

2.1 Τα κλάσματα

Ερώτηση 1

Τι ονομάζουμε κλάσμα;

Απάντηση

Η λέξη “κλάσμα” προέρχεται από την αρχαία ελληνική λέξη “κλαίω” ή “κλω” που σημαίνει κόβω, τεμαχίζω κάτι. Το κλάσμα δηλώνει ότι έχουμε ένα κομμάτι, δηλαδή ένα μέρος κάποιου πράγματος. Στα Μαθηματικά θεωρούμε ότι αυτό που μοιράζεται, μπορεί να χωριστεί σε ίσα μέρη. Έτσι, στα Μαθηματικά το “κλάσμα” πρέπει να δηλώνει σε πόσα ίσα μέρη χωρίσαμε το ολόκληρο (το “όλον”) και πόσα από αυτά πήραμε.

$$\text{Κλάσμα} = \frac{\text{πόσα μέρη πήραμε}}{\text{σε πόσα ίσα μέρη χωρίσαμε}} = \frac{\text{αριθμητής}}{\text{παρονομαστής}}$$



Παρατήρηση

- Όταν ένα μέρος ή ένα σύνολο ομοειδών αντικειμένων χωριστεί σε n ίσα μέρη, το κάθε ένα από αυτά ονομάζεται νιοστό και συμβολίζεται με το $\frac{1}{n}$.
- Κάθε τμήμα του μεγέθους ή του συνόλου αντικειμένων, που αποτελείται από k τέτοια ίσα μέρη, συμβολίζεται με το κλάσμα $\frac{k}{n}$ και διαβάζεται “κάπα νιοστά”.
- Η έννοια του κλάσματος επεκτείνεται και στην περίπτωση που ο αριθμητής είναι μεγαλύτερος από τον παρονομαστή. Τότε το κλάσμα είναι μεγαλύτερο από το 1.
- Κάθε φυσικός αριθμός μπορεί να έχει τη μορφή κλάσματος με παρονομαστή το 1.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ - ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

1

Τα κλάσματα $\frac{3}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{10}{7}$ είναι όλα μικρότερα της μονάδας;

Λύση

$$\frac{3}{2} > 1 \text{ διότι } 3 > 2 \qquad \frac{2}{3} < 1 \text{ διότι } 2 < 3$$

$$\frac{7}{8} < 1 \text{ διότι } 7 < 8 \qquad \frac{10}{7} > 1 \text{ διότι } 10 > 7$$

2

Τι κλάσμα των μαθητών της τάξης 30 μαθητών είναι οι 5 απόντες;

Λύση

Οι 5 απόντες είναι το $\frac{5}{30}$ των μαθητών της τάξης.

3

Να βρείτε ποιο μέρος του κιλού είναι τα
 α) 200 γραμμάρια β) 500 γραμμάρια
 γ) 800 γραμμάρια

8

Σε ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο η μια πλευρά του είναι 44 εκατοστά και η άλλη τα $\frac{4}{11}$ της πρώτης. Να βρείτε την περίμετρο του ορθογωνίου παραλληλογράμμου.

Λύση

Τα $\frac{11}{11}$ είναι ίσα με 44 εκατοστά. Άρα το $\frac{1}{11}$ είναι ίσο με $44 : 11 = 4$ εκατοστά. Οπότε η άλλη πλευρά είναι ίση με $4 \cdot 4 = 16$ εκατοστά.
Η περίμετρος του ορθογωνίου παραλληλογράμμου είναι ίση με $2 \cdot 44 + 2 \cdot 16 = 88 + 32 = 120$ εκατοστά.

9

Τα $\frac{2}{5}$ ενός κιλού μοσχαρίσιου κρέατος κοστίζουν 8 ευρώ. Να βρείτε πόσο κοστίζει το $\frac{1}{4}$.

Λύση

Τα $\frac{2}{5}$ του κιλού μοσχαρίσιου κρέατος κοστίζουν 8 ευρώ.
Οπότε, το $\frac{1}{5}$ του κιλού κοστίζει $8 : 2 = 4$ ευρώ.
Άρα το κιλό μοσχαρίσιο κρέας κοστίζει $5 \cdot 4 = 20$ ευρώ.
Τα $\frac{4}{4}$ του κιλού μοσχαρίσιου κρέατος κοστίζουν 20 ευρώ.
Οπότε το $\frac{1}{4}$ του κιλού κοστίζει $20 : 4 = 5$ ευρώ.

10

Να βρείτε πόσα γραμμάρια είναι:

- α. το $\frac{1}{4}$ του κιλού β. τα $\frac{3}{4}$ του κιλού
γ. τα $\frac{4}{5}$ του κιλού δ. τα $\frac{5}{20}$ του κιλού.

Λύση

Το 1 κιλό έχει 1.000 γραμμάρια.

- α. Το $\frac{4}{4}$ του κιλού είναι 1.000 γραμμάρια. Άρα το $\frac{1}{4}$ του κιλού είναι $1.000 : 4 = 250$ γραμμάρια.
β. Τα $\frac{4}{4}$ του κιλού είναι 1.000 γραμμάρια. Το $\frac{1}{4}$ του κιλού είναι 250 γραμμάρια. Άρα τα $\frac{3}{4}$ του κιλού είναι $3 \cdot 250 = 750$ γραμμάρια.
γ. Τα $\frac{5}{5}$ του κιλού είναι 1.000 γραμμάρια. Το $\frac{1}{5}$ του κιλού είναι $1.000 : 5 = 200$ γραμμάρια. Άρα τα $\frac{4}{5}$ του κιλού είναι $4 \cdot 200 = 800$ γραμμάρια.
δ. Τα $\frac{20}{20}$ του κιλού είναι 1.000 γραμμάρια. Το $\frac{1}{20}$ του κιλού είναι $1.000 : 20 = 50$ γραμμάρια. Άρα, τα $\frac{5}{20}$ του κιλού είναι $5 \cdot 50 = 250$ γραμμάρια.

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ

1

Να συμπληρώσετε τα κενά στις παρακάτω προτάσεις.

α. Κάθε φυσικός αριθμός μπορεί να έχει τη μορφή κλάσματος με το 1.

β. Όταν ο αριθμητής είναι μεγαλύτερος από τον παρονομαστή τότε το κλάσμα είναι του 1.

γ. Όταν ο αριθμητής είναι απο τον παρονομαστή τότε το κλάσμα είναι του 1.

δ. = $\frac{\text{αριθμητής}}{\text{παρονομαστής}}$

2

Να σημειώσετε ένα Χ στο κατάλληλο τετραγωνάκι.

α. Τα 600g είναι τα $\frac{6}{10}$ του κιλού.

Σωστό

Λάθος

β. Το $\frac{1}{4}$ των 250€ είναι ίσο με 65€.

γ. Το κλάσμα $\frac{3}{5}$ είναι μεγαλύτερο της μονάδας.

δ. Σε μια τάξη 40 μαθητών τα $\frac{2}{5}$ μαθαίνουν Αγγλικά.

Οι μαθητές που μαθαίνουν Αγγλικά είναι 16.

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1

Το $\frac{1}{5}$ μιας πίτσας κοστίζει 2€. Να βρείτε πόσο κοστίζουν:

α. τα $\frac{3}{5}$ της πίτσας.

β. ολόκληρη η πίτσα.

2

Τα $\frac{2}{5}$ ενός αριθμού είναι ο αριθμός 40. Να βρείτε ποιός αριθμός είναι τα $\frac{13}{20}$ του αριθμού.

3

α. Να βρείτε πόσα χρήματα είναι $\frac{6}{5}$ ενός χαρτονομίσματος 200€.

β. Να βρείτε πόσα χρήματα είναι τα $\frac{9}{10}$ ενός ποσού 2420€.

4

Για να αγοράσουμε ένα βιβλίο στο οποίο έγινε έκπτωση ίση με τον $\frac{1}{5}$ της αξίας του πληρώσαμε 12€. Να βρείτε:

α. Ποιο μέρος της αρχικής αξίας είναι τα 12€.

β. Ποιο είναι το κόστος του βιβλίου χωρίς την έκπτωση.

5

Ένα περιβόλι έχει 112 δέντρα. Από αυτά τα $\frac{4}{7}$ είναι βερυκοκιές και τα υπολοίπα αχλαδιές. Να βρείτε πόσες βερυκοκιές και πόσες αχλαδιές έχει το περιβόλι.

6

Τα $\frac{4}{11}$ των αυτοκινήτων μιας μάντρας μεταχειρισμένων αυτοκινήτων είναι 88 αυτοκίνητα. Να βρείτε πόσα είναι τα $\frac{5}{11}$ των αυτοκινήτων.

7

Ένας μανάβης αγόρασε 275 κιλά φρούτα. Από αυτά πούλησε τα 218 κιλά. Τα υπόλοιπα του σάπισαν. Να βρείτε:

α. Ποιο μέρος των φρούτων πούλησε.

β. Ποιο μέρος των φρούτων σάπισε.

8

Το γραμμοσκιασμένο μέρος των διπλών σχημάτων με ποιο κλάσμα εκφράζεται;

9

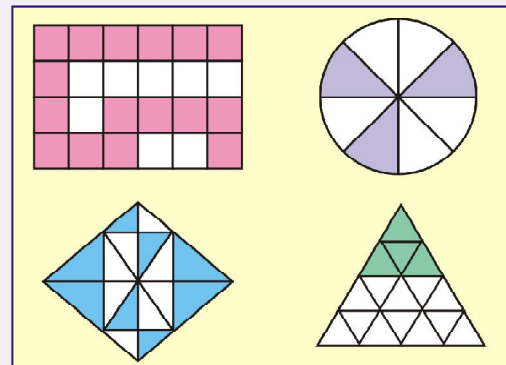
Να εκφράσετε με κλάσμα:

α. Τα 32cm του μέτρου.

γ. Τα 30m του μέτρου.

β. Τα 100m του χιλιομέτρου.

δ. Τα 7mm του ενός δεκαμέτρου.



10

Να εκφράσετε σε κλάσμα:

α. Τα 25min της ώρας.

β. Τα 650gr του ενός χιλιόγραμμου.

γ. Τις 23 ημέρες ενός έτους (όχι δίσεκτου).

- 11** Σημειώστε με x στο τετραγωνάκι σωστό, λάθος στον παρακάτω πίνακα.

ΠΡΟΤΑΣΗ	Σ	Λ
Τα 6min της ώρας είναι το $\frac{1}{10}$ της ώρας.	X	
Οι 315 ημέρες ενός έτους είναι το $\frac{315}{365}$ του έτους.		
Τα 175gr του ενός κιλού είναι τα $\frac{175}{100}$ του κιλού.		
Η 1 ημέρα του μήνα είναι $\frac{1}{31}$ του μήνα.		
Τα 21cm ενός μέτρου είναι τα $\frac{21}{1000}$ του μέτρου.		
Τα 7 δευτερόλεπτα της ώρας είναι $\frac{7}{24}$ της ώρας.		

- 12** Να συμπληρώσετε με τις σωστές απαντήσεις τον επόμενο πίνακα.

ΠΡΟΤΑΣΗ	Αποτελεσμα
Να βρείτε ποιο μέρος των 10€ αποτελούν τα 3€	
Το $\frac{1}{10}$ του μέτρου σε χιλιοστά είναι	
Ένα προϊόν αξίας 20€ πωλείται στην μισή τιμή	
Τα 4€ ποιο μέρος είναι ενός χαρτονομίσματος 100€	
Αν τα κορίτσια μιας τάξης 28 μαθητών είναι 12 ποιο μέρος της τάξης είναι	
Οι 6 μήνες ενός έτους ποιο μέρος του έτους είναι	
Τα $\frac{2}{5}$ του 10 πόσο είναι	
Το $\frac{1}{10}$ ενός αριθμού είναι 5 πόσο είναι τα $\frac{4}{10}$	
Τα $\frac{4}{5}$ της ώρας πόσα min είναι	

- 13 Ένας αγρότης έχει ετήσιο εισόδημα 12.000€ από αυτά $\frac{3}{4}$ προέρχονται από την πώληση λαδιού και τα υπόλοιπα από την πώληση αγροτικών προϊόντων. Πόσα είναι τα έσοδα από το λάδι και τα αγροτικά προϊόντα;
- 14 Η ηλικία του Γιάννη είναι τα $\frac{4}{10}$ της ηλικίας του πατέρα του που σήμερα είναι 40 χρονών. Να βρείτε:
α. Πόσων χρονών είναι ο Γιάννης.
β. Μετά πόσα χρόνια θα έχει την σημερινή ηλικία του πατέρα του.
- 15 Τα $\frac{6}{11}$ ενός αριθμού είναι 36. Να βρείτε ποιος αριθμός είναι τα $\frac{5}{6}$ του αριθμού.
- 16 Ένα εργοστάσιο απασχολεί 553 εργάτες. Από αυτούς τα $\frac{2}{7}$ είναι γυναίκες. Να βρείτε πόσοι είναι οι άνδρες.
- 17 Τα $\frac{3}{4}$ του κιλού φέτα κοστίζουν 3€. Να βρείτε πόσο κοστίζουν τα $\frac{5}{8}$ του κιλού φέτα.

ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ**ΘΕΜΑ 1**

1. Τι ονομάζουμε κλάσμα;
2. Να βρείτε ποια από τα παρακάτω κλάσματα είναι μικρότερα και ποια είναι μεγαλύτερα της μονάδας

$$\frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{8}{3}, \frac{7}{6}, \frac{21}{11}, \frac{11}{19}.$$

ΘΕΜΑ 2

1. Μια τάξη έχει 50 μαθητές. Τι κλάσμα των μαθητών της τάξης είναι οι 10 απόντες;

2. Να βρείτε ποιο μέρος του κιλού είναι
α. τα 400 γραμμάρια β. τα 600 γραμμάρια γ. τα 350 γραμμάρια
3. Σε μία τάξη το $\frac{1}{5}$ των μαθητών μαθαίνουν Αγγλικά. Να βρείτε πόσους μαθητές έχει η τάξη αν γνωρίζουμε ότι αυτοί που μαθαίνουν Αγγλικά είναι 30 άτομα.
4. Σε μία τάξη τα $\frac{4}{5}$ των μαθητών μαθαίνουν Αγγλικά. Να βρείτε πόσους μαθητές έχει η τάξη αν αυτοί που μαθαίνουν Αγγλικά είναι 60 μαθητές.

ΘΕΜΑ 3

1. Σε ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο, η μία πλευρά του είναι 55 εκατοστά και η άλλη τα $\frac{3}{11}$ της πρώτης. Να βρείτε την περίμετρο του ορθογωνίου παραλληλογράμμου.
2. Τα $\frac{2}{3}$ ενός κιλού κρέατος κοστίζουν 12 ευρώ. Να βρείτε πόσο κοστίζει το $\frac{1}{2}$.
3. Να βρείτε πόσα γραμμάρια είναι α. το $\frac{1}{5}$ β. τα $\frac{3}{5}$ γ. τα $\frac{5}{8}$ του κιλού.

ΘΕΜΑ 4

1. Τα $\frac{3}{4}$ ενός αριθμού είναι ο αριθμός 20. Να βρείτε ποιος αριθμός είναι τα $\frac{6}{5}$ του αριθμού.
2. Σε ένα βιβλίο που αγοράσαμε έγινε έκπτωση ίση με το $\frac{1}{4}$ της αξίας του και πληρώσαμε 10 ευρώ. Να βρείτε την αρχική αξία του βιβλίου.
3. Ένας λαχειοπώλης αγόρασε 200 λαχεία. Από αυτά πούλησε τα 112. Να βρείτε ποιο μέρος των λαχείων πουλήθηκε.