστήματα τιμών του x, στα οποία η γραφική παράσταση της f βρίσκεται πάνω από τον άξονα $x'x$.

Μονάδες: ($\alpha=10$, $\beta_i=10$, $\beta_{ii}=15$)