

ΜΟΥΣΙΚΟ ΣΧΟΛΕΙΟ ΜΥΤΙΛΗΝΗΣ
ΓΡΑΠΤΕΣ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ Β ΛΥΚΕΙΟΥ
ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ: 2005-06

ΘΕΜΑ 1^ο

Α. Να αποδείξετε ότι οι συντεταγμένες του μέσου $M(x,y)$ ευθύγραμμου τμήματος AB με $A(x_1,y_1)$ και $B(x_2,y_2)$ δίνονται από τους τύπους $x = \frac{x_1 + x_2}{2}$, $y = \frac{y_1 + y_2}{2}$ (μονάδες 7)

Β) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας τη λέξη Σωστό ή Λάθος δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε περίπτωση:

α) Το διάνυσμα $\vec{a}=(A,B)$ είναι παράλληλο στην ευθεία $\varepsilon:Ax+By+\Gamma=0$ (μονάδες 3)

β) η εξίσωση της εφαπτομένης της παραβολής $y^2=2px$, στο σημείο της $A(x_1,y_1)$, δίνεται από τον τύπο $yy_1=2p(x+x_1)$ (μονάδες 3)

γ) $\vec{a} // \vec{\beta} \Leftrightarrow \det(\vec{a},\vec{\beta}) \neq 0$ (μονάδες 3)

δ) η εξίσωση $Ax+By+\Gamma=0$ παριστάνει ευθεία για κάθε πραγματικό αριθμό A,B,Γ (μονάδες 3)

Γ) Να μεταφέρετε στην κόλλα σας τις παρακάτω προτάσεις ορθά συμπληρωμένες

α) Ο κύκλος με κέντρο το σημείο $K(x_0,y_0)$ και ακτίνα ρ έχει εξίσωση (μονάδες 3)

β) Η υπερβολή $\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{\beta^2} = 1$ έχει ως ασύμπτωτες τις ευθείες με εξισώσεις και (μονάδες 3)

ΘΕΜΑ 2°

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ με $|\vec{\alpha}| = 2$, $|\vec{\beta}| = 1$ και $(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = \frac{\pi}{3}$, και

το διάνυσμα $\vec{\gamma} = 3\vec{\alpha} - 2\vec{\beta}$. Να δείξετε ότι:

- α) $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = 1$ (μονάδες 7)
β) $|\vec{\gamma}| = 2\sqrt{7}$ (μονάδες 10)
γ) Να υπολογίσετε το $\vec{\alpha} \cdot \vec{\gamma}$ (μονάδες 8)

ΘΕΜΑ 3°

Δίνεται η εξίσωση $(\lambda - 2)x + (\lambda + 1)y + 2\lambda - 1 = 0$, $\lambda \in \mathbb{R}$ (1). Να δείξετε ότι:

- α) για κάθε πραγματική τιμή του λ , η (1) παριστάνει ευθεία (μονάδες 5)
β) για κάθε πραγματική τιμή του λ , οι ευθείες (1) διέρχονται από σταθερό σημείο, το οποίο να προσδιορίσετε. (μονάδες 12)
γ) να βρείτε την τιμή του λ ώστε η ευθεία, που ορίζεται από την (1) να είναι κάθετη στην ευθεία $y = 2x$. (μονάδες 8)

ΘΕΜΑ 4°

Δίνεται η εξίσωση $C: x^2 + y^2 - 2x + 6y + 9 = 0$

- α) δείξτε ότι παριστάνει κύκλο (μονάδες 6)
β) βρείτε το κέντρο και την ακτίνα του (μονάδες 8)
γ) δείξτε ότι η ευθεία $\varepsilon: y = x - 1$ δεν έχει κοινά σημεία με τον κύκλο C . (μονάδες 11)

Απαντήστε σε όλες τα θέματα.

Καλή επιτυχία!