**ΛΥΚΕΙΟ ΜΑΝΤΑΜΑΔΟΥ**

**ΤΑΞΗ Γ!**

**ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ Α! ΤΕΤΡΑΜΗΝΟΥ**

**ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Θ-Τ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ**

**<u>Άσκηση 1</u> Δίδεται η συνάρτηση**

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{\eta\mu x}{x}+x\eta\mu\left(\dfrac{1}{x}\right) & \alpha\nu \quad x<0\\ 1 & \alpha\nu \quad 0\le x\le 1\\ x^x & \alpha\nu \quad 1<x\end{cases}$$

α) Να αποδείξετε ότι $f$ είναι συνεχής

β) Να αποδείξετε ότι υπάρχει ξ στο (1,2) ώστε $f(\xi)=\sqrt{2}$

γ) Να αποδείξετε $f(-1)>\sqrt{2}$

δ) Να αποδείξετε ότι υπάρχει η < 0 ώστε $f(\eta)=\sqrt{2}$

ε) Να υπολογίσετε το όριο της $f$ για x→ -∞

(Να απαντήσετε σε 4 ερωτήματα 4Χ2,5=10)

**<u>Άσκηση 2</u> Αν για την συνάρτηση** $f$ ισχύει $\boxed{x^2+f^2(x)=1 \quad (1)}$

α) Να αποδείξετε ότι το πεδίο ορισμού της είναι το [-1 1]

β) Να βρεθούν οι ρίζες της $f$

γ) Να βρεθούν δύο συνεχείς συναρτήσεις $f_1(x)\ge 0$ και $f_2(x)\le 0$ που να ικανοποιούν την υπόθεση 1

δ) Να αποδείξετε ότι για α στο (-1 1) η

$$f(x)=\begin{cases}-\sqrt{1-x^2} & \alpha\nu \quad -1\le x\le\alpha\\ \sqrt{1-x^2} & \alpha\nu \quad \alpha<x\le 1\end{cases}$$

ικανοποιεί την υπόθεση 1 και δεν είναι συνεχής στο α

ε) Έστω γ , δ με -1<γ<δ< 1. Να αποδείξετε ότι **<u>δεν υπάρχει</u>** $f$ συνεχής που να ικανοποιεί την υπόθεση 1 με $f(\gamma)>0$ και $f(\delta)<0$

ζ) Πόσες συνεχείς συναρτήσεις ικανοποιούν την 1 και γιατί.

(Να απαντήσετε σε 5 ερωτήματα 5Χ2=10)