

ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟ ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΜΥΤΙΛΗΝΗΣ
 ΤΟΥ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟΥ ΑΙΓΑΙΟΥ
 ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
 ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΙΟΥΝΙΟΥ 2008-09
 ΣΤΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ Α ΛΥΚΕΙΟΥ
 ΜΥΤΙΛΗΝΗ 12-6-09

ΘΕΜΑ 1^ο

A)

- i) Να αποδείξετε ότι η διάμεσος ορθογωνίου τριγώνου που φέρουμε από την κορυφή της ορθής γωνίας είναι ίση με το μισό της υποτεινουσας. (10 μονάδες)
 ii) Να δώσετε τον ορισμό του ορθογωνίου παραλληλογράμμου (5 μονάδες)

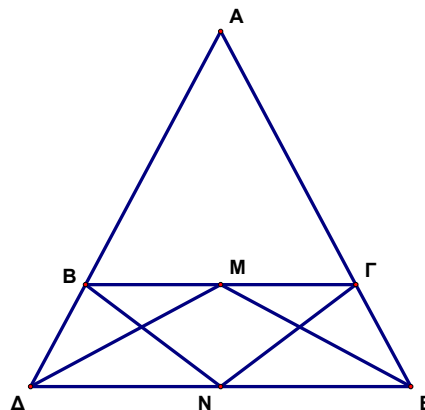
B) Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως Σ αν είναι σωστές ή ως Λ αν είναι λάθος:

- α) Δυο ευθείες κάθετες στην ίδια ευθεία σε διαφορετικά σημεία της, είναι και μεταξύ τους κάθετες. (2 μονάδες)
 β) Το μέτρο μιας εγγεγραμμένης γωνίας ισούται με το μισό του μέτρου του αντίστοιχου τόξου της (2 μονάδες)
 γ) Κάθε σημείο της διαμέσου AM ενός τριγώνου ABΓ ισαπέχει από τις πλευρές του AB, AΓ (2 μονάδες)
 δ) Αν η διάκεντρος δ δύο κύκλων είναι μικρότερη του αθροίσματος των ακτίνων τους, τότε οι κύκλοι τέμνονται. (2 μονάδες)
 ε) Αν οι διαγώνιες ενός τετραπλεύρου είναι ίσες, τότε είναι ορθογώνιο (2 μονάδες)

ΘΕΜΑ 2^ο

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ABΓ με $AB=AG$. Επί των προεκτάσεων των AB, AΓ παίρνω σημεία Δ, E τέτοια ώστε $BΔ=ΓE$, όπως στο σχήμα. Αν M το μέσο της BΓ και N το μέσον της ΔE, τότε να αποδείξετε ότι:

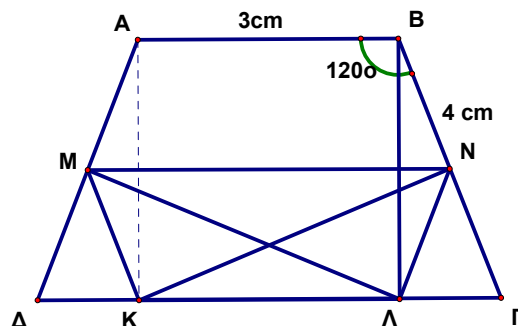
- i) το τρίγωνο MΔE είναι ισοσκελές (10 μονάδες)
 ii) $NB=NΓ$ (8 μονάδες)
 iii) το N ισαπέχει από τις πλευρές της γωνίας ΒAΓ (7 μονάδες)



ΘΕΜΑ 3^ο

Δίνεται ισοσκελές τραπέζιο ABΓΔ με $AB \parallel ΓΔ$, $AB=3\text{cm}$, $BΓ=4\text{cm}$ και $\hat{A}BΓ=120^\circ$. Έστω K, Λ οι προβολές των κορυφών A, B στην ΓΔ αντίστοιχα.

- i) Να αποδείξετε ότι $ΛΓ=2\text{cm}$ (10 μονάδες)
 ii) Να υπολογίσετε την διάμεσο MN του τραπέζιου (8 μονάδες)
 iii) Να αποδείξετε ότι το MNΛK είναι ισοσκελές τραπέζιο. (7 μονάδες)

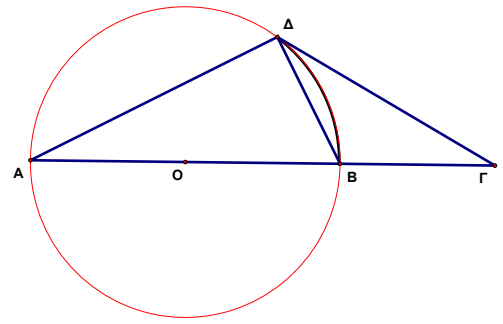


ΘΕΜΑ 4^ο

Δίνεται κύκλος (O,R) . Προεκτείνω την διάμετρό του AB κατά τμήμα $BΓ=R$. Έστω επίσης τόξο

$\widehat{BΔ}=60^\circ$. Να δείξετε ότι:

- ι) η χορδή $BΔ=R$ (8 μονάδες)
- ιι) η $ΓΔ$ είναι εφαπτόμενη του κύκλου (9 μονάδες)
- ιιι) το τρίγωνο $AΔΓ$ είναι ισοσκελές. (8 μονάδες)



Απαντήστε σε όλα τα θέματα με όποια σειρά θέλετε στο χαρτί σας.
Στην φωτοτυπία να γράψετε μόνο το όνομά σας.

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

- A i) σχολικό σελ 109
ii) σχολικό σελ 100
- B α) Λ
β) Σ
γ) Λ
δ) Λ
ε) Λ

ΘΕΜΑ 2^ο

- I) συγκρίνω τα τρίγωνα ΜΒΔ και ΜΓΕ (ΠΓΠ: ΜΒ=ΜΓ, ΒΔ=ΓΕ και $\hat{M} = 180^\circ - \hat{B} = 180^\circ - \hat{G} = \hat{M}$)
ή
σύγκριση των ΑΔΜ και ΑΕΜ (ΠΓΠ: ΑΔ=ΑΒ+ΒΔ=ΑΓ+ΓΕ=ΑΕ, ΑΜ κοινή και $\hat{A} = \hat{A}$)
και $\hat{A} = \hat{A}$)
- II)
σύγκριση των ΒΔΝ και ΓΝΕ (ΠΓΠ: ΒΔ=ΓΕ, ΝΔ=ΝΕ, ΒΔΝ = ΓΝΕ αφού ΑΔΕ ισοσκελές)
ή σύγκριση των ΑΒΝ και ΑΓΝ αφού ΑΔΕ ισοσκελές και ΑΝ διάμεσος άρα και διχοτόμος του.
- III) Το Ν σαν σημείο της διχοτόμου της ΔΑΕ λόγω του ii) θα ισαπέχει από τις πλευρές της.

ΘΕΜΑ 3^ο

- i) ΒΛ ⊥ ΔΓ άρα ΒΛ ⊥ ΑΒ άρα $\hat{B} = 30^\circ$

Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΛΒΓ με $\hat{B} = 30^\circ$ έχω $ΛΓ = \frac{ΒΓ}{2} = 2 \text{ cm}$.

- ii) τα τρίγωνα ΑΔΚ=ΒΛΓ (ορθογώνια, ΑΔ=ΒΓ, ΒΛ=ΑΚ ή $\hat{A} = \hat{B}$) άρα ΔΚ=ΛΓ.
ΚΛΒΑ ορθογώνιο άρα ΚΛ=ΑΒ οπότε ΔΛ=ΔΚ+ΚΛ+ΛΓ=2+3+2=7 οπότε

$$ΜΝ = \frac{ΑΒ + ΓΔ}{2} = \frac{3 + 7}{2} = 5 \text{ cm}$$

- iii) ΜΝ//ΚΛ (η διάμεσος τραπέζιου παράλληλη στις βάσεις.) ΜΝ=5 ≠ 3=ΚΛ άρα τραπέζιο.

$ΜΚ = \frac{ΑΔ}{2} = \frac{ΒΓ}{2} = ΝΛ$ (η διάμεσος ορθογωνίου ισούται με το μισό της βάσης ή σύγκριση ΔΚΜ και ΛΓΝ). άρα ισοσκελές τραπέζιο.

ΘΕΜΑ 4^ο

- i) $\hat{A} = 30^\circ$ εγγεγραμμένη $\hat{B} = 90^\circ$ βαίνει σε ημικύκλιο άρα $ΒΔ = \frac{ΑΒ}{2} = R$.

ή $\hat{D} = 60^\circ$ επίκεντρη άρα το ισοσκελές ΟΔΒ είναι ισόπλευρο.

ii) Το ΓΔΟ είναι ορθογώνιο αφού η διάμεσος ΔΒ=R= $\frac{ΟΓ}{2}$ άρα ΔΓ κάθετη στην αντίστοιχη ακτίνα άρα είναι εφαπτομένη.

iii) στο ορθογώνιο ΟΔΓ η ΟΔ ισούται με το μισό της υποτείνουσας άρα $\hat{G} = 30^\circ$ και επειδή και $\hat{A} = 30^\circ$ το ΑΓΔ ισοσκελές
ή σύγκριση τριγώνων ΑΟΔ και ΔΒΓ.