ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Ν. ΜΑΓΝΗΣΙΑΣ - ΒΟΛΟΣ
ΤΗΛ.: 6974694944
info@eme-mag.gr, http://eme-mag.gr

ΑΡΧΙΜΗΔΗΣ
287-212 π.Χ.

GREEK MATHEMATIKAL SOCIETY
BRANCH OF MAGNESIA - VOLOS
TEL.: 6974694944
info@eme-mag.gr, http://eme-mag.gr

8ος ΤΟΠΙΚΟΣ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΓΙΑ ΜΑΘΗΤΕΣ Α΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
«Ο ΕΥΚΛΕΙΔΗΣ ΓΙΑ ΤΗΝ Α΄»
ΣΑΒΒΑΤΟ 19 ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ 2019
ΘΕΜΑΤΑ

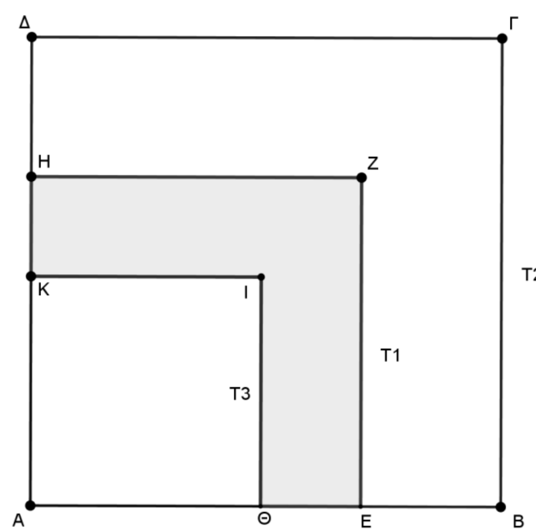
1ο ΘΕΜΑ : Δίνονται οι παραστάσεις: $A = \frac{(20^3:2^3)\cdot 2+2^4+3}{3} - 25^2$ και $B = \frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+\frac{1}{\frac{1}{7}}$

α) Να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων Α και Β.
β) Να βρείτε τον ελάχιστο φυσικό αριθμό κ ώστε οι αριθμοί: Α+κ και Β+κ, να είναι πρώτοι αριθμοί

2ο ΘΕΜΑ : Να βρείτε τους διαδοχικούς φυσικούς αριθμούς: ν, ν+1 , ν+2 (με ν≠0 και ν≤49) όταν ισχύει ότι: ο ν είναι πολλαπλάσιο του 7, ο ν+1 είναι διαιρέτης του 232 και ο ν+2 είναι πολλαπλάσιο του 3.

3ο ΘΕΜΑ : Τρία χωριά απέχουν μεταξύ τους : το Α από το Β 5 χιλιόμετρα, το Β από το Γ 4 χιλιόμετρα και το Γ από το Α 6 χιλιόμετρα.
(Τα χωριά λαμβάνονται ως σημεία, επομένως ΑΒ=5χλμ, ΒΓ=4 χλμ, ΓΑ=6 χλμ.).
Δύο ποδηλάτες ξεκινούν συγχρόνως (στις 8:00 ακριβώς) ως εξής:
Ο πρώτος ξεκινάει από το χωριό Α, κάνει τη διαδρομή περιμετρικά του τριγώνου ΑΒΓ, δηλαδή $A \to B \to \Gamma \to A \to$ και τρέχει με σταθερή ταχύτητα 20 χλμ/ώρα.
Ο δεύτερος ξεκινάει από το χωριό Γ, κάνει τη διαδρομή περιμετρικά του τριγώνου ΓΑΒ, δηλαδή $\Gamma \to A \to B \to \Gamma \to$ και τρέχει με σταθερή ταχύτητα 25 χλμ/ώρα.α) Μετά από πόσο χρόνο θα συναντηθούν; β) Σε ποιό σημείο της διαδρομής; γ) Πόσα χιλιόμετρα έχει τρέξει ο καθένας τη στιγμή της συνάντησης; δ) Πόσες φορές πέρασε από το χωριό Β ο δεύτερος ποδηλάτης;

4ο ΘΕΜΑ : Δίνονται τα τετράγωνα Τ1, Τ2, Τ3 με πλευρές του Τ1: χ cm, του Τ2: χcm+0,12m και του Τ3: χcm-0,5dm. Εάν η περίμετρος του Τ2 είναι 1680mm,
1) Να υπολογίσετε τις πλευρές των τετραγώνων σε cm.
2) Να υπολογίσετε τις περιμέτρους των σε m.
3) Να υπολογίσετε την πλευρά ενός άλλου τετραγώνου Τ, που έχει περίμετρο ίση με τα $\frac{3}{4}$ του αθροίσματος των περιμέτρων των Τ1, Τ2, Τ3 σε cm.
4) Αν τοποθετηθούν τα τετράγωνα Τ1, Τ2, Τ3 το ένα μέσα στο άλλο, ώστε να έχουν κοινή κορυφή το σημείο Α και να συμπίπτουν οι ορθές γωνίες της μίας κορυφής του καθενός (όπως περίπου στο σχήμα), να υπολογίσετε την περίμετρο του γραμμοσκιασμένου σχήματος ΗΖΕΘΙΚ σε cm.



Σχήμα Θ4

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΛΥΣΕΙΣ

1^ο^ ΘΕΜΑ : α) $A=\frac{(20^3:2^3)\cdot2+2^4+3}{3}-\ 25^2=\frac{(8000:8)\cdot2+16+3}{3}-\ 625=\frac{1000\cdot2+16+3}{3}-\ 625=\frac{2019}{3}-\ 625=\ 673-625=48$,

$$B=\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+\frac{1}{\frac{1}{7}}\ =\frac{3}{6}+\frac{2}{6}+\frac{1}{6}+7=\frac{6}{6}+7=8$$

β) Επειδή οι αριθμοί Α=48 και Β=8 είναι και οι δύο άρτιοι (ζυγοί) ο κ δεν μπορεί να είναι άρτιος.
Άρα ο κ θα πρέπει να είναι περιττός (μονός) φυσικός αριθμός.
Για κ=1 έχουμε Α+1=49, Β+1=9, όχι πρώτοι
Για κ=3 έχουμε Α+3=51, Β+3=11, ο 51 δεν είναι πρώτος αριθμός γιατί 51=3·17.
Για κ=5 έχουμε Α+5=53, Β+5=13, αυτοί είναι και οι δύο πρώτοι αριθμοί.
Άρα ο ζητούμενος αριθμός κ είναι ο 5.

2^ο^ ΘΕΜΑ : Ο αριθμός ν μπορεί να είναι ένας από τους αριθμούς 7, 14, 21, 28, 35, 42, 49.
Οπότε οι τριάδες (ν, ν+1, ν+2) που μπορούν να δημιουργηθούν είναι οι παρακάτω:
(7, 8, 9), (14, 15, 16), (21, 22, 23), (28, 29, 30) , (35, 36, 37), (42, 43, 44) και (49, 50, 51).
Ο ν+2 πρέπει να είναι πολλαπλάσιο του 3. Άρα από τις παραπάνω τριάδες μένουν οι :
(7, 8, 9), (28, 29, 30) και (49, 50, 51).
Οι διαιρέτες του 232 είναι οι : 1, 2, 4, 8, 29, 58, 116, 232. Άρα ο ν+1 είναι ο αριθμός 8 ή ο αριθμός 29.
Άρα οι τριάδες που ικανοποιεί τις προϋποθέσεις του προβλήματος είναι : (7, 8, 9) και (28, 29, 30) .

3^ο^ ΘΕΜΑ : Εφόσον ο δεύτερος ποδηλάτης τρέχει με μεγαλύτερη ταχύτητα από τον πρώτο, κάποια στιγμή θα τον φθάσει. Έστω ότι τον συναντά στο σημείο Σ της διαδρομής των. Ο πρώτος ποδηλάτης θα έχει κάνει τη διαδρομή : Α→Β→Γ→Α→Β→Γ→…..→Σ, ενώ ο δεύτερος ποδηλάτης θα έχει κάνει τη διαδρομή : Γ→Α→Β→Γ→Α→Β→Γ→…..→Σ. Δηλαδή ο δεύτερος ποδηλάτης θα έχει κάνει επί πλέον την απόσταση ΓΑ. Αυτή την απόσταση θα την καλύψει με την επιπλέον ταχύτητα που έχει δηλαδή με 25-20=5χλμ/ώρα σε χρόνο χ.
Επομένως : ΑΓ=χ·5 ή 6= χ·5 ή χ= 6:5 ή χ=1,2 ώρες.
α) Άρα θα συναντηθούν μετά από 1,2 ώρες.
β)και γ) Κατά τη στιγμή της συνάντησης ο πρώτος ποδηλάτης θα έχει κάνει : 20·1,2=24 χιλιόμετρα και ο ο δεύτερος ποδηλάτης θα έχει κάνει : 25·1,2=30 χιλιόμετρα.
Δηλαδή ο πρώτος ποδηλάτης θα έχει κάνει ΑΒ+ΒΓ+ΓΑ+ΑΒ+ΒΓ=5 +4+6+5+4= 24 χλμ και
ο δεύτερος ποδηλάτης θα έχει κάνει ΓΑ+ΑΒ+ΒΓ+ΓΑ+ΑΒ+ΒΓ=6+5 +4+6+5+4= 30 χλμ.
Άρα θα συναντηθούν στο σημείο Γ της διαδρομής.
δ) Ο δεύτερος ποδηλάτης πέρασε από το χωριό Β δύο φορές.

4^ο^ **ΘΕΜΑ :**
1) Από τα δεδομένα έχουμε ότι : περίμετρος του Τ2 = 1680 mm = 168 cm. Άρα η πλευρά α2 του Τ2 τετραγώνου είναι : α2=168:4=42 cm. Άρα α2= 42 cm.
Όμως χcm+0,12m = 42 cm , ή χcm+12 cm = 42 cm ή χcm = 42 cm - 12 cm ή χ=30.
Άρα η πλευρά α1 του Τ1 είναι : α1 = 30 cm.
Και η πλευρά α3 του Τ3 είναι : α3= χcm-0,5dm = 30cm-5cm = 25 cm.

2) Η περίμετρος του Τ1 είναι : Περίμ. Τ1=4· 30 cm=120 cm =1,2 m.

Η περίμετρος του Τ2 είναι : Περίμ. Τ2= 1680 mm=1,68 m.
Η περίμετρος του Τ3 είναι : Περίμ. Τ3=4· 25 cm=100 cm =1 m.
3) Το άθροισμα των περιμέτρων των Τ1, Τ2, Τ3 σε cm είναι : 120 cm+168 cm+100cm=388 cm.
Τα $\frac{3}{4}$ του αθροίσματος αυτού είναι : $\frac{3}{4} \cdot 388 = 291$ cm. Άρα η πλευρά του τετραγώνου Τ , η α, θα έχει μήκος : α = 291:4 = 72,75 cm.
4) Η περίμετρος του ΗΖΕΘΙΚ είναι : περιμ. ΗΖΕΘΙΚ = ΗΖ+ΖΕ+ΕΘ+ΘΙ+ΙΚ+ΚΗ = 30+30+5+25+25+5 = 120 cm. Δηλαδή είναι η περίμετρος του τετραγώνου Τ1.