

Μέρος 1ο - Άλγεβρα

Ερωτήσεις Θεωρίας

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 - ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ - ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ

§1.1 Η έννοια της μεταβλητής - Άλγεβρική παράσταση

1 Τι ονομάζεται αριθμητική παράσταση;

Απάντηση

Μια παράσταση που περιέχει πράξεις με αριθμούς, λέγεται **αριθμητική παράσταση**.

2 Τι ονομάζεται αλγεβρική παράσταση;

Απάντηση

Μια παράσταση που περιέχει πράξεις με αριθμούς και μεταβλητές ονομάζεται **αλγεβρική παράσταση**.

§1.2 Εξισώσεις 1^{ου} βαθμού

3 Τι συμβαίνει σε μια ισότητα, αν προσθέσουμε και στα δυο μέλη της τον ίδιο αριθμό;

Απάντηση

Αν και στα δύο μέλη μιας ισότητας **προσθέσουμε** τον ίδιο αριθμό, τότε προκύπτει και πάλι μια ισότητα.

4 Τι συμβαίνει σε μια ισότητα, αν αφαιρέσουμε και από τα δυο μέλη της τον ίδιο αριθμό;

Απάντηση

Αν και από τα δύο μέλη μιας ισότητας **αφαιρέσουμε** τον ίδιο αριθμό, τότε προκύπτει και πάλι μια ισότητα.

5 Τι συμβαίνει σε μια ισότητα, αν πολλαπλασιάσουμε και τα δυο μέλη της με τον ίδιο αριθμό;

Απάντηση

Αν και τα δύο μέλη μιας ισότητας **πολλαπλασιαστούν** με τον ίδιο αριθμό, τότε προκύπτει και πάλι μια ισότητα.

6 Τι συμβαίνει σε μια ισότητα, αν διαιρεθούν και τα δυο μέλη της με τον ίδιο αριθμό;

Απάντηση

Αν και τα δύο μέλη μιας ισότητας **διαιρεθούν** με τον ίδιο αριθμό, τότε προκύπτει και πάλι μια ισότητα.

7 Τι ονομάζεται εξίσωση;

Απάντηση

Η ισότητα που περιέχει έναν άγνωστο αριθμό x , ονομάζεται **εξίσωση**

8 Πώς λύνεται μια εξίσωση;

Απάντηση

Για να λύσουμε μια εξίσωση ακολουθούμε τα εξής βήματα:

- ⊖ Βρίσκουμε το Ε.Κ.Π. των παρονομαστών.
 - ⊖ Απαλείφουμε τους παρονομαστές.
 - ⊖ Κάνουμε πράξεις και απαλείφουμε τις παρενθέσεις.
 - ⊖ Χωρίζουμε γνωστούς από αγνώστους.
 - ⊖ Κάνουμε αναγωγή ομοίων όρων.
 - ⊖ Διαιρούμε και τα δύο μέλη με το συντελεστή του αγνώστου.
-

9 Πότε μια εξίσωση λέγεται αδύνατη;

Απάντηση

Αν μια εξίσωση είναι της μορφής $0x=a$ με $a \neq 0$, τότε λέγεται **αδύνατη**, διότι δεν έχει καμιά λύση.

10 Πότε μια εξίσωση λέγεται αόριστη ή ταυτότητα;

Απάντηση

Αν μια εξίσωση είναι της μορφής $0x=0$ τότε λέγεται **αόριστη ή ταυτότητα**, διότι έχει άπειρες λύσεις

§1.4 Επίλυση προβλημάτων με τη χρήση εξισώσεων

11 Ποια διαδικασία ακολουθούμε για να λύσουμε ένα πρόβλημα με τη βοήθεια εξίσωσης;

Απάντηση

- Διαβάζουμε καλά το πρόβλημα και διακρίνουμε τα δεδομένα και τα ζητούμενα.
- Χρησιμοποιούμε ένα γράμμα (συνήθως το x) για να εκφράσουμε τον άγνωστο αριθμό που πρέπει να προσδιορίσουμε.
- Εκφράζουμε όλα τα άλλα μεγέθη του προβλήματος με τη βοήθεια του x .
- Γράφουμε την εξίσωση του προβλήματος χρησιμοποιώντας τα δεδομένα της εκφώνησης.
- Λύνουμε την εξίσωση.
- Ελέγχουμε αν η λύση που βρήκαμε ικανοποιεί τις συνθήκες του προβλήματος.

§1.5 Ανισώσεις

12 Τι συμβαίνει σε μια ανίσωση, αν προσθέσουμε ή αφαιρέσουμε και στα δυο μέλη της τον ίδιο αριθμό;

Απάντηση

Αν και στα δύο μέλη μιας ανίσωσης **προσθέσουμε ή αφαιρέσουμε** τον ίδιο αριθμό, τότε προκύπτει και πάλι μια ανίσωση με την ίδια φορά.

13 Τι συμβαίνει σε μια ανίσωση, αν πολλαπλασιαστούν ή διαιρεθούν και τα δυο μέλη της με τον ίδιο αριθμό;

Απάντηση

- Αν και τα δύο μέλη μιας ανίσωσης πολλαπλασιαστούν ή διαιρεθούν με τον ίδιο **θετικό** αριθμό, τότε προκύπτει και πάλι μια ανίσωση με την **ίδια φορά**.
- Αν και τα δύο μέλη μιας ανίσωσης πολλαπλασιαστούν ή διαιρεθούν με τον ίδιο **αρνητικό** αριθμό, τότε προκύπτει και πάλι μια ανίσωση με την **αντίστροφη φορά**.

14 Πώς λύνεται μια ανίσωση;

Απάντηση

Για να λύσουμε μια ανίσωση ακολουθούμε τα εξής βήματα:

- ☉ Βρίσκουμε το Ε.Κ.Π. των παρονομαστών.
- ☉ Απαλείφουμε τους παρονομαστές.
- ☉ Κάνουμε πράξεις και απαλείφουμε τις παρενθέσεις.
- ☉ Χωρίζουμε γνωστούς από αγνώστους.

- ☞ Κάνουμε αναγωγή ομοίων όρων.
 - ☞ Διαιρούμε και τα δύο μέλη με το συντελεστή του αγνώστου, προσέχοντας αν ο αριθμός που διαιρούμε είναι θετικός ή αρνητικός, για να βάλουμε τη σωστή φορά στην ανίσωση.
-

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 - ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

§2.1 Τετραγωνική ρίζα μη αρνητικού αριθμού

- 15** Τι ονομάζεται τετραγωνική ρίζα ενός μη αρνητικού αριθμού a ;

Απάντηση

Τετραγωνική ρίζα ενός μη αρνητικού αριθμού a , ονομάζεται ο μη αρνητικός αριθμός ο οποίος όταν υψωθεί στο τετράγωνο μας δίνει σαν αποτέλεσμα το a . Η τετραγωνική ρίζα του a συμβολίζεται \sqrt{a} . Επομένως, αν $x \geq 0$ και $a \geq 0$, ισχύει ότι:

$$\text{αν } x = \sqrt{a} \text{ τότε } x^2 = a$$

- 16** Γιατί δεν ορίζεται η τετραγωνική ρίζα ενός αρνητικού αριθμού;

Απάντηση

Δεν ορίζεται ρίζα αρνητικού αριθμού, γιατί δεν υπάρχει αριθμός που το τετράγωνό του να είναι αρνητικός.

- 17** Ποιες είναι οι ιδιότητες της τετραγωνικής ρίζας;

Απάντηση

Οι ιδιότητες της τετραγωνικής ρίζας είναι οι εξής:

- $(\sqrt{a})^2 = a$, αν $a \geq 0$
 - $\sqrt{a^2} = |a|$, αν $a \geq 0$
 - $\sqrt{a \cdot \beta} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{\beta}$, αν $a \geq 0$ και $\beta \geq 0$
 - $\sqrt{\frac{a}{\beta}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{\beta}}$, αν $a \geq 0$ και $\beta > 0$
-

18 Ποιοι αριθμοί λέγονται άρρητοι;

Απάντηση

Άρρητοι λέγονται οι αριθμοί που δεν είναι ρητοί.

19 Ποιοι είναι οι πραγματικοί αριθμοί;

Απάντηση

Οι πραγματικοί αριθμοί, είναι όλοι οι αριθμοί που υπάρχουν στην πραγματικότητα. Δηλ. είναι το σύνολο όλων των ρητών και άρρητων αριθμών. Το σύνολο των πραγματικών αριθμών συμβολίζεται με \mathbb{R} .

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 - ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ

§3.1 Η έννοια της συνάρτησης

20 Τι ονομάζεται συνάρτηση;

Απάντηση

Συνάρτηση ονομάζεται μια ισότητα, με την οποία **κάθε τιμή** μιας μεταβλητής x αντιστοιχίζεται σε **μία μόνο** τιμή μιας μεταβλητής y .

§3.2 Καρτεσιανές συντεταγμένες - Γραφική παράσταση συνάρτησης

21 Τι ονομάζεται σύστημα συντεταγμένων;

Απάντηση

Δυο κάθετοι άξονες xx' και yy' με κοινή αρχή, αποτελούν ένα ορθογώνιο σύστημα συντεταγμένων ή απλώς σύστημα συντεταγμένων.

22 Τι ονομάζεται γραφική παράσταση μιας συνάρτησης;

Απάντηση

Έστω ότι έχουμε μία συνάρτηση με την οποία ένα μέγεθος y εκφράζεται ως συνάρτηση ενός άλλου μεγέθους x . Ονομάζουμε γραφική παράσταση της συνάρτησης αυτής το σύνολο όλων των σημείων του επιπέδου με συντεταγμένες (x, y) .

23 Πώς υπολογίζεται η απόσταση δύο σημείων του επιπέδου;

Απάντηση

Αν δίνονται δύο σημεία $A(x_1, y_1)$ και $B(x_2, y_2)$, η απόστασή τους υπολογίζεται από τον τύπο:

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

§3.3 Η συνάρτηση $y=ax$

24 Ποια είναι η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y=ax$;

Απάντηση

Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = ax$ είναι μία ευθεία που διέρχεται από την αρχή O των αξόνων.

Όταν αναφερόμαστε στην ευθεία, που είναι η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y=ax$, τότε λέμε: «η ευθεία με εξίσωση $y = ax$ » ή απλώς «η ευθεία $y = ax$ ».

Ο άξονας x είναι η ευθεία με εξίσωση $y = 0x$, δηλαδή $y = 0$.

25 Τι είναι η κλίση της ευθείας $y=ax$ και με τι ισούται;

Απάντηση

Κλίση της ευθείας $y=ax$ ονομάζεται ο αριθμός a . Αν ω είναι η γωνία που σχηματίζει η ευθεία με τον οριζόντιο άξονα, τότε για την κλίση της ευθείας ισχύει η σχέση: $a=\epsilon\phi\omega$.

§3.4 Η συνάρτηση $y=ax+\beta$

26 Ποια είναι η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y=ax+\beta$;

Απάντηση

Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = ax+\beta$ είναι μία ευθεία παράλληλη στην ευθεία με εξίσωση $y=ax$ και διέρχεται από το σημείο $(0, \beta)$ του άξονα yy' .

27 Ποια είναι η κλίση της ευθείας $y=ax+\beta$ και με τι ισούται;

Απάντηση

Η κλίση της ευθείας $y=ax+\beta$ είναι ο αριθμός a . Αν ω είναι η γωνία που σχηματίζει η ευθεία με τον οριζόντιο άξονα, τότε για την κλίση της ευθείας ισχύει η σχέση: $a=\epsilon\phi\omega$.

28 Ποια είναι η γενική μορφή εξίσωσης της ευθείας;

Απάντηση

Μια εξίσωση της μορφής $ax + by = \gamma$, με $a \neq 0$ ή $b \neq 0$ παριστάνει ευθεία. Η εξίσωση αυτή λέγεται γενική μορφή εξίσωσης ευθείας.

29 Πώς βρίσκουμε τα σημεία τομής μιας ευθείας με τους άξονες;

Απάντηση

Για να βρούμε τα σημεία τομής της ευθείας $y=ax+\beta$ με τους άξονες, ακολουθούμε τα εξής:

- **Σημεία τομής με τον xx' :** Θέτουμε $y=0$ και λύνουμε την εξίσωση που προκύπτει ως προς x
 - **Σημεία τομής με τον yy' :** Θέτουμε $x=0$ και λύνουμε την εξίσωση που προκύπτει ως προς y
-

§3.5 Η συνάρτηση $y=\frac{\alpha}{x}$ - Η υπερβολή

30 Ποια είναι η συνάρτηση που εκφράζει τα αντιστρόφως ανάλογα ποσά;

Απάντηση

Όταν δύο ποσά x και y είναι αντιστρόφως ανάλογα, τότε το γινόμενο των αντιστοίχων τιμών τους είναι σταθερό. Αν $a \neq 0$ είναι το σταθερό γινόμενο των x και y , τότε το y εκφράζεται ως συνάρτηση

του x από τον τύπο $y=\frac{\alpha}{x}$.

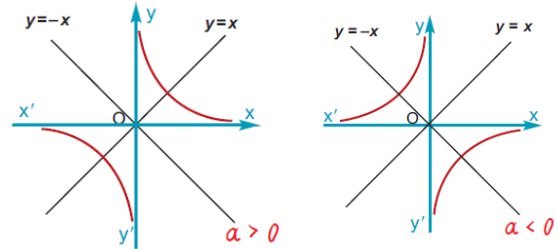
31

Ποια είναι η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = \frac{a}{x}$;

Απάντηση

Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = \frac{a}{x}$, όπου $a \neq 0$ λέγεται υπερβολή και αποτελείται από δύο κλάδους που βρίσκονται:

- Στο 1ο και στο 3ο τεταρτημόριο των αξόνων, όταν $a > 0$.
- Στο 2ο και στο 4ο τεταρτημόριο των αξόνων, όταν $a < 0$.



32

Τι ιδιότητες έχει η υπερβολή;

Απάντηση

Και στις δύο περιπτώσεις ($a > 0$ και $a < 0$) η γραφική παράσταση μιας υπερβολής έχει:

- Κέντρο συμμετρίας την αρχή O των αξόνων.
- Άξονες συμμετρίας τις διχοτόμους των γωνιών των αξόνων, δηλαδή τις ευθείες με εξισώσεις $y = x$ και $y = -x$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 - ΠΕΡΙΓΡΑΦΙΚΗ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ

§4.1 Πληθυσμός - Δείγμα

33

Τι ονομάζεται πληθυσμός στην στατιστική;

Απάντηση

Ένα σύνολο του οποίου τα στοιχεία μελετάμε ως προς κάποιο χαρακτηριστικό τους, λέγεται **πληθυσμός**.

34

Τι ονομάζεται μεταβλητή στην στατιστική;

Απάντηση

Το χαρακτηριστικό ως προς το οποίο μελετάμε τα στοιχεία ενός πληθυσμού, ονομάζεται μεταβλητή.

35 Τι ονομάζεται δείγμα; Τι είναι το μέγεθος του δείγματος;

Απάντηση

Δείγμα είναι ένα μέρος του πληθυσμού. Επειδή ο πληθυσμός συνήθως αποτελείται από μεγάλο αριθμό ατόμων, επικεντρώνουμε τη μελέτη σε ένα μέρος του πληθυσμού, δηλ. στο δείγμα. Μέγεθος του δείγματος είναι το πλήθος των ατόμων που αποτελούν το δείγμα που επιλέξαμε.

36 Τι ονομάζεται δειγματοληψία;

Απάντηση

Δειγματοληψία ονομάζεται η διαδικασία με την οποία επιλέγουμε το δείγμα που θα μελετήσουμε

37 Τι πρέπει να προσέχουμε στην επιλογή του δείγματος;

Απάντηση

Το δείγμα πρέπει να περιέχει όλες τις τάσεις και τα χαρακτηριστικά του πληθυσμού στις σωστές αναλογίες. Στην περίπτωση αυτή το δείγμα λέγεται αντιπροσωπευτικό του πληθυσμού.

38 Τι ονομάζεται απογραφή;

Απάντηση

Απογραφή ονομάζεται η διαδικασία με την οποία συγκεντρώνονται στοιχεία απ' όλα τα άτομα του πληθυσμού σε μία καθορισμένη ημερομηνία.

§4.2 Γραφικές παραστάσεις

39 Τι είναι τα εικονογράμματα;

Απάντηση

Τα εικονογράμματα είναι διαγράμματα στα οποία χρησιμοποιούμε την εικόνα ενός αντικειμένου για να δείξουμε πόσες φορές αυτό παρουσιάζεται στην έρευνά μας. Σ' ένα τέτοιο διάγραμμα, βέβαια, πρέπει να υπάρχει ο τίτλος που μας κατατοπίζει για το είδος και τη μεταβλητή της έρευνας, η κλίμακα που δείχνει τον αριθμό των αντικειμένων που παριστάνει η εικόνα καθώς και ο τίτλος κάθε στήλης.

40 Τι είναι τα ραβδογράμματα;

Απάντηση

Τα ραβδογράμματα είναι διαγράμματα στα οποία χρησιμοποιούμε ορθογώνια για να δείξουμε το πλήθος των εμφανίσεων ενός αντικειμένου στην έρευνά μας.

Σ' ένα τέτοιο ραβδόγραμμα πρέπει, βέβαια, να υπάρχουν ο τίτλος του που μας κατατοπίζει για το είδος της έρευνας και οι τίτλοι των αξόνων.

Τα ραβδογράμματα, γενικά, σχεδιάζονται εύκολα και είναι πιο ακριβή από τα εικονογράμματα.

41 Τι είναι το κυκλικό διάγραμμα;

Απάντηση

Στο κυκλικό διάγραμμα το δείγμα παριστάνεται με έναν κυκλικό δίσκο και οι τιμές της μεταβλητής με κυκλικούς τομείς διαφορετικού συνήθως χρώματος.

42 Τι είναι το χρονόγραμμα;

Απάντηση

Το χρονόγραμμα είναι διάγραμμα που χρησιμοποιούμε για να παραστήσουμε τη χρονική εξέλιξη ενός φαινομένου.

§4.3 Κατανομή συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων

43 Τι ονομάζεται συχνότητα μιας τιμής;

Απάντηση

Συχνότητα μιας τιμής, ονομάζεται το πλήθος των εμφανίσεων της τιμής αυτής μέσα στο δείγμα.

44 Τι ονομάζεται σχετική συχνότητα μιας τιμής;

Απάντηση

Για να βρούμε τη σχετική συχνότητα μιας τιμής, διαιρούμε τη συχνότητα της τιμής αυτής με το πλήθος όλων των παρατηρήσεων. Στη συνέχεια, εκφράζουμε τον αριθμό αυτό ως ποσοστό επί τοις εκατό (%).

45 Με τι ισούται το άθροισμα όλων των συχνοτήτων των τιμών ενός δείγματος;

Απάντηση

Το άθροισμα όλων των συχνοτήτων ισούται με το πλήθος των παρατηρήσεων του δείγματος.

46 Με τι ισούται το άθροισμα όλων των σχετικών συχνοτήτων ενός δείγματος;

Απάντηση

Το άθροισμα όλων των σχετικών συχνοτήτων ισούται με 100%.

§4.5 Μέση τιμή - Διάμεσος

47 Πώς υπολογίζουμε τη μέση τιμή των παρατηρήσεων ενός δείγματος;

Απάντηση

Για να βρούμε τη μέση τιμή ενός συνόλου παρατηρήσεων, προσθέτουμε όλες τις παρατηρήσεις και διαιρούμε με το πλήθος των παρατηρήσεων αυτών.

48 Πώς υπολογίζουμε τη διάμεσο ενός δείγματος;

Απάντηση

- Όταν το πλήθος των παρατηρήσεων είναι περιττός αριθμός, παίρνουμε ως διάμεσο τη μεσαία παρατήρηση.
 - Όταν το πλήθος των παρατηρήσεων είναι άρτιο, παίρνουμε ως διάμεσο το μέσο όρο των δύο μεσαίων παρατηρήσεων.
-
-

Μέρος 2ο - Γεωμετρία

Ερωτήσεις Θεωρίας

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 - ΕΜΒΑΔΑ ΕΠΙΠΕΔΩΝ ΣΧΗΜΑΤΩΝ

§1.1 Εμβαδόν επίπεδης επιφάνειας

49 Τι είναι το εμβαδόν μιας επίπεδης επιφάνειας;

Απάντηση

Το εμβαδόν μιας επίπεδης επιφάνειας είναι ένας θετικός αριθμός, που εκφράζει την έκταση που καταλαμβάνει η επιφάνεια αυτή στο επίπεδο. Ο αριθμός αυτός εξαρτάται από τη μονάδα μέτρησης επιφανειών που χρησιμοποιούμε.

§1.2 Μονάδες μέτρησης επιφανειών

50 Ποιες είναι οι μονάδες μέτρησης εμβαδού;

Απάντηση

Οι μονάδες μέτρησης εμβαδού και οι σχέσεις που τις συνδέουν, δίνονται στον παρακάτω πίνακα:

1 m² =	100 dm ² =	10.000 cm ² =	1.000.000 mm ²
	1 dm ² =	100 cm ² =	10.000 mm ²
		1 cm ² =	100 mm ²
1 mm² =	0,01 cm ² =	0,0001 dm ² =	0,000001 m ²
	1 cm ² =	0,01 dm ² =	0,0001 m ²
		1 dm ² =	0,01 m ²

§1.3 Εμβαδά επίπεδων σχημάτων

51 Πώς υπολογίζεται το εμβαδόν ενός τετραγώνου;

Απάντηση

Το εμβαδόν ενός τετραγώνου πλευράς a ισούται με a^2 .

52 Πώς υπολογίζεται το εμβαδόν ενός ορθογωνίου;

Απάντηση

Το εμβαδόν ενός ορθογωνίου με πλευρές a, β ισούται με $a \cdot \beta$.

53 Με τι ισούται το εμβαδόν ενός παραλληλογράμμου;

Απάντηση

Το εμβαδόν ενός παραλληλογράμμου είναι ίσο με το γινόμενο μίας βάσης του με το αντίστοιχο ύψος.

54 Με τι ισούται το εμβαδόν ενός τριγώνου;

Απάντηση

Το εμβαδόν ενός τριγώνου είναι ίσο με το μισό του γινομένου μιας βάσης του με το αντίστοιχο ύψος.

Ειδικά για το ορθογώνιο τρίγωνο, το εμβαδόν του ισούται με το μισό του γινομένου των δύο καθέτων πλευρών.

55 Με τι ισούται το εμβαδόν ενός τραpezίου;

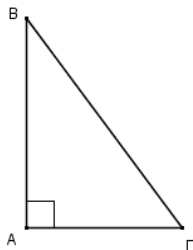
Απάντηση

Το εμβαδόν ενός τραpezίου είναι ίσο με το γινόμενο του ημιαθροίσματος των βάσεων του με το ύψος του.

§1.4 Πυθαγόρειο θεώρημα

56 Να διατυπώσετε το πυθαγόρειο θεώρημα (ορισμός – σχήμα – τύπος)

Απάντηση



Σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο, το τετράγωνο της υποτεινουσας ισούται με το άθροισμα των τετραγώνων των δύο καθέτων πλευρών.

$$B\Gamma^2 = AB^2 + A\Gamma^2$$

57 Να διατυπώσετε το αντίστροφο του πυθαγορείου θεωρήματος.

Απάντηση

Αν σε ένα τρίγωνο, το τετράγωνο της μεγαλύτερης πλευράς είναι ίσο με το άθροισμα των τετραγώνων των δύο άλλων πλευρών, τότε η γωνία που βρίσκεται απέναντι από τη μεγαλύτερη πλευρά είναι ορθή.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 - ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΑ

§2.1 Εφαπτομένη οξείας γωνίας

58 Πώς ορίζεται η εφαπτομένη μιας οξείας γωνίας;

Απάντηση

Ο λόγος που σχηματίζεται, αν διαιρέσουμε την απέναντι κάθετη πλευρά με την προσκείμενη κάθετη πλευρά μιας οξείας γωνίας ω ενός ορθογωνίου τριγώνου, είναι πάντοτε σταθερός και λέγεται **εφαπτομένη της γωνίας ω** .

Δηλ.: $\epsilon\phi\omega = \frac{\text{απέναντι κάθετη πλευρά}}{\text{προσκείμενη κάθετη πλευρά}}$

59 Με τι ισούται η κλίση της ευθείας $y=ax$;

Απάντηση

Η κλίση a της ευθείας με εξίσωση $y = ax$ είναι ίση με την εφαπτομένη της γωνίας ω , που σχηματίζει η ευθεία με τον άξονα xx' .

§2.2 Ημίτονο και συνημίτονο οξείας γωνίας

60 Πώς ορίζεται το ημίτονο μιας οξείας γωνίας;

Απάντηση

Ο λόγος που σχηματίζεται, αν διαιρέσουμε την απέναντι κάθετη πλευρά μίας οξείας γωνίας ω ενός ορθογωνίου τριγώνου δια την υποτείνουσα, είναι πάντοτε σταθερός και λέγεται **ημίτονο της γωνίας**

ω . Δηλ.: $\eta\mu\omega = \frac{\text{απέναντι κάθετη πλευρά}}{\text{υποτείνουσα}}$

61 Πώς ορίζεται το συνημίτονο μιας οξείας γωνίας;

Απάντηση

Ο λόγος που σχηματίζεται, αν διαιρέσουμε την προσκείμενη κάθετη πλευρά μίας οξείας γωνίας ω ενός ορθογωνίου τριγώνου δια την υποτείνουσα, είναι πάντοτε σταθερός και λέγεται **συνημίτονο της γωνίας ω** .

Δηλ.: $\sigma\upsilon\nu\omega = \frac{\text{απέναντι κάθετη πλευρά}}{\text{υποτείνουσα}}$

62 Τι τιμές παίρνει το ημίτονο και το συνημίτονο μιας οξείας γωνίας;

Απάντηση

Για το ημίτονο και το συνημίτονο μιας οξείας γωνίας ισχύει: $0 < \eta\mu\omega < 1$ και $0 < \sigma\upsilon\nu\omega < 1$

63 Ποια σχέση συνδέει την εφαπτομένη με το ημίτονο και το συνημίτονο μιας οξείας γωνίας;

Απάντηση

$\epsilon\phi\omega = \frac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega}$

§2.4 Τριγωνομετρικοί αριθμοί των γωνιών 30° , 45° και 60°

64 Να γράψετε τον τριγωνομετρικό πίνακα για τις γωνίες 30° , 45° και 60° .

Απάντηση

	30°	45°	60°
ημίτονο	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
συνημίτονο	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
εφαπτομένη	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 - ΜΕΤΡΗΣΗ ΚΥΚΛΟΥ

§3.1 Εγγεγραμμένες γωνίες

65 Ποια γωνία λέγεται εγγεγραμμένη;

Απάντηση

Μια γωνία $\hat{x}Ay$ που η κορυφή της A ανήκει στον κύκλο (O, ρ) και οι πλευρές της Ax, Ay τέμνουν τον κύκλο, λέγεται **εγγεγραμμένη γωνία** στον κύκλο (O, ρ) .

66 Τι ισχύει για μια εγγεγραμμένη γωνία που αντιστοιχεί σε ημικόκλιο;

Απάντηση

Κάθε εγγεγραμμένη γωνία που αντιστοιχεί σε ημικόκλιο είναι ορθή.

67 Τι σχέση έχει μια εγγεγραμμένη γωνία με την επίκεντρη που αντιστοιχεί σε ίσο τόξο;

Απάντηση

Κάθε εγγεγραμμένη γωνία ισούται με το μισό της επίκεντρης που έχει ίσο αντίστοιχο τόξο.

68 Τι ισχύει για τις εγγεγραμμένες γωνίες που βαίνουν σε ίσα ή στο ίδιο τόξο;

Απάντηση

Οι εγγεγραμμένες γωνίες ενός κύκλου που βαίνουν στο ίδιο τόξο ή σε ίσα τόξα είναι μεταξύ τους ίσες.

69 Τι σχέση έχει μια εγγεγραμμένη γωνία με το αντίστοιχο τόξο της;

Απάντηση

Κάθε εγγεγραμμένη γωνία έχει μέτρο ίσο με το μισό του μέτρου του αντίστοιχου τόξου της.

§3.2 Κανονικά πολύγωνα

70 Πότε ένα πολύγωνο λέγεται κανονικό;

Απάντηση

Ένα πολύγωνο λέγεται **κανονικό**, αν όλες οι πλευρές του είναι μεταξύ τους ίσες και όλες οι γωνίες του είναι μεταξύ τους ίσες.

71 Με τι ισούται η κεντρική γωνία ενός κανονικού n -γώνου;

Απάντηση

Η κεντρική γωνία ω ενός κανονικού n -γώνου είναι ίση με $\omega = \frac{360^\circ}{n}$.

72 Με τι ισούται η γωνία ενός κανονικού n -γώνου;

Απάντηση

Η γωνία φ ενός κανονικού n -γώνου είναι παραπληρωματική της κεντρικής γωνίας του n -γώνου.

Δηλ.: $\varphi = 180^\circ - \omega = 180^\circ - \frac{360^\circ}{n}$.

§3.3 Μήκος κύκλου

73 Με τι ισούται το μήκος ενός κύκλου (O, ρ) ;

Απάντηση

Το μήκος ενός κύκλου (O, ρ) δίνεται από τη σχέση: $L=2\pi \cdot \rho$ ή $L=\pi \cdot \delta$ (όπου δ η διάμετρος του κύκλου)

§3.5 Εμβαδόν κυκλικού δίσκου

74 Με τι ισούται το εμβαδόν ενός κυκλικού δίσκου ακτίνας ρ .

Απάντηση

Το εμβαδόν κυκλικού δίσκου ακτίνας ρ , ισούται με $E = \pi\rho^2$.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 - ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΑ ΣΤΕΡΕΑ

§4.1 Ευθείες και επίπεδα στο χώρο

75 Ποιες είναι οι σχετικές θέσεις δυο επιπέδων στο χώρο;

Απάντηση

Οι δυνατές θέσεις δύο διαφορετικών επιπέδων είναι:

- Να είναι παράλληλα.
 - Να τέμνονται κατά μία ευθεία.
-

76 Ποιες είναι οι σχετικές θέσεις δυο ευθειών στο χώρο;

Απάντηση

Όταν έχουμε δύο διαφορετικές ευθείες ϵ και ζ , οι μόνες δυνατές θέσεις που μπορεί να έχουν είναι:

- Να είναι παράλληλες, δηλαδή να ανήκουν στο ίδιο επίπεδο και να μην έχουν κανένα κοινό σημείο.
 - Να τέμνονται, δηλαδή να έχουν ένα μόνο κοινό σημείο.
 - Να είναι ασύμβατες, δηλαδή να ανήκουν σε διαφορετικά επίπεδα και να μην έχουν κανένα κοινό σημείο.
-

77 Ποιες είναι οι σχετικές θέσεις ευθείας και επιπέδου στο χώρο;

Απάντηση

Οι δυνατές θέσεις μιας ευθείας και ενός επιπέδου είναι:

- Η ευθεία να περιέχεται στο επίπεδο.
 - Η ευθεία να είναι παράλληλη στο επίπεδο.
 - Η ευθεία να τέμνει το επίπεδο σε ένα σημείο.
-

78 Πότε μια ευθεία είναι κάθετη σε ένα επίπεδο;

Απάντηση

Μια ευθεία είναι κάθετη σε ένα επίπεδο, όταν είναι κάθετη σε δύο ευθείες του που διέρχονται από το ίχνος της.

§4.2 Στοιχεία και εμβαδόν πρίσματος και κυλίνδρου

79 Με τι ισούται το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας ενός πρίσματος;

Απάντηση

Το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας ενός πρίσματος ισούται με το γινόμενο της περιμέτρου της βάσης του επί το ύψος του πρίσματος. Δηλαδή:

$$E_{\pi} = (\text{περίμετρος βάσης}) \cdot (\text{ύψος})$$

80 Με τι ισούται το ολικό εμβαδόν ενός πρίσματος;

Απάντηση

Το ολικό εμβαδόν ενός πρίσματος ($E_{ολ}$) είναι το άθροισμα του εμβαδού της παράπλευρης επιφάνειας E_{π} και των εμβαδών E_{β} των δύο βάσεων.

$$\text{Δηλαδή: } E_{ολ} = E_{\pi} + 2E_{\beta}$$

81 Με τι ισούται το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας ενός κυλίνδρου;

Απάντηση

Το εμβαδόν E_{π} της παράπλευρης επιφάνειας ενός κυλίνδρου ισούται με την περίμετρο της βάσης (που είναι ίση με $2\pi r$) επί το ύψος του κυλίνδρου. Δηλαδή

$$E_{\pi} = (\text{περίμετρος βάσης}) \cdot (\text{ύψος}) \text{ ή } E_{\pi} = 2\pi r \cdot \upsilon$$

82 Με τι ισούται το ολικό εμβαδόν ενός πρίσματος;

Απάντηση

Το ολικό εμβαδόν $E_{ολ}$ ενός κυλίνδρου ισούται με το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας E_{π} και τα εμβαδά E_{β} των δύο βάσεων. Δηλαδή:

$$E_{ολ} = E_{\pi} + 2E_{\beta}$$

§4.3 Όγκος πρίσματος και κυλίνδρου

83 Με τι ισούται ο όγκος ενός κυλίνδρου;

Απάντηση

Ο όγκος ενός κυλίνδρου ισούται με το γινόμενο του εμβαδού της βάσης του επί το ύψος, δηλαδή:

$$\text{Όγκος} = (\text{Εμβαδόν βάσης}) \cdot (\text{ύψος})$$

84 Με τι ισούται ο όγκος ενός πρίσματος;

Απάντηση

Ο όγκος ενός πρίσματος ισούται με το γινόμενο του εμβαδού της βάσης του επί το ύψος, δηλαδή:

$$\text{Όγκος} = (\text{Εμβαδόν βάσης}) \cdot (\text{ύψος})$$

§4.4 Η πυραμίδα και τα στοιχεία της

85 Τι λέγεται πυραμίδα;

Απάντηση

Πυραμίδα λέγεται ένα στερεό, που μία έδρα του είναι ένα πολύγωνο και όλες οι άλλες έδρες του είναι τρίγωνα με κοινή κορυφή.

86 Πότε μια πυραμίδα λέγεται κανονική;

Απάντηση

Μια πυραμίδα λέγεται κανονική, αν η βάση της είναι κανονικό πολύγωνο και η προβολή της κορυφής της στη βάση είναι το κέντρο του κανονικού πολυγώνου.

87 Τι λέγεται απόστημα μιας πυραμίδας;

Απάντηση

Όταν η πυραμίδα είναι κανονική, τότε η παράπλευρη επιφάνειά της αποτελείται από ίσα μεταξύ τους ισοσκελή τρίγωνα, τα οποία έχουν όλα ίσες βάσεις και ίσα ύψη. Καθένα από αυτά τα ύψη λέγεται **απόστημα** της κανονικής πυραμίδας.

88 Με τι ισούται το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας μιας πυραμίδας;

Απάντηση

$$E_{\Pi} = \frac{1}{2} (\text{περίμετρος βάσης}) \cdot \text{απόστημα.}$$

89 Με τι ισούται ο όγκος μιας πυραμίδας;

Απάντηση

$$V = \frac{1}{3} \cdot (\text{Εμβαδόν βάσης}) \cdot (\text{ύψος})$$

§4.6 Η σφαίρα και τα στοιχεία της

90 Τι λέγεται σφαίρα;

Απάντηση

Σφαίρα λέγεται το στερεό σώμα που παράγεται, αν περιστρέψουμε ένα κυκλικό δίσκο (Ο, ρ) γύρω από μία διάμετρό του.

91 Με τι ισούται το εμβαδόν της σφαίρας;

Απάντηση

Το εμβαδόν της επιφάνειας μιας σφαίρας ισούται με το εμβαδόν τεσσάρων μεγίστων κύκλων της.
Δηλ.: $E=4\pi\rho^2$.

92 Με τι ισούται ο όγκος της σφαίρας;

Απάντηση

Ο όγκος της σφαίρας είναι: $V=\frac{4}{3}\pi\rho^3$
