

**ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Α΄ ΤΑΞΗΣ  
ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ ΠΑΜΦΙΛΩΝ  
ΔΕΥΤΕΡΑ 14 ΙΟΥΝΙΟΥ 2010  
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ**

**ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>**

**A.** Αν  $x_1$  και  $x_2$  οι ρίζες της εξίσωσης,  $ax^2 + \beta x + \gamma = 0$ ,  $a \neq 0$ , τότε να αποδείξετε

$$\text{ότι: } x_1 + x_2 = -\frac{\beta}{\alpha} \text{ και } x_1 \cdot x_2 = \frac{\gamma}{\alpha}.$$

**B.** Να δώσετε τον ορισμό της  $n$ -οστής ρίζας ( $n$  θετικός ακέραιος) ενός μη αρνητικού αριθμού  $a$ .

**Γ.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη:

1. Αν  $a \geq 0$  και  $\beta > 0$  τότε ισχύει  $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{\beta}} = \sqrt[n]{\frac{a}{\beta}}$
2. Για κάθε πραγματικό αριθμό  $a$  ισχύει  $\sqrt{a^2} = a$
3. Δύο διακεκριμένες ευθείες είναι παράλληλες μόνο όταν οι συντελεστές διεύθυνσης είναι ίσοι.
4. Η εξίσωση  $x^n = a$  με  $a > 0$  και  $n$  άρτιο έχει μία μόνο ρίζα.
5. Αν οι συντελεστές  $a$  και  $\gamma$  της εξίσωσης  $ax^2 + \beta x + \gamma = 0$  με  $a \neq 0$  είναι ετερόσημοι, τότε η εξίσωση έχει δύο ρίζες άνισες.

**ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 3}$

**A.** Να βρείτε το πεδίο ορισμού.

**B.** Να παραγοντοποιήσετε το τριώνυμο  $x^2 - 4x + 3$  και να αποδείξετε ότι  $f(x) = x - 1$  για τα  $x$  που ανήκουν στο πεδίο ορισμού της.

**Γ.** Να λύσετε την εξίσωση  $|f(x) - 1| = 2$

### ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup>

Δίνεται η εξίσωση  $(\lambda-1)x^2 + \lambda x + 1 = 0$  (1) με  $\lambda \neq 1$  και  $\lambda \neq 2, \lambda \in \mathbb{R}$ .

**A.** Να δείξετε ότι η (1) έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες.

**B.** Έστω  $S = x_1 + x_2$  και  $P = x_1 \cdot x_2$  όπου  $x_1$  και  $x_2$  οι ρίζες της εξίσωσης (1).

- i.** Να βρείτε, συναρτήσει του  $\lambda$ , το άθροισμα  $S = x_1 + x_2$  και το γινόμενο  $P = x_1 \cdot x_2$ .
- ii.** Να βρείτε για ποιες τιμές του  $\lambda$  ισχύει  $S - \lambda^2 P = 0$ .

### ΘΕΜΑ 4<sup>ο</sup>

Έστω  $D$  η ορίζουσα του συστήματος  $\begin{cases} \lambda x - y = 1 \\ 4x + \lambda y = 2 \end{cases}$  και  $D_x, D_y$  οι ορίζουσες που

προκύπτουν από την  $D$  αν στη θέση των συντελεστών του  $x$  και του  $y$  αντίστοιχα θέσουμε τους σταθερούς όρους.

**A.** Να υπολογίσετε τις ορίζουσες  $D, D_x, D_y$ .

**B.** Να αποδείξετε ότι για κάθε  $\lambda \in \mathbb{R}$  το σύστημα έχει μοναδική λύση.

**Γ.** Να βρείτε τη μοναδική λύση του παραπάνω συστήματος.

**Δ.** Να βρείτε για ποιες τιμές του  $\lambda$  ισχύει:  $D + D_x + D_y > 0$ .

**Ο ΔΙΕΥΘΥΝΤΗΣ**

**ΟΙ ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ:**

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**