

ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ - Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΤΡΙΤΗ 12 ΙΟΥΝΙΟΥ 2012

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ

ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΠΕΝΤΕ (5)

**ΘΕΜΑ Α**

**A1.** Έστω  $f(x)=c$ ,  $x \in \mathbb{R}$  και  $c$  σταθερός πραγματικός αριθμός. Να αποδείξετε ότι  $(c)'=0$

**Μονάδες 7**

**A2.** Αν  $t_1, t_2, \dots, t_n$  είναι οι παρατηρήσεις μιας μεταβλητής  $X$  ενός δείγματος μεγέθους  $n$ , τότε να ορίσετε τη μέση τιμή  $\bar{x}$  των παρατηρήσεων.

**Μονάδες 4**

**A3.** Έστω  $f$  μια συνάρτηση με πεδίο ορισμού  $A$ . Πότε λέμε ότι η συνάρτηση  $f$  παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο  $x_0 \in A$ ;

**Μονάδες 4**

**A4.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

**α)** Αν  $f_i$  είναι η σχετική συχνότητα της τιμής  $x_i$  μιας μεταβλητής  $X$ , τότε ισχύει:  $0 \leq f_i \leq 1$

**β)** Αν  $x_i$  είναι η τιμή μιας ποσοτικής μεταβλητής  $X$ , τότε η αθροιστική σχετική συχνότητα  $F_i$  εκφράζει το ποσοστό των παρατηρήσεων που είναι μεγαλύτερες της τιμής  $x_i$

**γ)** Αν τα ενδεχόμενα  $A, B, \Gamma$  ενός δειγματικού χώρου  $\Omega$  είναι ανά δύο ασυμβίβαστα, τότε ισχύει:

$$P(A \cup B \cup \Gamma) = P(A) + P(B) + P(\Gamma)$$

## ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ - Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

δ)  $(\sin x)' = \eta \mu x, x \in \mathbb{R}$

ε) Αν  $A, B$  είναι ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου  $\Omega$ , τότε το ενδεχόμενο  $A \cup B$  πραγματοποιείται, όταν πραγματοποιείται ένα τουλάχιστον από τα  $A, B$ .

**Μονάδες 10**

### **ΘΕΜΑ Β**

Οι ημέρες αδείας των υπαλλήλων μιας εταιρείας ομαδοποιούνται σε πέντε κλάσεις ίσου πλάτους, σύμφωνα με τον παρακάτω πίνακα:

Αριθμός ημερών (αδείας)	$x_i$	$v_i$	$f_i$	$N_i$	$F_i$
[6,...)		16			
[...,...)					
[...,...)					
[...,...)					
[...,26)					
<b>Σύνολο</b>					

Αν ισχύει ότι:

- στο κυκλικό διάγραμμα συχνοτήτων των ημερών αδείας το τόξο  $\alpha_1$  του κυκλικού τομέα, το οποίο αντιστοιχεί στην πρώτη κλάση, είναι  $72^\circ$ , και
- $3f_2 = 3f_5 = f_3 = f_4$ , τότε:

**B1.** Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον παραπάνω πίνακα και να τον συμπληρώσετε κατάλληλα.

**Μονάδες 8**

**B2.** Να σχεδιάσετε στο τετράδιό σας (όχι σε μιλιμετρέ) το ιστόγραμμα και το πολύγωνο συχνοτήτων.

**Μονάδες 4**

**B3.** Να βρείτε τον μέσο αριθμό ημερών αδείας και την τυπική απόκλιση του δείγματος.

(Δίνεται:  $\sqrt{25,6} \approx 5,06$ )

**Μονάδες 8**

ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ - Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

**B4.** Να βρείτε το ποσοστό των υπαλλήλων που πήραν άδεια από 12 μέχρι 25 ημέρες.

**Μονάδες 5**

**ΘΕΜΑ Γ**

Έστω  $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5\}$  ο δειγματικός χώρος ενός πειράματος τύχης και  $A = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3\}$ ,  $B = \{\omega_3, \omega_4, \omega_5\}$  δύο ενδεχόμενα του  $\Omega$ , με  $P(A) = \frac{1}{2}$ . Αν είναι  $P(\omega_1) = \alpha$ ,  $P(\omega_2) = \beta$ , με  $26\alpha^2 - 10\alpha - 2\alpha\beta + \beta^2 + 1 = 0$ ,  $P(\omega_3) = \gamma$  και η συνάρτηση  $g(x) = P(\omega_4) x^3$ ,  $x \in \mathbb{R}$ , τότε:

**Γ1.** Να αποδείξετε ότι  $\alpha = \beta = \frac{1}{5}$  και  $\gamma = \frac{1}{10}$

**Μονάδες 9**

**Γ2.** Να βρείτε το  $P(\omega_4)$ , αν η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της  $g$ , στο σημείο  $(1, g(1))$ , είναι παράλληλη προς την ευθεία  $y = x$ , και στη συνέχεια να βρείτε το  $P(\omega_5)$

**Μονάδες 6**

**Γ3.** Αν είναι  $P(\omega_4) = \frac{1}{3}$ ,  $P(\omega_5) = \frac{1}{6}$ , τότε να βρείτε την πιθανότητα των ενδεχομένων  $K$ ,  $L$ , όπου:

$K$ : «ένα μόνο από τα  $A$  και  $B$  να πραγματοποιείται»

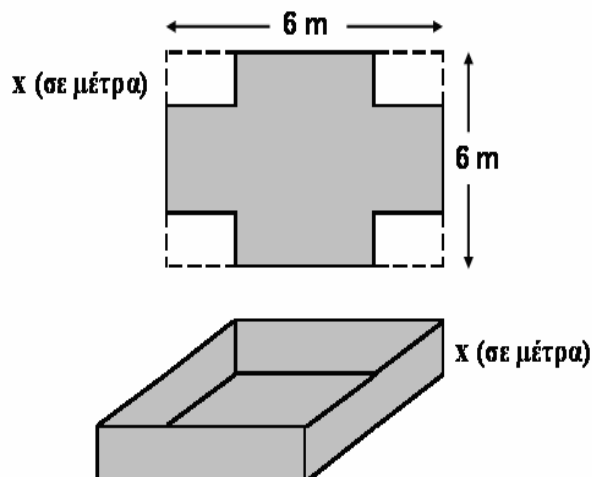
$L$ : «να πραγματοποιείται το  $A$  ή να μην πραγματοποιείται το  $B$ ».

**Μονάδες 10**

**ΘΕΜΑ Δ**

Από ένα φύλλο λαμαρίνας σχήματος τετραγώνου πλευράς 6 μέτρων κατασκευάζεται μια δεξιαμενή σχήματος ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου, ανοικτή από πάνω. Από τις γωνίες του φύλλου λαμαρίνας κόβονται τέσσερα ίσα τετράγωνα πλευράς  $x$  μέτρων,  $0 < x < 3$  και στη συνέχεια οι πλευρές της διπλώνονται προς τα επάνω, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.

## ΑΡΧΗ 4ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ - Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ



- Δ1.** Να αποδείξετε ότι ο όγκος της δεξαμενής ως συνάρτηση του  $x$  είναι

$$f(x) = 4x(3-x)^2, \quad 0 < x < 3$$

(Δίνεται ότι ο όγκος ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου διαστάσεων  $\alpha, \beta, \gamma$  είναι  $V = \alpha\beta\gamma$ ).

**Μονάδες 4**

- Δ2.** Να βρείτε για ποια τιμή του  $x$  η δεξαμενή έχει μέγιστο όγκο.

**Μονάδες 6**

- Δ3.** Να βρείτε το όριο  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x+2) - 8}{x}$

**Μονάδες 4**

- Δ4.** Θεωρούμε τις τιμές  $y_i = f(x_i)$ ,  $i = 1, 2, 3, 4, 5$  με

$1 = x_1 < x_2 < x_3 < x_4 < x_5 = 2$ , οι οποίες έχουν μέση τιμή  $\bar{y} = 12$ , τυπική απόκλιση  $s_y = 2$  και συντελεστή μεταβολής  $CV_y$ .

Να βρείτε το εύρος  $R$  των τιμών  $y_i$ ,  $i = 1, 2, 3, 4, 5$ . Στη συνέχεια να βρείτε τον αριθμό  $\alpha \in \mathbb{R}$  με  $-12 < \alpha < 0$  ο οποίος, αν προστεθεί σε καθεμιά από τις τιμές  $y_i$ , προκύπτει δείγμα με συντελεστή μεταβολής  $CV$  τέτοιον, ώστε

$$CV = 2CV_y + \frac{R}{12}$$

**Μονάδες 6**

**Δ5.** Έστω  $A, B$  δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου  $\Omega$  με ισοπίθανα απλά ενδεχόμενα. Αν είναι  $A \neq \emptyset$ ,  $B \neq \emptyset$  και  $A \subseteq B$ , να αποδείξετε ότι ισχύει:

$$\frac{P(A)}{P(B)} \leq \left( \frac{3 - P(B)}{3 - P(A)} \right)^2$$

**Μονάδες 5**

**ΟΔΗΓΙΕΣ (για τους εξεταζομένους)**

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). **Να μην αντιγράψετε** τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Δεν επιτρέπεται να γράψετε** καμιά άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας** σε όλα τα θέματα.
4. Να γράψετε τις απαντήσεις σας **μόνο** με μπλε ή **μόνο** με μαύρο στυλό. Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε μολύβι μόνο για σχέδια, διαγράμματα και πίνακες.
5. Να μη χρησιμοποιήσετε χαρτί μιλιμετρέ.
6. Κάθε απάντηση τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
7. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
8. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: 18.30.

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**

**ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**