



**ΘΕΜΑΤΑ ομάδα Α**

1)

i) Αν  $\alpha, \beta$  δύο πραγματικοί αριθμοί να αποδείξετε ότι :

$$|\alpha+\beta| \leq |\alpha|+|\beta|. \text{ Πότε ισχύει η ισότητα;}$$

**(Μονάδες 5)**

ii) Να συμπληρώσετε τις παρακάτω προτάσεις ώστε αυτές να είναι αληθείς.

α. Ένας αριθμός  $\alpha$  λέμε ότι είναι μεγαλύτερος από έναν αριθμό  $\beta$  και

γράφουμε....., όταν η διαφορά  $\alpha-\beta$  είναι .....αριθμός.

β. όταν  $\alpha>\beta$  και  $\gamma<0$  τότε  $\alpha\gamma$ ..... $\beta\gamma$ .

γ. Όταν  $\alpha<\beta$ , η σχέση  $\alpha<\gamma$  για να είναι αληθής, αρκεί.....

δ. Το διάστημα  $[\alpha, \beta]$  έχει κέντρο ..... και ακτίνα .....

ε. Αν  $\rho>0$  και  $x_0 \in \mathbb{R}$  οι αριθμοί  $x$  που ικανοποιούν τη σχέση  $|x-x_0|<\rho$  είναι τα

σημεία του διαστήματος .....

**(Μονάδες 5)**

2) Έστω  $x>0$

i) Να συγκρίνετε με το 1 τους αριθμούς:  $\frac{x+1}{x+2}$  και  $\frac{x+4}{x+3}$

ii) Να διατάξετε από μικρότερο προς το μεγαλύτερο τους αριθμούς:

$$1, \frac{x+1}{x+2}, \frac{x+4}{x+3}$$

iii) Να αποδείξετε ότι ο αριθμός  $\frac{x+4}{x+3}$  είναι πλησιέστερα στο 1 από ότι ο αριθμός  $\frac{x+1}{x+2}$

**(Μονάδες 5)**

3) Όταν για τους αριθμούς  $\alpha, \beta$  ισχύει  $2\alpha - \beta = -2$

i) Να αποδείξετε ότι  $2\alpha < \beta$

ii) Να αποδείξετε ότι  $3\alpha - \beta < \beta - \alpha$

iii) Να αποδείξετε ότι το διάστημα  $[3\alpha - \beta, \beta - \alpha]$  έχει κέντρο το  $\alpha$  και ακτίνα 2.

iv) Αν  $d(\alpha, -1) = d(\alpha, 3)$  να βρείτε τους αριθμούς  $x$  για τους οποίους  $|x-\alpha|<2$

**(Μονάδες 5)**