

ΤΑΞΗ: Γ
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΓΕΝΙΚΗΣ
ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:

ΘΕΜΑ 1^ο

A. Αν f και g είναι παραγωγίσιμες συναρτήσεις στο σύνολο των πραγματικών αριθμών να αποδείξετε ότι $(f(x)+g(x))' = f'(x)+g'(x)$

ΜΟΝΑΔΕΣ 10

B. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α. Αν μια συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη σε ένα διάστημα Δ και ισχύει $f'(x) < 0$ για κάθε εσωτερικό σημείο του Δ τότε η f είναι γνησίως φθίνουσα στο Δ .

β. Αν μια συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη σε ένα διάστημα (α, β) και $x_0 \in (\alpha, \beta)$ ώστε $f'(x_0) = 0$ τότε η f παρουσιάζει τοπικό ακρότατο στο x_0 .

γ. Αν οι συναρτήσεις f και g έχουν πεδίο ορισμού το σύνολο A τότε και η συνάρτηση $R(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$ έχει πεδίο ορισμού πάντα το A .

δ. Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l_1$ τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{l_1}$ όπου $l_1 \geq 0$.

ε. Αν f και g είναι παραγωγίσιμες συναρτήσεις στο \mathbb{R} τότε:

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)g(x) + f(x)g'(x)}{g^2(x)}$$

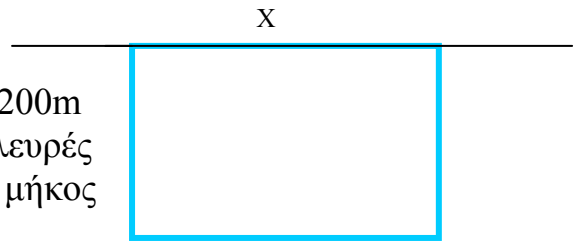
ΜΟΝΑΔΕΣ 10

Γ. Πότε μια συνάρτηση f λέμε ότι είναι παραγωγίσιμη στο σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της;

ΜΟΝΑΔΕΣ 5

ΘΕΜΑ 2°

Έχουμε περιφράξει με συρματόπλεγμα μήκους 200m μια ορθογώνια περιοχή (Σχήμα) από τις τρεις πλευρές της. Η τέταρτη πλευρά είναι τοίχος και έστω το μήκος του τοίχου που θα χρησιμοποιηθεί ότι είναι x .



- α. Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν της ορθογώνιας περιοχής που περιφράξαμε δίνεται από το τύπο $f(x)=100x-\frac{1}{2}x^2$

ΜΟΝΑΔΕΣ 10

- β. Να βρείτε τη μεγαλύτερη δυνατή επιφάνεια που θα μπορούσαμε να περιφράξουμε με το συρματόπλεγμα των 200m.

ΜΟΝΑΔΕΣ 15

ΘΕΜΑ 3°

Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=\frac{x}{x^2-1}$.

- Α. Να γράψετε το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση :
Το πεδίο ορισμού της συνάρτησης είναι το σύνολο :
α. \mathbb{R} β. $(-1, 1)$ γ. $\mathbb{R}-\{-1, 1\}$, δ. $(1, +\infty)$

ΜΟΝΑΔΕΣ 5

- Β. Να αποδείξετε ότι $f'(x)<0$ για κάθε x του πεδίου ορισμού της.

ΜΟΝΑΔΕΣ 7

- Γ. Να υπολογίσετε το $\lim_{x \rightarrow -1} [(x+1) \cdot f(x)]$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 6

- Δ. Να βρείτε τη γωνία που σχηματίζει η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της f στο σημείο $(0, f(0))$ με τον άξονα $x'x$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 7

ΘΕΜΑ 4°

Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=x^3+ax^2+3x$, $x \in \mathbb{R}$ όπου $a \in \mathbb{R}$.

Αν ο ρυθμός μεταβολής της f ως προς x όταν $x=1$ είναι πενταπλάσιος του ρυθμού μεταβολής της f ως προς x όταν $x=-1$ τότε :

- α. Να δείξετε ότι $a=2$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 6

- β. Να μελετήσετε την f ως προς τη μονοτονία και να εξετάσετε αν η f έχει ακρότατα.

ΜΟΝΑΔΕΣ 8

- γ. Να βρείτε το όριο $L = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - 22}{h}$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 6

- δ. Να συγκριθούν οι αριθμοί $f(-10^9)$ και $f(-10^{10})$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 5