

ΘΕΜΑ 1

α) Αν AD είναι το ύψος ορθογωνίου τριγώνου ABG ($\hat{A}=90^\circ$)
να δείξετε ότι $AD^2 = BD \cdot DG$

β) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν με την ετικέτη
Σωστό (Σ) ή Λάθος (Λ)

1. Αν ε'είναι τρίγωνο ABG ισχύει $a^2 < b^2 + \gamma^2$, τότε είναι οξυγώνιο.
2. Αν μ_a είναι το μήκος της διαμέσου AM τριγώνου ABG , τότε ισχύει
$$b^2 + \gamma^2 = 2a^2 + \frac{\mu_a^2}{2}$$
3. Σε κάθε τρίγωνο ABG με $\hat{A} < 90^\circ$ ισχύει $a^2 = b^2 + \gamma^2 - 2b \cdot \chi$,
όπου χ είναι το μήκος της προβολής της AG πάνω στην AB .
4. Αν μ_a είναι η προβολή της διαμέσου AM τριγώνου ABG με $AG > AB$
πάνω στην BG , τότε ισχύει
$$\mu_a = \frac{b^2 - \gamma^2}{2a}$$
5. Αν AD είναι το ύψος ορθογωνίου ABG ($\hat{A}=90^\circ$), τότε ισχύει $\frac{AB}{AD} = \left(\frac{\gamma}{b}\right)^2$

ΘΕΜΑ 2

Σ' ένα τρίγωνο ABG ισχύει $a^2 - b^2 = 2\gamma^2$.

- α) Να αποδείξετε ότι (i) η a είναι η μεγαλύτερη πλευρά του
(ii) το τρίγωνο ABG είναι αμβλυγώνιο.
- β) Αν AE είναι η προβολή της AB πάνω στην AG να δείξετε ότι $AE = \frac{\gamma^2}{2b}$
- γ) Αν μ_a το μήκος της διαμέσου AM του \hat{ABG} να δείξετε ότι $\mu_a = \frac{b}{2}$

ΘΕΜΑ 3

Εστω ορθογώνιο τρίγωνο ABG με $\hat{B} = 2\hat{\Gamma}$ και $\hat{A} = 90^\circ$.

- α) Να δείξετε ότι $\frac{b}{\gamma} = \sqrt{3}$
- β) Αν M τυχαίο σημείο του ύψους AD
του \hat{ABG} να δείξετε ότι

$$MG^2 - MB^2 = AG^2 - AB^2$$

