ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ΄ ΤΑΞΗΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΔΕΥΤΕΡΑ 10 ΙΟΥΝΙΟΥ 2013 – ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Να αποδείξετε ότι για δύο συμπληρωματικά ενδεχόμενα Α και Α΄ ισχύει:

$$P(A') = 1 - P(A).$$

Μονάδες 7

A2. Να ορίσετε το μέτρο διασποράς **εύρος** ή **κύμανση**.

Μονάδες 4

A3. Τι ονομάζεται παράγωγος μιας συνάρτησης f στο σημείο x_o του πεδίου ορισμού της;

Μονάδες 4

A4. *Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη* ***Σωστό,*** *αν η πρόταση είναι σωστή, ή* ***Λάθος,*** *αν η πρόταση είναι λανθασμένη.*

a) $\lim\limits_{x\to x_o}$ o.

(μονάδες 2)

b) $(c\cdot f(x))' = c\cdot f'(x)$

(μονάδες 2)

c) Σε μια ποσοτική μεταβλητή αντί του ραβδογράμματος χρησιμοποιείται το **διάγραμμα συχνοτήτων.**

(μονάδες 2)

d) Ένα δείγμα τιμών μιας μεταβλητής Χ χαρακτηρίζεται ομοιογενές, όταν ο συντελεστής μεταβολής ξεπερνά το 10%.

(μονάδες 2)

e) Δύο ενδεχόμενα Α και Β ενός δειγματικού χώρου Ω λέγονται ασυμβίβαστα, όταν $A \cap B \neq \varnothing$

(μονάδες 2)

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 2e^x(2x - 3)$, $x \in \mathbb{R}$

Θεωρούμε επίσης δύο ενδεχόμενα Α και Β ενός δειγματικού χώρου Ω με

$$P(A) = x_1 \text{ και } P(B) = -\frac{f(x_1)}{6\sqrt{e}}$$

όπου η f παρουσιάζει ελάχιστο στο x_1

B1. Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα.

Μονάδες 6

B2. Να αποδείξετε ότι $P(A)=\frac{1}{2}$ και $P(B)=\frac{2}{3}$.

B3. Να αποδείξετε ότι τα ενδεχόμενα Α κα
ασυμβίβαστα

Μονάδες 5

και

B4. Να αποδείξετε ότι $\frac{1}{6} \leq P(A'-B') \leq \frac{2}{3}$

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ Γ

Εξετάζουμε ένα δείγμα μεγέθους ν ως προς μία ποσοτική μεταβλητή X και ομαδοποιούμε τις παρατηρήσεις του δείγματος σε 5 ισοπλατείς κλάσεις πλάτους c, όπως φαίνεται στον παρακάτω πίνακα:

Κλάσεις	Κεντρικές τιμές x_i	$f_i\%$	F_i	$F_i\%$
[α, ·)				λ
[· , ·)				$3\lambda + 10$
[· , ·)				
[· , ·)				$\kappa\lambda^2 - 2\lambda + 10$
[· , ·)				$\kappa\lambda^2 - 3\lambda + 30$
Σύνολα				

Δίνεται ότι οι αθροιστικές σχετικές συχνότητες F_3 και F_5 είναι οι ρίζες της εξίσωσης:

$$5x^2 - 8x + 3\kappa = 0 \text{ , όπου } x \in \mathbb{R} \text{ και } \kappa \in \mathbb{R}$$

C1. Να αποδείξετε ότι $\kappa = 1$ και $\lambda = 10$

Μονάδες 8

C2. Να αποδείξετε ότι $f_1 = 10\%$, $f_2 = 30\%$, $f_3 = 20\%$, $f_4 = 30\%$ και $f_5 = 10\%$

Μονάδες 5

C3. Αν το 25% των παρατηρήσεων είναι μικρότερες του 16 και το 25% των παρατηρήσεων είναι μεγαλύτερες ή ίσες του 24, τότε να αποδείξετε ότι $\alpha = 10$ και $c = 4$

(μονάδες 4)

Στη συνέχεια να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον παραπάνω πίνακα κατάλληλα συμπληρωμένο.

(μονάδες 4)

Μονάδες 8

C4. Αν το πλήθος των παρατηρήσεων που είναι μεγαλύτερες ή ίσες του 22 είναι 800, τότε να υπολογίσετε το μέγεθος του δείγματος.

Μονάδες 4

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{x}{x^2+1} + 1$, $x \in \mathbb{R}$ και ο δειγματικός χώρος

$\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4\}$ όπου $\omega_1 = -1$, $\omega_2 = 0$ και $1 < \omega_3 < \omega_4$

Δίνονται, επίσης, οι πιθανότητες $P(\omega_i) = f(\omega_i$

1,2

και $P(\ \ _3 \quad -\frac{1}{6} \ _{x\to 1} \frac{f'(x)}{x-1}$

D1. Θεωρούμε τα ενδεχόμενα A, B και Γ του δειγματικού χώρου Ω με

$A=\{\omega \in \Omega \ / \ f'(\omega) \leq 0\}$, $B=\{\omega \in \Omega \ / \ f(\omega) > 1\}$ και

$\Gamma=\{\omega \in \Omega \ / \ x^2 + \omega x \geq -\frac{1}{4}$ για κάθε $x \in \mathbb{R}\}$

α) Να βρείτε τις πιθανότητες $P(\omega_1)$, $P(\omega_2)$, $P(\omega_3)$ και $P(\omega_4)$ (μονάδες 8)

β) Να βρείτε τις πιθανότητες $P(A)$, $P(B)$, $P(\Gamma)$ και $P(A-B)$ (μονάδες 8)

Μονάδες 16

D2. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης (ε) της γραφικής παράστασης της f, η οποία σχηματίζει με τον άξονα xx ' γωνία 45°

Μονάδες 4

D3. Αν $M_\kappa(\omega_\kappa, y_\kappa)$, κ = 1, 2, 3, 4 είναι σημεία της εφαπτομένης (ε): $y = x + 1$ με

$$2\delta_{\omega_\kappa} = \delta_{y_\kappa} \text{ και } R_{y_\kappa} = 5$$

τότε να υπολογίσετε τα ω_3 και ω_4 του δειγματικού χώρου Ω, όπου

δ_{ω_κ} : η διάμεσος των τετμημένων των σημείων M_κ ,

δ_{y_κ} : η διάμεσος των τεταγμένων των σημείων M_κ και

R_{y_κ} : το εύρος των τεταγμένων των σημείων M_κ

Μονάδες 5