

**ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Β΄ ΤΑΞΗΣ  
ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ ΠΑΜΦΙΛΩΝ  
ΠΕΜΠΤΗ 20 ΜΑΪΟΥ 2010  
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ**

**ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>**

**A.** Να αποδείξετε τους τύπους:

1.  $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cos\alpha$      $\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$

**ΜΟΝΑΔΕΣ 8**

2.  $\tan^2\alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha}$

**ΜΟΝΑΔΕΣ 3**

**B.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη:

1. Η συνάρτηση  $f(x) = a^x$  με  $0 < a < 1$  είναι γνησίως αύξουσα

2. Η συνάρτηση  $f(x) = \ln x$  έχει πεδίο ορισμού το σύνολο  $\mathbb{R}$

3. Οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων  $\psi = \log_a x$  και  $\varphi = a^x$  με  $0 < a \neq 1$  είναι συμμετρικές ως προς την ευθεία που διχοτομεί τις γωνίες  $\widehat{xO\psi}$  και  $\widehat{xO\varphi}$ .

4. Ο βαθμός του γινομένου δυο μη μηδενικών πολυωνύμων είναι ίσος με το άθροισμα των βαθμών των πολυωνύμων αυτών.

5. Ένα πολυώνυμο  $P(x)$  έχει παράγοντα το  $x - \rho$  αν και μόνο αν το  $\rho$  είναι ρίζα του  $P(x)$ , δηλαδή αν και μόνο αν  $P(\rho) = 0$ .

**ΜΟΝΑΔΕΣ 10**

**Γ.** Να συμπληρώσετε στο τετράδιο σας στις παρακάτω ισότητες, τα κενά που σημειώνονται με...

1.  $\log_a a^x = \dots$  όπου  $0 < a \neq 1$

2.  $\ln \theta = x \Leftrightarrow e^x = \dots$

3.  $\eta \mu 2\alpha = \dots$

4. Αν όλοι οι συντελεστές ενός πολυωνύμου  $P(x)$  είναι ίσοι με μηδέν τότε το  $P(x)$  είναι ίσο με το.....

**ΜΟΝΑΔΕΣ 4**

## ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>

A. Να αποδείξετε ότι:  $\frac{\sin(\alpha - \beta) - \sin(\alpha + \beta)}{\sin(\alpha - \beta) + \sin(\alpha + \beta)} = \epsilon\phi\alpha.\epsilon\phi\beta$  για όλες τις τιμές

των  $\alpha$  και  $\beta$  που ορίζεται η παράσταση.

**ΜΟΝΑΔΕΣ 15**

B. Να λυθεί η εξίσωση:  $\frac{\sin(x - \frac{\pi}{3}) - \sin(x + \frac{\pi}{3})}{\sin(x - \frac{\pi}{3}) + \sin(x + \frac{\pi}{3})} = \sqrt{3}$  για  $x \neq k\pi + \frac{\pi}{2}$ ,  $k \in \mathbb{Z}$

**ΜΟΝΑΔΕΣ 10**

## ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup>

Δίνονται τα πολυώνυμα  $P(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + a$  και  $Q(x) = x^2 + x + \beta$ . Αν το  $P(x)$  έχει ρίζα τον αριθμό 3 και το  $Q(x)$  έχει παράγοντα το  $x+1$  τότε:

A. Να αποδείξετε ότι  $a=6$  και  $\beta=0$

**ΜΟΝΑΔΕΣ 7**

B. Για  $a=6$  να λυθεί η εξίσωση  $P(x)=0$

**ΜΟΝΑΔΕΣ 8**

Γ. Για  $a=6$  και  $\beta=0$

i. Να γίνει η διαίρεση του  $P(x)$  δια του  $Q(x)$  και να γραφεί η ταυτότητα της Ευκλείδειας διαίρεσης.

**ΜΟΝΑΔΕΣ 7**

ii. Να βρείτε το βαθμό του πολυωνύμου που είναι το υπόλοιπο της διαίρεσης αυτής.

**ΜΟΝΑΔΕΣ 3**

## ΘΕΜΑ 4<sup>ο</sup>

Δίνονται οι συναρτήσεις  $f(x) = \log(2^{2x} - 8)$  και  $g(x) = \log(4 + 2^x)$

A. Να βρείτε τα πεδία ορισμού των  $f$  και  $g$

**ΜΟΝΑΔΕΣ 6**

B. Να λυθεί η ανίσωση:  $f(x) > g(x)$

**ΜΟΝΑΔΕΣ 10**

Γ. Να λυθεί η εξίσωση:  $2f\left(\frac{x}{2}\right) = g(x)$

**ΜΟΝΑΔΕΣ 9**

**Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ**

**ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ:**

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**