

**ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ Α' ΤΕΤΡΑΜΗΝΟΥ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ  
ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ( ΤΜΗΜΑ Γ<sub>3</sub> )**

**ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>**

**A)** Δίνεται συνάρτηση  $f$  με πεδίο ορισμού το σύνολο  $A$  και  $x_0 \in A$ .  
Να γράψετε τότε η  $f$  ονομάζεται συνεχής και τότε παραγωγίσιμη  
στο  $x_0$ . **Μονάδες 10**

**B)** Έστω η συνάρτηση  $F(x) = c f(x)$  .  
Να αποδείξετε ότι  $(cf(x))' = c f'(x)$  . **Μονάδες 20**

**Γ)** Από τις παρακάτω προτάσεις ποιες είναι **Σωστές** και  
ποιες **Λάθος** :

**1.** Ο συντελεστής διεύθυνσης της εφαπτομένης της καμπύλης που  
είναι η γραφική παράσταση μιας παραγωγίσιμης συνάρτησης  $f$ , στο  
σημείο  $(x_0, f(x_0))$  αυτής, είναι η παράγωγος της  $f$  στο  $x_0$ .

**2.** Μια συνάρτηση  $f$  λέγεται γνησίως αύξουσα σε ένα διάστημα  $\Delta$   
του πεδίου ορισμού της, όταν για οποιαδήποτε σημεία  $x_1, x_2 \in \Delta$   
με  $x_1 < x_2$  ισχύει  $f(x_1) > f(x_2)$ .

**3.** Μια συνάρτηση  $f$  είναι παραγωγίσιμη σ' ένα σημείο  $x_0$  του  
πεδίου ορισμού της, όταν και μόνο όταν υπάρχει το

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}, \quad h \neq 0.$$

**4.** 
$$\left[ f(g(x)) \right]' = f'(x) \cdot g'(x) .$$

**5.** 
$$\left( \frac{f(x)}{g(x)} \right)' = \frac{f(x)g'(x) - f'(x)g(x)}{g^2(x)} .$$

**Μονάδες 10**

**ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = 2\sqrt{x} - \ln x$

**A)** Να βρείτε το ρυθμό μεταβολής της παραγώγου της συνάρτησης  $f$  στο  $x_0=1$ .

**Μονάδες 10**

**B)** Να μελετήσετε την συνάρτηση  $f$  ως προς την μονοτονία και τα ακρότατα.

**Μονάδες 10**

**Γ)** Να βρείτε το  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x)}{ex - e}$

**Μονάδες 10**

**ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup>**

Δίνεται η συνάρτηση  $f$  με  $f(x) = x(x - \alpha) + \lambda$ ,  
 $x \in \mathbb{R}$ ,  $\alpha, \lambda$  σταθερές.

**A)** Να βρείτε την  $f'(x)$ .

**Μονάδες 5**

**B)** Να βρείτε το  $\alpha$  ώστε η  $f'(1) = 1$ .

**Μονάδες 5**

**Γ)** Να βρείτε το  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$

**Μονάδες 10**

**Δ)** i) Να αποδείξετε ότι η  $f$  έχει ένα ελάχιστο.

ii) Εάν το ελάχιστο της  $f$  είναι το  $2\lambda - 1$ , να βρεθεί το  $\lambda$ .

**Μονάδες 10**

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ !!!**