

Σημειώσεις και Ασκήσεις στους λογικούς τελεστές

Οι μέχρι τώρα γνωστοί τελεστές είναι :

οι αριθμητικοί τελεστές :

+ , - , * , / , ^ , div , mod

και οι συγκριτικοί τελεστές :

> , < , (>=) , (<=) , (< >) , =

Τι είναι λογικές συνθήκες – εκφράσεις :

Μία λογική συνθήκη είναι μια έκφραση η οποία αποτελείται από σταθερές, μεταβλητές, αριθμητικές εκφράσεις και συγκριτικούς τελεστές. Ελέγχεται και εκτιμάται ή ως Αληθής ή ως Ψευδής.

Τι είναι οι λογικοί τελεστές και τις λογικές πράξεις :

Αρκετές φορές μια συνθήκη περιέχει ή αποτελείται από αποφάσεις που βασίζονται σε περισσότερα από ένα κριτήρια (συνθήκες). Ο συνδυασμός αυτών των κριτηρίων (συνθηκών) καθορίζει και τις “λογικές” πράξεις που μπορούν να γίνουν μεταξύ διαφορετικών συνθηκών με αποτέλεσμα τη δημιουργία **σύνθετων** λογικών συνθηκών. Έχουμε λοιπόν :

Λογική πράξη	Λογικός τελεστής
Άρνηση	ΟΧΙ
Σύζευξη	ΚΑΙ
Διάζευξη	Η

Η λογική πράξη **ΟΧΙ** είναι Αληθής όταν η πρόταση που την ακολουθεί είναι Ψευδής και αντιστρόφως.

Η λογική πράξη **ΚΑΙ** είναι Αληθής όταν **και οι δύο** προτάσεις είναι αληθείς.

Η λογική πράξη **Η** είναι Αληθής όταν **οποιαδήποτε από τις δύο** προτάσεις είναι αληθής.

Ο πίνακας αλήθειας δύο Συνθηκών A, B για τις τρεις λογικές πράξεις :

Συνθήκη A	Συνθήκη B	A και B (Σύζευξη)	A ή B (Διάζευξη)	Όχι A (Άρνηση)
Αληθής	Αληθής	Αληθής	Αληθής	Ψευδής
Αληθής	Ψευδής	Ψευδής	Αληθής	Ψευδής
Ψευδής	Αληθής	Ψευδής	Αληθής	Αληθής
Ψευδής	Ψευδής	Ψευδής	Ψευδής	Αληθής

Ιεραρχία των λογικών πράξεων :

Όπως στις αριθμητικές πράξεις, έτσι και στις λογικές πράξεις υπάρχει ιεραρχία η οποία είναι :

1. Άρνηση (**ΟΧΙ**)
2. Σύζευξη (**ΚΑΙ**)
3. Διάζευξη (**Η**)

Σε πολλές όμως περιπτώσεις, ένα ζεύγος παρενθέσεων μπορεί να δώσει προτεραιότητα σε μια πράξη χαμηλότερης ιεραρχίας, όπως συμβαίνει και στις αριθμητικές πράξεις.

Π.χ. η πράξη **όχι** $8 > 5$ **και** $6 > 10$ **ή** $4 > 1$ δίνει Αληθής: όχι A και Ψ ή A ... Ψ και Ψ ή A ... Ψ ή A, ενώ η **όχι** $8 > 5$ **και**($6 > 10$ **ή** $4 > 1$) δίνει Ψευδής: όχι A και (Ψ ή A) ... Ψ και (Ψ ή A) ... Ψ και A.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ διαβαθμισμένης ΕΜΠΕΔΩΣΗΣ και ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ

1) Έστω X και Y είναι μεταβλητές με τιμές 4 και 8 αντίστοιχα, να χαρακτηριστεί καθεμία από τις ακόλουθες λογικές συνθήκες ως αληθής (Α) ή ψευδής (Ψ).

- α) $X > Y$
- β) $X + 4 > Y$
- γ) $X - Y < 0$
- δ) $X + Y - 7 <> 0$
- ε) $X^2 \text{ mod } 2 > 2$
- στ) $(X+Y) \text{ div } 2 = 5$
- ζ) $X - Y > X^2 - Y^2$
- η) $X < Y^2/14+1$
- θ) $X-8 \geq -2*X$

2) Δίνονται οι τιμές των μεταβλητών $A=9$, $B=4$, $\Gamma = -2$ και $\Delta = -1$. Να χαρακτηρίσετε κάθε μία από τις παρακάτω εκφράσεις – συνθήκες, αν είναι ΑΛΗΘΗΣ ή ΨΕΥΔΗΣ

1. $B \text{ DIV } 5 < 0$
2. $A \text{ DIV } 9 = \Gamma + 3$
3. $B \text{ MOD } \Delta = 1$
4. $A \text{ MOD } B \geq -\Gamma$
5. $A + B \text{ MOD } 3 = 10$
6. $(A+B) \text{ MOD } 3 = 10$
7. $A * 2 - B ^ 2 \leq (\Gamma + A) / \Delta * 2$
8. $B \text{ DIV } (A + \Gamma) <> \Delta + 1$
9. $A * \Gamma - \Delta \geq - (17 \text{ MOD } A)$
10. $B * \Delta + 3 \leq (A * \Gamma - 2) / \Delta$

3) Να γράψετε τους αριθμούς της Στήλης Α και δίπλα τα γράμματα της Στήλης Β που αντιστοιχούν σωστά. (σε κάποιους τελεστές της Στήλης Α αντιστοιχούν περισσότερα από ένα σύμβολα της Στήλης Β).

Στήλη Α Τελεστές	Στήλη Β Σύμβολα
<ol style="list-style-type: none"> 1. αριθμητικός τελεστής 2. λογικός τελεστής 3. συγκριτικός τελεστής 	<ul style="list-style-type: none"> α. < β. MOD γ. * δ. ΟΧΙ ε. = στ. Η ζ. / η. ΚΑΙ θ. DIV ι. <> κ. ^

4) Να γράψετε τους αριθμούς της Στήλης Α και δίπλα το γράμμα της Στήλης Β που αντιστοιχεί σωστά.

Στήλη Α	Στήλη Β
1. "ΨΕΥΔΗΣ"	α. λογικός τελεστής
2. ΚΑΙ	β. πραγματική μεταβλητή
3. $\beta < 8$	γ. συνθήκη
4. αριθμός_υπολογιστών	δ. λογική σταθερά
5. \geq	ε. συγκριτικός τελεστής
6. ΑΛΗΘΗΣ	στ. χαρακτήρας
7. Ύψος αθλητή	ι. ακέραια μεταβλητή

5) Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα αλήθειας δύο συνθηκών **A**, **B** και των τριών λογικών πράξεων. (εξετ. 2001)

Συνθήκη A	Συνθήκη B	A Η B (Διάζευξη)	A ΚΑΙ B (Σύζευξη)	ΟΧΙ A (Άρνηση)
Ψευδής	Ψευδής			
Ψευδής	Αληθής			
Αληθής	Ψευδής			
Αληθής	Αληθής			

6) Δίνεται ο πίνακας αλήθειας:

Συνθήκη A	Συνθήκη B	όχι B (Άρνηση)	A και B (Σύζευξη)	A ή B (Διάζευξη)
Ψευδής	Αληθής			
Ψευδής	Ψευδής			

Να συμπληρώσετε κατάλληλα τις κενές θέσεις του. (εξετ. Εσπ. 2002)

7) Να συμπληρώσετε κατάλληλα τις κενές θέσεις. (εξετ. Εσπ. 2006)

A	B	(ΟΧΙ A) Ή B	A ΚΑΙ B	A Ή B
ΨΕΥΔΗΣ	ΑΛΗΘΗΣ			
ΑΛΗΘΗΣ	ΨΕΥΔΗΣ			

8) Αν $X=15$, $Y=-3$ και $Z=2$, να γράψετε στο τετράδιό σας τις ακόλουθες εκφράσεις χρησιμοποιώντας μία από τις λέξεις **ΑΛΗΘΗΣ** ή **ΨΕΥΔΗΣ**. (εξετ. Εσπ. 2005)

- α) $X > Z$
 β) **ΟΧΙ** $(X+Y > 8)$
 γ) $(X > Y)$ **ΚΑΙ** $(Z < 3)$
 δ) $(X > 10)$ **Ή** $((Y > 2)$ **ΚΑΙ** $(Z > Y))$

9) Η τιμή A της βαθμολογίας σε ένα θέμα μπορεί να πάρει τις τιμές από 0 μέχρι και 20. (Το 0 και το 20 είναι επιτρεπτές τιμές). Ποια από τις παρακάτω λογικές εκφράσεις ελέγχει αυτή τη συνθήκη ; (εξετ. Επταν. 2002)

- i. $A \geq 0$ ή $A \leq 20$
 ii. $A \geq 0$ και $A \leq 20$
 iii. $A \geq 20$ και $A \leq 0$
 iv. $A \geq 0$ και $A < 20$

10) Δίδονται οι τιμές των μεταβλητών $A=5$, $B=7$ και $\Gamma=-3$. Να χαρακτηρίσετε στο τετράδιό σας κάθε έκφραση που ακολουθεί αν είναι αληθής ή αν είναι ψευδής. (εξετ. 2004)

1. **ΟΧΙ** $(A+B < 10)$
 2. $(A \geq B)$ **Ή** $(\Gamma < B)$
 3. $((A > B)$ **ΚΑΙ** $(\Gamma < A))$ **Ή** $(\Gamma > 5)$
 4. **(ΟΧΙ** $(A < B))$ **ΚΑΙ** $(B+\Gamma < 2 \cdot A)$

11) Αν $X=3$, $\Psi=-2$ και $Z=-1$, να χαρακτηρίσετε στο τετράδιό σας τις παρακάτω συνθήκες χρησιμοποιώντας μία από τις λέξεις **ΑΛΗΘΗΣ** ή **ΨΕΥΔΗΣ**. (εξετ. Επταν. 2005)

- Συνθήκη Α. $(X+\Psi) \cdot Z > 0$
 Συνθήκη Β. $(X-\Psi) \cdot Z = -5$
 Συνθήκη Γ. $X \cdot Z > 0$
 Συνθήκη Δ. $Z > \Psi$

Να συμπληρώσετε στο τετράδιό σας τον παρακάτω πίνακα με τις τιμές των λογικών πράξεων μεταξύ των προτάσεων A, B, Γ, Δ.

Λογική Πράξη	Αποτέλεσμα
A ή B	
A ή Γ	
Γ και Δ	
A και Δ	

όχι A	
όχι B	
Όχι (A ΚΑΙ B)	
Όχι (A Η (Γ και Δ))	
(A και B) ή (Γ και Δ)	
(A ή B) και (Γ ή Δ)	
(A και Γ) και (B ή Δ)	
(A ή Γ) και (B και Δ)	
(A και Δ) ή (B ή Γ)	
(A ή Δ) ή (B και Γ)	

12) Αν $\alpha = 5$, $\beta = 7$ και $\gamma = 10$, να χαρακτηρίσετε στο τετράδιό σας τις παρακάτω συνθήκες χρησιμοποιώντας μία από τις λέξεις ΑΛΗΘΗΣ ή ΨΕΥΔΗΣ. (εξετ. 2006)

Συνθήκη Α. (όχι ($\alpha + 2 \geq \beta$)) ή $\beta + 3 = \gamma$

Συνθήκη Β. $\alpha + 2 * \beta < 20$ και $2 * \alpha = \gamma$

13) Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας συμπληρωμένο τον παρακάτω πίνακα αληθείας. (εξετ. Επαν.2008)

A	B	(ΟΧΙ A) ΚΑΙ (ΟΧΙ B)	((ΟΧΙ A) ΚΑΙ B) Ή (A ΚΑΙ (ΟΧΙ B))
Ψευδής	Ψευδής		
Ψευδής	Αληθής		
Αληθής	Ψευδής		
Αληθής	Αληθής		

14) Δίνεται το παρακάτω τμήμα αλγορίθμου:

Z ← ΨΕΥΔΗΣ

X ← ΑΛΗΘΗΣ

Ψ ← ΨΕΥΔΗΣ

A ← X ΚΑΙ (Ψ Ή Z)

B ← (ΟΧΙ A) ΚΑΙ (ΟΧΙ Z)

T ← (B Ή X) ΚΑΙ ΟΧΙ(Z ΚΑΙ B Η A)

Να γράψετε στο τετράδιό σας τις τιμές των μεταβλητών A και B μετά την εκτέλεση του παραπάνω τμήματος αλγορίθμου. (ΕΠΑΝ ΕΣΠ 2008)

15) Δίνονται οι τιμές των μεταβλητών $A=3$, $B=1$, $\Gamma=15$ και η παρακάτω

έκφραση: (ΟΧΙ ($A + B * 3 > 10$)) ΚΑΙ ($\Gamma \text{ MOD } (A - B) = 1$)

Να υπολογίσετε την τιμή της έκφρασης αναλυτικά ως εξής:

α. Να αντικαταστήσετε τις μεταβλητές με τις τιμές τους.

β. Να εκτελέσετε τις αριθμητικές πράξεις.

γ. Να αντικαταστήσετε τις συγκρίσεις με την τιμή ΑΛΗΘΗΣ, αν η σύγκριση είναι αληθής, ή την τιμή ΨΕΥΔΗΣ, αν είναι ψευδής.

δ. Να εκτελέσετε τις λογικές πράξεις, ώστε να υπολογίσετε την τελική τιμή της έκφρασης.

(εξετ. Επαν.2009)

ΓΕΝΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ με ΛΟΓΙΚΕΣ ΣΥΝΘΗΚΕΣ

1. Να διατυπώσετε σε λογικές εκφράσεις τις παρακάτω προτάσεις

- i. Το α ανήκει στο διάστημα $[-8, 6)$
- ii. Το α είναι μικρότερο του 0 ή μεγαλύτερο του 15
- iii. Το β είναι ίσο με το $\alpha + 1$ και β μικρότερο του γ
- iv. Το α δεν έχει την τιμή 10
- v. Το β είναι μικρότερο του 5 ή το α είναι μεγαλύτερο του 25
- vi. Τα α και β είναι αληθή και το γ ψευδές
- vii. το α ψευδές και ένα από τα β, γ αληθές

2. Σημειώστε (Αληθής ή Ψευδής) τα αποτελέσματα των πράξεων αν οι τιμές των μεταβλητών είναι: $A = 10, B = 2, \Gamma = -4, \Delta = 9$ και $E = 1$

- i. $(A > B)$ ή $(\Delta = 10)$
- ii. $(\Delta \geq B)$ και $(E \leftrightarrow \Gamma)$
- iii. όχι $(E \leq \Gamma)$ ή $(\Delta \leq \Gamma)$
- iv. όχι $((B \leq \Gamma)$ και $(\Delta < 2))$
- v. όχι (όχι $(B \leq E)$ ή όχι $(\Gamma \leq B))$
- vi. $((E \leq A)$ και $(E \geq \Gamma))$ και όχι $(\Gamma \geq A)$
- vii. όχι (όχι $(A \geq 2)$ και $(\Gamma \leftrightarrow 9)$)

3. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα

	A	Τελεστής	B	Αποτέλεσμα
i.	αληθής	και		αληθής
ii.	ψευδής	ή		αληθής
iii.		και	αληθής	ψευδής
iv.		όχι		αληθής
v.	αληθής	ή		

4. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα

α	β	γ	$(\alpha > \beta)$ και $(\gamma < 0)$	$(\alpha = 3)$ ή $(\beta \geq 2)$	όχι $(\alpha \geq 2)$ και $(\gamma \leftrightarrow \beta)$	$((\alpha \leftrightarrow \beta)$ και $(\gamma < 2))$ ή $(\alpha > 4)$
3	4	2				
5	7	-1				
0	2	7				
-5	4	4				
9	-3	1				

5. Έστω τέσσερις απλές λογικές συνθήκες $\Sigma 1, \Sigma 2, \Sigma 3$ και $\Sigma 4$. Να υπολογίσετε την τιμή της σύνθετης λογικής συνθήκης ($\Sigma 1$ ή $\Sigma 2$) και όχι ($\Sigma 3$) ή $\Sigma 2$ και $\Sigma 4$ για τις παρακάτω τιμές των απλών συνθηκών:

- i) $\Sigma 1 =$ αληθής, $\Sigma 2 =$ ψευδής, $\Sigma 3 =$ αληθής, $\Sigma 4 =$ ψευδής
- ii) $\Sigma 1 =$ ψευδής, $\Sigma 2 =$ αληθής, $\Sigma 3 =$ ψευδής, $\Sigma 4 =$ αληθής

6. Να τροποποιήσετε τις παρακάτω λογικές συνθήκες έτσι ώστε να δίνουν το ίδιο αποτέλεσμα για οποιαδήποτε τιμή των μεταβλητών α , β , και γ , χρησιμοποιώντας διάζευξη στη θέση της σύζευξης

- i) $\alpha > \beta$ και $\alpha = \gamma$
- ii) $\alpha = \beta$ και $\alpha > \gamma - \beta$
- iii) $\alpha = \beta$ και $\gamma < \beta$
- iv) $\alpha < \beta$ και $\alpha \geq \beta$

7. Να τροποποιήσετε τις παρακάτω λογικές συνθήκες έτσι ώστε να δίνουν το ίδιο αποτέλεσμα για οποιαδήποτε τιμή των μεταβλητών α , β , και γ , χωρίς να χρησιμοποιείται η άρνηση

- i) όχι ($\alpha > \beta$ και $\alpha = \gamma$)
- ii) όχι ($\alpha = \beta$ ή $\alpha < \gamma - \beta$)
- iii) όχι ($\alpha < \beta$ και $\gamma \geq \beta$)
- iv) όχι ($\alpha < \beta$) και όχι ($\alpha \geq \beta$)
- v)

8. Η καταγραφή αθλητών πρωταθλήματος σε υπολογιστή ανά κατηγορίες, σας ζητά να γράψετε τις σωστές συνθήκες που δηλώνουν τους αθλητές :

- A. Είναι ψηλότεροι από 1.90
- B. Το ύψος τους είναι μεταξύ του 1.90μ και 2
- Γ. Είναι ψηλότεροι από 2.10 και κοντύτεροι από 1.80
- Δ. Το ύψος τους είναι ίσο με 1.85 ή ίσο με 2.00 ή ίσιο με 2.05
- E. Το ύψος τους είναι μεταξύ του 2.05 και του 2.15 ή έχουν ύψος 2.18
- Z. Το ύψος τους είναι μεταξύ του 1.95 και του 2.10, αλλά δεν είναι 1.97