

ΜΕΤΡΗΣΗ ΤΗΣ ΜΑΓΝΗΤΙΚΗΣ ΑΛΛΗΛΕΠΙΔΡΑΣΗΣ

Δημ.Σκλαβενίτης, φυσικός
1^ο Εσπερινό Γενικό Λύκειο Πειραιά

Το πείραμα πραγματοποίησαν οι μαθητές
Δάμπασης Βασίλης και Μανάι Ντορίνα

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Οι μαγνητικές ιδιότητες των υλικών οφείλονται στην στροφορμή των ηλεκτρονίων κατά την περιφορά τους γύρω από τον πυρήνα και επίσης στην ιδιοπεριστροφή τους, το σπιν. Τόσο η τροχιακή στροφορμή όσο και εκείνη του σπιν, προσδίνουν στο ελεύθερο άτομο μια συνολική μαγνητική ροπή που η τιμή της προβλέπεται από την κβαντομηχανική. Στα σιδηρομαγνητικά υλικά, όπως ο σίδηρος, το κοβάλτιο και το νικέλιο, τα γειτονικά άτομα αλληλεπιδρούν με τέτοιο τρόπο ώστε τα σπιν των μη συμπληρωμένων εσωτερικών φλοιών να προσανατολίζονται παράλληλα, ενάντια στα φαινόμενα της θερμικής αταξίας. Τα άτομα αυτά συγκροτούν τις μαγνητικές περιοχές. Όταν ένα σιδηρομαγνητικό υλικό βρεθεί σε μαγνητικό πεδίο, οι μαγνητικές περιοχές προσανατολίζονται παράλληλα προς το πεδίο με αποτέλεσμα τη δημιουργία ενός μόνιμου μαγνήτη.

Στο Λύκειο οι μαθητές διδάσκονται τη δύναμη Coulomb. Η ηλεκτροστατική έλξη μικρών αντικειμένων αν και διαπιστώνεται σχετικά εύκολα, δεν μπορεί να μετρηθεί άμεσα διότι οι ηλεκτρικές δυνάμεις είναι πολύ μικρές. Αντίθετα, η αλληλεπίδραση δύο μαγνητών είναι έντονη και εντυπωσιακή. Στα σχολικά βιβλία δεν υπάρχει μια ποσοτική έκφραση για τη δύναμη αυτή, και δικαιολογημένα, γιατί αυτό προϋποθέτει την εισαγωγή νέων μεγεθών και προσεγγίσεων.

Στην εργασία αυτή θα εξαγάγουμε ένα μαθηματικό μοντέλο για τη δύναμη αυτή και θα το ελέγξουμε πειραματικά.

2. ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ

Πώς εξαρτάται η δύναμη αλληλεπίδρασης μεταξύ δύο μαγνητών από την απόστασή τους; Μπορούμε να κατασκευάσουμε ένα μαθηματικό μοντέλο που να στηρίζεται σε εύλογες υποθέσεις της φυσικής και να περιγράφει ποσοτικά την σχέση δύναμης-απόστασης; Ποια είναι τα μακροσκοπικά μεγέθη που χαρακτηρίζουν, με βάση το μοντέλο μας, ένα μαγνήτη; Πώς θα μετρήσουμε τη δύναμη αλληλεπίδρασης με όργανα του Εργαστηρίου, ώστε να ελέγξουμε τις υποθέσεις μας;

3. ΤΙ ΠΕΡΙΜΕΝΟΥΜΕ

Σχετικά με τα παραπάνω ερωτήματα ζητήθηκε από 25 μαθητές της Γ' τάξης Εσπερινού Λυκείου να απαντήσουν στα εξής δύο ερωτήματα. Πρώτον να αποδώσουν γραφικά την αναμενόμενη σχέση ελκτικής δύναμης-απόστασης. Δεύτερον να γράψουν μια σχέση που, πολύ χοντρικά, να δείχνει την εξάρτηση αυτή. Για το πρώτο ερώτημα 15 απαντήσεις ήταν ικανοποιητικές ενώ 3 απαντήσεις περιέγραφαν τη ζητούμενη εξάρτηση, με μια φθίνουσα μη γραμμική σχέση. Ένας μαθητής και μια μαθήτρια προθυμοποιήθηκαν να πραγματοποιήσουν το κατάλληλο πείραμα.

4. ΤΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟ ΜΟΝΤΕΛΟ

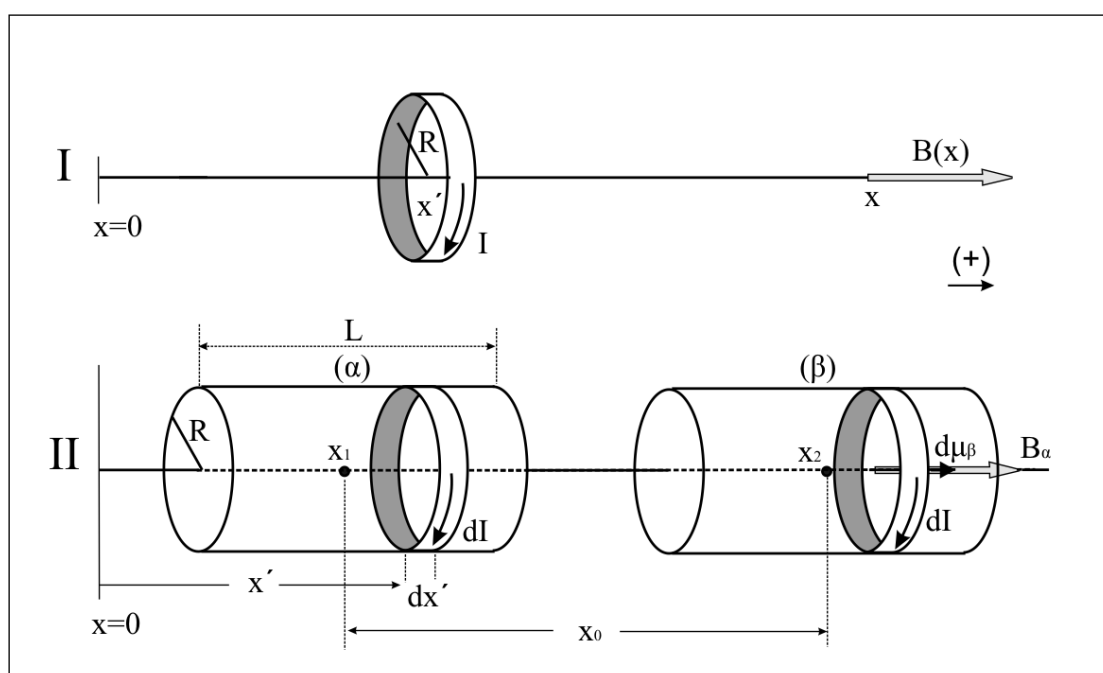
Η δύναμη μεταξύ δύο ραβδόμορφων μαγνητών, κατά τον άξονά τους, μπορεί να περιγραφεί ποσοτικά αν το πεδίο κάθε μαγνήτη εξομοιωθεί με το πεδίο στο εξωτερικό ενός πηνίου. Κάθε μαγνήτης μπορεί, προσεγγιστικά, να θεωρηθεί ως μια διάταξη πολύ λεπτών κυκλικών ρευματοφόρων αγωγών, που ο ένας τοποθετείται δίπλα στον άλλον, σχηματίζοντας ένα πηνίο που είναι, ουσιαστικά, η κυλινδρική επιφάνεια του μαγνήτη. Προς τούτο θεωρούμε ότι στην επιφάνεια κάθε μαγνήτη υπάρχει ένα επιφανειακό κυκλικό ρεύμα που η ένταση του ανά μονάδα μήκους του μαγνήτη συμβολίζεται με $J(A/m)$. (Το J οφείλεται κατ' αρχήν στην κίνηση των ηλεκτρονίων και ονομάζεται επιφανειακή πυκνότητα ρεύματος μαγνήτισης.) Έτσι, έχοντας αντιστοιχίσει σε έναν ραβδόμορφο μαγνήτη ένα πηνίο που διαρρέεται από ρεύμα, μπορούμε να υπολογίσουμε την ελκτική δύναμη μεταξύ δύο μαγνητών, κατά

τον άξονά τους. Η εξαγωγή της τελικής σχέσης γίνεται σε τρία βήματα που, πολύ συνοπτικά, είναι:

Βήμα 1^ο. Θεωρούμε ένα κυκλικό αγωγό ακτίνας R που διαρρέεται από ρεύμα I . Ο άξονας xx' είναι κάθετος στο επίπεδο του αγωγού και διέρχεται από το κέντρο του κύκλου που βρίσκεται στη θέση x' , Σχ.2I. Το μαγνητικό πεδίο που δημιουργεί ο αγωγός είναι το πεδίο ενός διπόλου. Με το νόμο Biot-Savart μπορούμε να υπολογίσουμε το πεδίο αυτό στο τυχαίο σημείο x του άξονα:

$$B(x) = \frac{\mu_0 I R^2}{2((x-x')^2 + R^2)^{3/2}} \quad (1)$$

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Henri / m}$, είναι η μαγνητική διαπερατότητα του κενού. Η σχέση αυτή θα μας χρειαστεί για τον καθορισμό του πεδίου ενός κυλινδρικού μαγνήτη κατά τον άξονά του. Στο Σχ.2II οι δύο όμοιοι μαγνήτες, (α) και (β), μήκους L και ακτίνας R , τοποθετούνται με τα κέντρα τους στα σημεία x_1 και x_2 του άξονα.



Σχήμα 1

Ένας στοιχειώδης κυκλικός αγωγός του μαγνήτη (α) που βρίσκεται στη θέση x' έχει απειροστό πάχος dx' και διαρρέεται από ρεύμα έντασης $dI = J dx'$. Το μαγνητικό πεδίο σε τυχαίο σημείο x του άξονα, θα προκύψει ως το άθροισμα των πεδίων από αυτούς τους κυκλικούς αγωγούς που αποτελούν το μαγνήτη. Με βάση τη σχέση (1), το πεδίο που δημιουργεί ο μαγνήτης (α) πάνω στον άξονα είναι:

$$B_\alpha(x) = \frac{\mu_0 J R^2}{2} \int_{x_1-L/2}^{x_1+L/2} \frac{dx'}{((x-x')^2 + R^2)^{3/2}} \quad (2)$$

και όμοια το πεδίο του (β):

$$B_{\beta}(x) = \frac{\mu_0 J R^2}{2} \int_{x_2-L/2}^{x_2+L/2} \frac{dx'}{\left((x-x')^2 + R^2\right)^{3/2}}.$$

Βήμα 2^ο. Έχοντας υπολογίσει το μαγνητικό πεδίο των δύο μαγνητών (πηνίων), θα προσδιορίσουμε τη δυναμική ενέργεια αλληλεπίδρασής τους. Οι δύο μαγνήτες έλκονται λόγω του προσανατολισμού τους. Όπως και πριν, θεωρούμε ότι οι μαγνήτες αποτελούνται από μεγάλο πλήθος κυκλικών ρευματοφόρων αγωγών, έκαστος των οποίων έχει πάχος dx και διαρρέεται από ρεύμα $dI = J dx$. Κάθε στοιχειώδης αγωγός του μαγνήτη (β) δημιουργεί μια απειροστή μαγνητική ροπή $d\bar{\mu}_{\beta}$ μέτρου $d\mu_{\beta} = \pi R^2 J dx$, η οποία βρίσκεται στο πεδίο του (α) και έχει δυναμική ενέργεια $dU(x) = -\bar{B}_{\alpha}(x) d\bar{\mu}_{\beta}$. Αυτό ισχύει εφ' όσον το πεδίο στη θέση x και στην επιφάνεια του ρευματοφόρου αγωγού, είναι ομογενές. Πράγμα που αληθεύει, προσεγγιστικά, αν η επιφάνεια του κυκλικού αγωγού είναι πολύ μικρή ή, ισοδύναμα, όταν η μεταξύ των μαγνητών απόσταση είναι μεγάλη συγκριτικά με την ακτίνα τους¹. Αθροίζοντας τις παραπάνω απειροστές ενέργειες βρίσκουμε τη δυναμική ενέργεια αλληλεπίδρασης των δύο μαγνητών, που θα εξαρτάται από τις θέσεις τους x_1 , x_2 και τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά τους. (Στην έκφραση αυτή δεν συμπεριλαμβάνεται η δυναμική ενέργεια των μαγνητών λόγω της αλληλεπίδρασης με τον εαυτό τους, διότι αυτή θα συνεισφέρει με μια σταθερή ποσότητα ανεξάρτητη των x_1 και x_2 .)

$$U(x_1, x_2) = - \int_{x_2-L/2}^{x_2+L/2} B_{\alpha}(x) \pi R^2 J dx.$$

Βήμα 3^ο. Οι μαγνητοστατικές δυνάμεις είναι συντηρητικές. Από τη δυναμική ενέργεια προκύπτει η ελκτική δύναμη:

$$F(x_0) = -\frac{dU}{dx_0}, \quad x_0 = x_2 - x_1.$$

Οι παραπάνω ολοκληρώσεις υπολογίζονται αναλυτικά. Το τελικό αποτέλεσμα είναι:

$$F(x_0) = \frac{\mu_0 \mu^2}{2\pi R^2 L^2} \left(\frac{x_0 - L}{\sqrt{R^2 + (x_0 - L)^2}} - \frac{2x_0}{\sqrt{R^2 + x_0^2}} + \frac{x_0 + L}{\sqrt{R^2 + (x_0 + L)^2}} \right). \quad (3)$$

Στην τελευταία σχέση μ είναι η μαγνητική ροπή των μαγνητών:

$$\mu = \pi R^2 L J.$$

Όπως περιμέναμε, η δύναμη εξαρτάται από την απόσταση x_0 μεταξύ των μέσων των μαγνητών. Γίνεται απολύτως μέγιστη για $x_0 = L$, οπότε οι μαγνήτες έρχονται σε επαφή και τείνει στο μηδέν καθώς $x_0 \rightarrow \infty$.

Το μοντέλο που αναπτύξαμε χαρακτηρίζεται από τα εξής μακροσκοπικά μεγέθη:

- τη μαγνητική ροπή μ (Am^2)
- το μήκος L (m) και
- την ακτίνα R (m).

Τόσο το μήκος L όσο και η ακτίνα R δεν ταυτίζονται, αναγκαστικά, με τις γεωμετρικές διαστάσεις των μαγνητών. Στην επόμενη παράγραφο θα εξετάσουμε πειραματικά κατά πόσο η παραπάνω εξομοίωση ενός μαγνήτη με ένα πηνίο και οι προσεγγίσεις που έγιναν, περιγράφουν ικανοποιητικά την αλληλεπίδραση δύο μαγνητών, αν δηλ. με κατάλληλη επιλογή των παραμέτρων μ , L και R η σχέση (3) ικανοποιείται από πειραματικές μετρήσεις.

5. ΤΟ ΠΕΙΡΑΜΑ

Πραγματοποιήθηκε (από δύο μαθητές) πείραμα για την άμεση μέτρηση της ελκτικής δύναμης μεταξύ δύο μαγνητών ως συνάρτηση της μεταξύ τους απόστασης. Χρησιμοποιήθηκαν τρία ζεύγη μαγνητών:

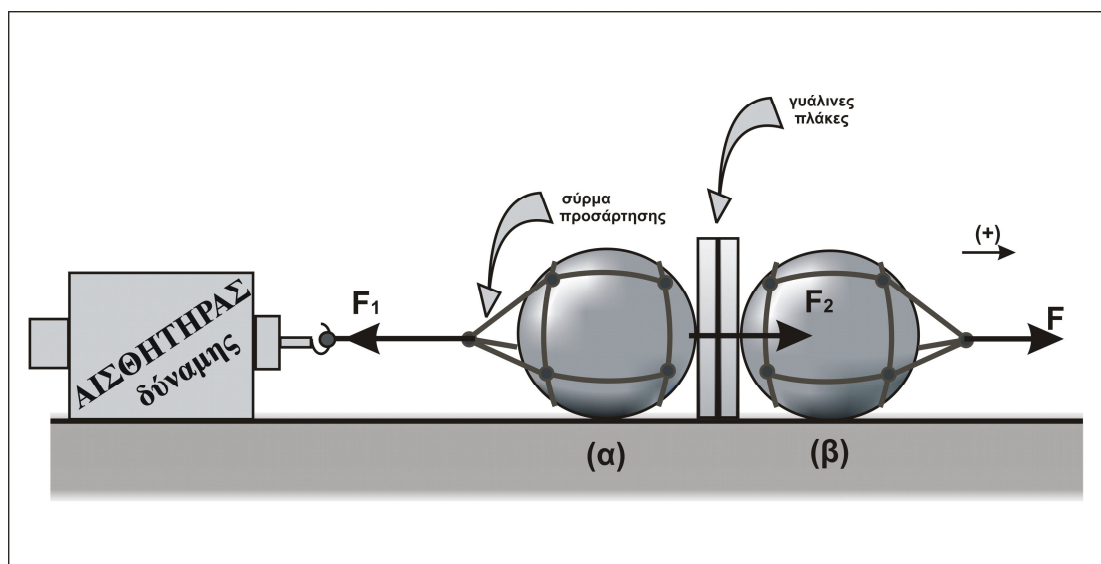
- Το πρώτο ήταν δύο μαγνήτες σφαιρικού σχήματος, διαμέτρου $24,8\text{mm}$ και μάζας $41,4\text{g}$ ο καθένας (οι μαγνήτες αυτοί πωλούνται σαν παιχνίδι λόγω του χαρακτηριστικού θορύβου που κάνουν όταν συγκρούονται κατά την ελκτική τους κίνηση).

- Το δεύτερο ζευγάρι ήταν δύο κυλινδρικοί μαγνήτες μήκους $25,7\text{mm}$, διαμέτρου 5mm και μάζας $3,7\text{g}$. (Οι μαγνήτες αυτοί, με πλαστικό κάλυμμα και την ονομασία Supermag, πωλούνται ως παιχνίδι κατασκευών από την εταιρεία PlasWood. Για το πείραμα αφαιρέσαμε το πλαστικό.)

- Το τρίτο ζευγάρι ήταν ένας σφαιρικός και ένας κυλινδρικός μαγνήτης από τους παραπάνω.

Οι δύο μαγνήτες κρατούνται σε συγκεκριμένη μεταξύ τους απόσταση με τη βοήθεια λεπτών γυάλινων πλακών (των αντικειμενοφόρων πλακών του μικροσκοπίου), που έχουν σταθερό πάχος $1,1\text{mm}$ η καθεμιά. Ο αριθμός των πλακών καθορίζει την απόσταση των μαγνητών. Οι δυνάμεις μετρώνται άμεσα με τον αισθητήρα δύναμης DT019-2 του Multilog και οι μετρήσεις αποθηκεύονται με το λογισμικό DB_Lab.

Στο Σχ.2 φαίνεται η πειραματική διάταξη για την περίπτωση των σφαιρικών



Σχήμα 2

μαγνητών. Ο μαγνήτης (α) συγκρατείται με λεπτό χάλκινο σύρμα από το άγκιστρο του αισθητήρα και διαχωρίζεται από τον (β) με τις αντικειμενοφόρους πλάκες. Κρατάμε τον αισθητήρα σταθερό και ασκούμε τη δύναμη F στο μαγνήτη (β)

τείνοντας να τον αποσπάσουμε από τον (α). Στο Σχ.2 φαίνονται οι οριζόντιες δυνάμεις (F_1 και F_2) που ασκούνται στον μαγνήτη (α) τη στιγμή που αποσπάται ο (β) (έχουμε αγνοήσει τη στατική τριβή). Ο αισθητήρας, για την εκάστοτε απόσταση που καθορίζεται από τον αριθμό των πλακών, καταγράφει τις τιμές της F_1 πριν και μετά την απόσπαση του (β). Η μέγιστη από τις τιμές αυτές ισούται με την ασκούμενη μεταξύ των μαγνητών έλξη. Κάθε μέτρηση επαναλαμβάνεται πέντε φορές.

Στις μετρήσεις υπεισέρχονται δύο συστηματικά σφάλματα:

- Το πρώτο σχετίζεται με το σχεδιασμό του πειράματος και, όπως φάνηκε από την παραπάνω περιγραφή, έχει να κάνει με την παράλειψη της στατικής τριβής. Καθώς ασκούμε την F , το σύρμα που συνδέει τον μαγνήτη (α) με τον αισθητήρα τεντώνεται, ο μαγνήτης ακινητοποιείται και στις επόμενες καταστάσεις ισορροπίας και ακινησίας καταγράφονται οι τιμές της F_1 , μέχρι την απόσπαση του μαγνήτη (β). Λόγω της λείας επιφάνειας φαίνεται εύλογο να παραλείψουμε τη στατική τριβή. Διαφορετικά, το πείραμα θα έπρεπε να σχεδιαστεί ώστε οι μαγνήτες να μην ακουμπούν στο δάπεδο (π.χ κρεμασμένοι κατάλληλα). Στο πείραμα με τους κυλινδρικούς μαγνήτες δεν έχουμε επαφή των μαγνητών με το οριζόντιο επίπεδο.

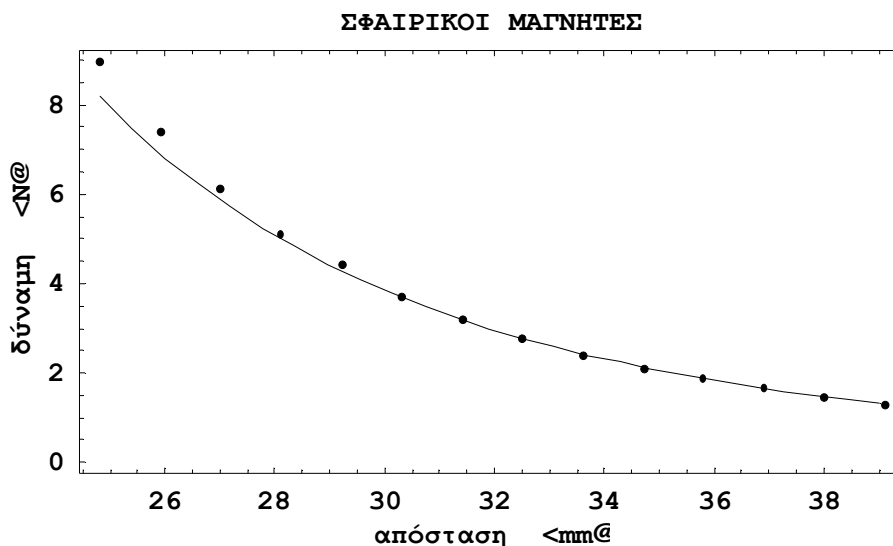
- Το δεύτερο σφάλμα σχετίζεται με τον αισθητήρα της δύναμης. Παρατηρήσαμε ότι ενώ δεν ασκείτο καμία δύναμη, πριν την εφαρμογή της F και μετά την απόσπαση του μαγνήτη, ο αισθητήρας έδειχνε μια μικρή τιμή ($F_{\text{ΠΙΠΙΝ}}$ και $F_{\text{ΜΕΤΑ}}$) αντί μηδέν, είχαμε δηλ. μια μετατόπιση του μηδενός. (Επίσης παρατηρήσαμε ότι η ένδειξη αυτή άλλαζε ανάλογα με την κατακόρυφη κλίση του αισθητήρα.) Πιθανόν το σφάλμα αυτό να οφείλεται στο μικρό βάρος του άγκιστρου και στην παραμένουσα, ενδεχομένως, παραμόρφωση του πιεζοηλεκτρικού αισθητήρα. Ως παράδειγμα, λάβαμε τις (απόλυτες) τιμές: $F_{\text{ΠΙΠΙΝ}}=0,275\text{ N}$, $F_1=2,311\text{ N}$ και $F_{\text{ΜΕΤΑ}}=0,155\text{ N}$. Λόγω αυτής της συστηματικής μετατόπισης του μηδενός αφαιρούμε από την παραπάνω τιμή της F_1 το ημίαθροισμα $(F_{\text{ΠΙΠΙΝ}} + F_{\text{ΜΕΤΑ}})/2$. Οι τιμές αυτές αναγράφονται στους παρακάτω πίνακες. Το x_0 είναι η απόσταση μεταξύ των μέσων των μαγνητών. Η ελάχιστη τιμή του x_0 αντιστοιχεί σε επαφή των μαγνητών.

Πείραμα 1 σφαιρικοί μαγνήτες		Πείραμα 2 κυλινδρικοί μαγνήτες		Πείραμα 3 σφαιρικός - κυλινδρικός μαγνήτης	
x_0 (mm)	$ F_1 (N)$	x_0 (mm)	$ F_1 (N)$	x_0 (mm)	$ F_1 (N)$
24,8	8,99	25,7	8,60	25,3	4,13
25,9	7,42	26,8	4,24	26,4	3,07
27,0	6,13	27,9	2,38	27,5	2,35
28,1	5,14	29,0	1,48	28,6	1,84
29,2	4,43	30,1	0,95	29,7	1,52
30,3	3,72	31,2	0,68	30,8	1,23
31,4	3,21	32,3	0,48	31,9	1,02
32,5	2,79	33,4	0,30	33,0	0,84
33,6	2,41			34,1	0,72
34,7	2,11			35,2	0,60
35,8	1,90			36,3	0,52
36,9	1,70				
38,0	1,48				
39,1	1,29				

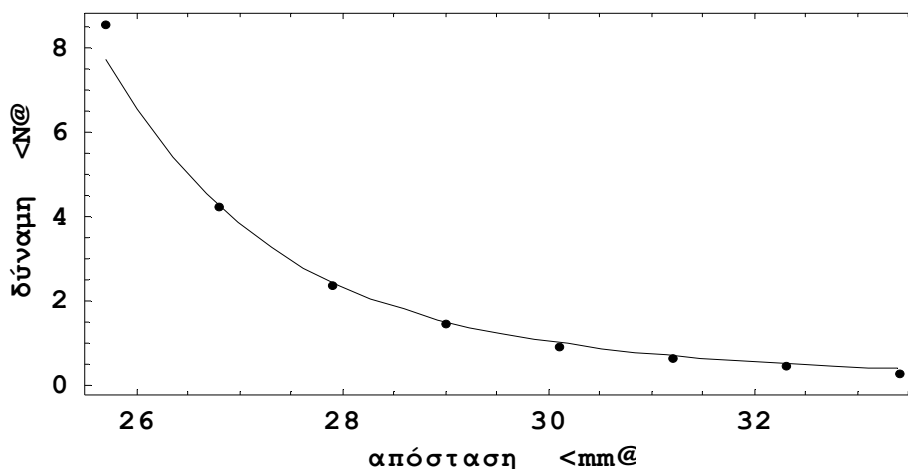
Για τα πειράματα 1 και 2 επιλέγονται, δοκιμαστικά, οι παράμετροι μ , L και R ώστε να έχουμε το καλύτερο ταιρίασμα μεταξύ των πειραματικών σημείων και της σχέσης (3). Οι τρεις διαθέσιμες παράμετροι φαίνεται να παρέχουν αρκετή ευελιξία για την προσαρμογή της θεωρητικής συνάρτησης με τις μετρήσεις. (Εν τούτοις, με ανεξάρτητο πείραμα μπορούμε να έχουμε μια τάξη μεγέθους για το μ : Με τον αισθητήρα μέτρησης του μαγνητικού πεδίου μετράμε το B σε ορισμένη απόσταση από το άκρο του μαγνήτη και από τη σχέση (2) υπολογίζουμε το J .) Επιδιώκουμε «οπτική» προσαρμογή της θεωρητικής καμπύλης με τα πειραματικά σημεία και κυρίως για τα μεγάλα x_0 , όπου η προσέγγιση του ομογενούς πεδίου ισχύει περισσότερο. Στο Σχ.3 φαίνονται οι γραφικές παραστάσεις για τις εξής τιμές:

ΕΞΑΓΟΜΕΝΑ - φυσικά χαρακτηριστικά των μαγνητών

	σφαιρικός μαγνήτης ακτίνα=12,4 mm μάζα=41,4 g	κυλινδρικός μαγνήτης μήκος=25,7 mm ακτίνα=2,5 mm μάζα=3,7 g
μ (Am^2)	2,19	0,46
L (mm)	13,4	24,8
R (mm)	8,9	2,4



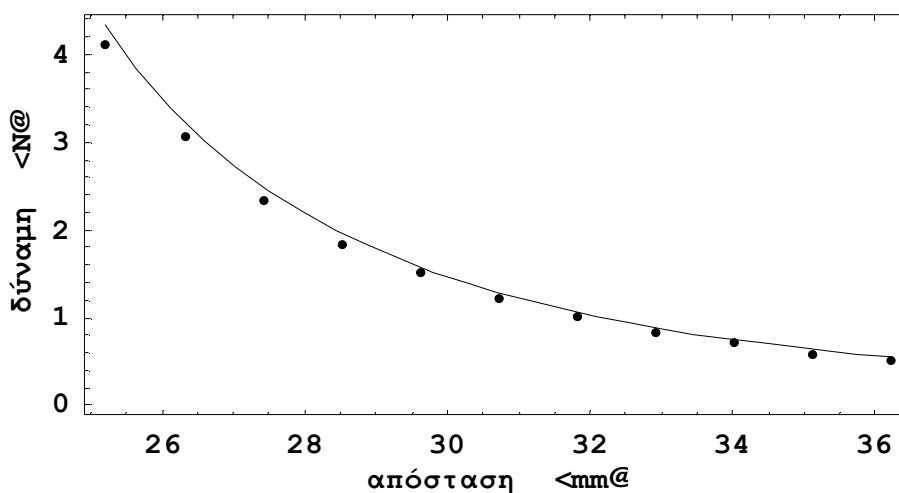
ΚΥΛΙΝΔΡΙΚΟΙ ΜΑΓΝΗΤΕΣ



Σχήμα 3

Με το τρίτο πείραμα ελέγχουμε, ουσιαστικά, τις τιμές που βρήκαμε με τα προηγούμενα δύο. Στην περίπτωση αυτή όμως εμφανίζεται ένα πρόβλημα: Όταν οι μαγνήτες είναι διαφορετικοί (σφαιρικός-κυλινδρικός) ο τύπος (3) δεν ισχύει και θα πρέπει να υπολογίσουμε ξανά το μαγνητικό πεδίο, τη δυναμική ενέργεια και τη δύναμη F_1 που θα εξαρτάται, εκτός από το x_0 , και από τα μήκη L_1 , L_2 , τις ακτίνες R_1 , R_2 και τα J_1 , J_2 των δύο μαγνητών. Επιπλέον η εφαρμογή της σχέσης $dU(x) = -\vec{B}_\alpha(x) d\vec{\mu}_\beta$ στην περίπτωση διαφορετικών μαγνητών, οδηγεί σε έναν τύπο για τη δύναμη αλληλεπίδρασης για τον οποίο δεν ισχύει ο νόμος δράσης-αντίδρασης. Αυτό είναι επακόλουθο της υπόθεσης για το ομογενές πεδίο². Έτσι μπορούμε να θεωρήσουμε ως δυναμική ενέργεια αλληλεπίδρασης την ποσότητα $dU(x) = -(\vec{B}_\alpha(x) d\vec{\mu}_\beta + \vec{B}_\beta(x) d\vec{\mu}_\alpha)/2$. Τα αντίστοιχα ολοκληρώματα υπολογίζονται αναλυτικά και ο αντίστοιχος τύπος για τη δύναμη είναι αρκετά πολύπλοκος. Στη γραφική παράσταση, Σχ.4, φαίνονται τα αποτελέσματα.

ΣΦΑΙΡΙΚΟΣ! ΚΥΛΙΝΔΡΙΚΟΣ



Σχήμα 4

6. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Ο καθορισμός του πεδίου ενός μαγνήτη προϋποθέτει γνώση της κατανομής της μαγνητισής του και εφαρμογή κατάλληλης προσεγγιστικής μεθόδου. Στην παρούσα εργασία φαίνεται ότι υπάρχει ικανοποιητική συμφωνία μεταξύ μοντέλου και πειραματικών μετρήσεων όταν οι μαγνήτες δεν βρίσκονται σε σχετικά μεγάλη απόσταση, ενώ οι αποκλίσεις είναι εμφανείς όταν οι μαγνήτες πλησιάζουν και έρχονται σε επαφή. Οι αποκλίσεις αυτές οφείλονται:

1. Κυρίως στην βασική υπόθεση ότι ο κάθε μαγνήτης εξομοιώνεται με ένα μαγνητικό δίπολο-πηνίο. Ιδιαίτερα στην περίπτωση των σφαιρικών μαγνητών, η υπόθεση αυτή φαίνεται να μην ευσταθεί αρκετά. Προσθήκη επιπλέον διπόλων στο μαθηματικό μοντέλο, η εξομοίωση δηλ. ενός μαγνήτη με όχι ένα αλλά περισσότερα πηνία και άρα η εισαγωγή επιπλέον διαθέσιμων σταθερών, ίσως έδινε ικανοποιητικότερα αποτελέσματα αλλά το μοντέλο θα έχανε σε απλότητα.
2. Στην υπόθεση ότι το πεδίο είναι κατά προσέγγιση ομογενές, κατά το κάθετο στον άξονα επίπεδο, τουλάχιστον στην έκταση των μαγνητών. Αυτό φαίνεται στις αποκλίσεις των μετρήσεων όταν οι μαγνήτες βρίσκονται σε μικρή απόσταση, όπου ασφαλώς το πεδίο δεν είναι ομογενές.
3. Στα συστηματικά σφάλματα που προαναφέρθηκαν του πειράματος.

¹ Το πεδίο δεν μπορεί να είναι απολύτως ομογενές στα επίπεδα yz έστω και σε μικρή απόσταση από τον άξονα xx' . Μια μικρή συνιστώσα B_y , κάθετη στον άξονα xx' , επιβάλλεται από το νόμο του Gauss για τον μαγνητισμό: Σε μια απειροστή απόσταση Δy από τον άξονα η συνιστώσα αυτή προκύπτει να είναι $B_y \cong (dB/dx)\Delta y/2$. Σ' αυτήν ακριβώς τη συνιστώσα του πεδίου οφείλεται η δύναμη που ασκείται σε κάθε στοιχειώδη κυκλικό αγωγό. Επίσης με εφαρμογή της παραπάνω έκφρασης μπορεί κανείς να εξάγει τη σχέση (3) για τη συνολική δύναμη, χωρίς τη χρήση της δυναμικής ενέργειας.

² Βλ. O. D. Jefimenko, Direct calculation of electric and magnetic forces from potentials, Am. J. Phys. 58 (7), 1990, όπου για την υπολογιζόμενη δύναμη μεταξύ δύο πηνίων δεν ισχύει δράση = αντίδραση. Η αυθαίρετη επιλογή $dU(x) = -(\bar{B}_\alpha(x)d\bar{\mu}_\beta + \bar{B}_\beta(x)d\bar{\mu}_\alpha)/2$ εξασφαλίζει τη συμμετρία δράσης-αντίδρασης, ενώ οδηγεί στη σωστή σχέση, $dU(x) = -\bar{B}_\alpha(x)d\bar{\mu}_\beta$, όταν οι μαγνήτες είναι όμοιοι.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- 1 Φυσική, Hugh D. Young, Εκδ. Παπαζήση, 1994, κεφ. 29.
- 2 ΦΥΣΙΚΗ Γεν. Παιδείας, Β' τάξης ΟΕΔΒ, 2002, κεφ. 3.3.2.