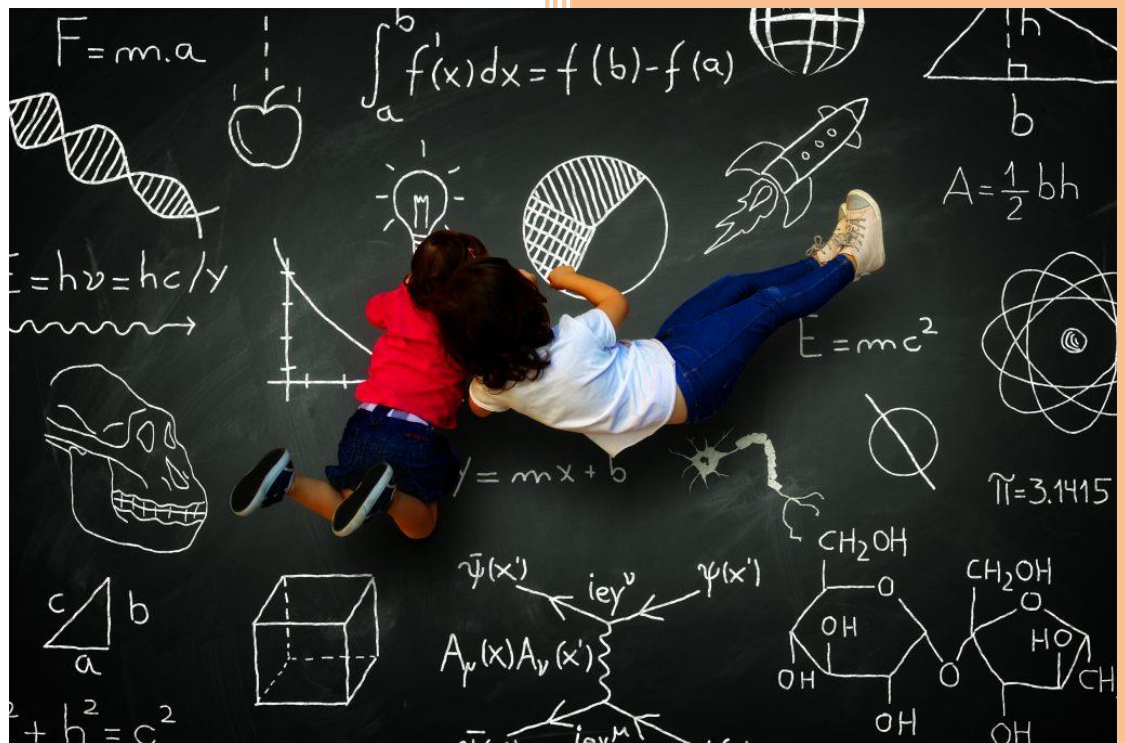


ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Β ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Επανάληψη 2020 -2021



ΑΝΔΡΕΣΑΚΗΣ ΔΗΜΗΤΡΗΣ

ΓΥΜΝΑΣΙΟ ΜΟΝΕΜΒΑΣΙΑΣ

Επαναληπτικές Ερωτήσεις Θεωρίας

Άλγεβρα

Κεφάλαιο 1ο Εξισώσεις - Ανισώσεις

1. Τι ονομάζεται Αριθμητική και τι Αλγεβρική παράσταση;
2. Τι ονομάζουμε όρους μιας αλγεβρικής παράστασης και τι αναγωγή ομοίων όρων της;
3. Ποιοι κανόνες ισχύουν για την ισότητα δύο αριθμών;
4. Τι ονομάζουμε:
 - α. Εξίσωση;
 - β. Πρώτο και δεύτερο μέλος μιας εξίσωσης;
 - γ. Γνωστούς και άγνωστους όρους μιας εξίσωσης;
 - δ. Λύση (ή ρίζα) μιας εξίσωσης;
 - ε. Επίλυση μιας εξίσωσης;
5. Πότε μια εξίσωση λέγεται αδύνατη και πότε αόριστη (ή ταυτότητα);

Κεφάλαιο 2ο Πραγματικοί αριθμοί

6. Τι ονομάζεται τετραγωνική ρίζα θετικού αριθμού και ποιες οι ιδιότητες της;
7. Ποιοι αριθμοί ονομάζονται ρητοί, άρρητοι, πραγματικοί;
8. Πότε μια ευθεία ονομάζεται άξονας των πραγματικών αριθμών;

Κεφάλαιο 3ο Συναρτήσεις

9. Τι ονομάζεται συνάρτηση και τι πίνακας τιμών της;
10. Τι ονομάζεται ορθοκανονικό σύστημα αξόνων (Σύστημα ορθογωνίων αξόνων) και τι συντεταγμένες (τετμημένη, τεταγμένη) σημείου;
11. Τι ονομάζουμε τεταρτημόρια;
12. Τι ονομάζουμε γραφική παράσταση μιας συνάρτησης;
13. Τι γνωρίζετε για τις συντεταγμένες των σημείων των αξόνων $x'x$ και $y'y'$ σ' ένα ορθοκανονικό σύστημα;
14. Πότε δύο ποσά λέγονται ανάλογα;
15. Τι γραμμή είναι η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = ax$ και από που διέρχεται;
16. Ποια είναι η εξίσωση του άξονα $x'x$;
17. Τι ονομάζεται κλίση της ευθείας $y = ax$;
18. Τι γραμμή είναι η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = ax + \beta$ και από που διέρχεται ;
19. Τι ονομάζεται κλίση της ευθείας $y = ax + \beta$;
20. Πότε δύο ποσά λέγονται αντιστρόφως ανάλογα;
21. Πότε δύο ποσά είναι αντιστρόφως ανάλογα και τι προκύπτει απ' αυτό;
22. Πως λέγεται η γραφική της συνάρτησης $y = \frac{\alpha}{x}$ με $\alpha \neq 0$;
23. Σε ποια τεταρτημόρια βρίσκεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = \frac{\alpha}{x}$ με $\alpha \neq 0$;

Κεφάλαιο 4ο Στατιστική

24. Τι σημαίνουν οι έννοιες : Πληθυσμός , μεταβλητή , δείγμα , μέγεθος του δείγματος ;

25. Πότε ένα δείγμα λέμε ότι είναι αντιπροσωπευτικό;
26. Ποια είναι τα διαγράμματα που χρησιμοποιούμε πιο συχνά για την αναπαράσταση δεδομένων;
27. Τι κάνουμε για να υπολογίσουμε την μέση τιμή ενός συνόλου αριθμητικών παρατηρήσεων;
28. Τι κάνουμε για να υπολογίσουμε την διάμεσο ενός συνόλου αριθμητικών παρατηρήσεων;

Γεωμετρία

Κεφάλαιο 1ο Εμβαδά επιπέδων σχημάτων

1. Τι ονομάζεται εμβαδόν μιας επίπεδης επιφάνειας και από τι εξαρτάται;
2. Ποιες είναι οι μονάδες μέτρησης εμβαδού και ποια η σχέση που τις συνδέει;
3. Με τι ισούται το εμβαδόν τετραγώνου, ορθογωνίου, παραλληλογράμμου, τριγώνου, ορθογωνίου τριγώνου, τραπεζίου;
4. Διατυπώστε το Πυθαγόρειο θεώρημα και τι το αντίστροφο του.

Κεφάλαιο 2ο Τριγωνομετρία Διανύσματα

5. Τι ονομάζουμε λόγο δύο ευθυγράμμων τμημάτων;
6. Τι ονομάζεται εφαπτομένη οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου.
7. Με τι ισούται η κλίση α της ευθείας με εξίσωση $y = ax$.
8. Τι ονομάζεται ημίτονο οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου.
9. Τι ονομάζεται συνημίτονο οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου.
10. Τι τιμές παίρνει το ημίτονο και το συνημίτονο οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου και γιατί;
11. Πως υπολογίζουμε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς των 30 45 60 μοιρών ;

Κεφάλαιο 3ο Μέτρηση κύκλου

12. Τι ονομάζεται εγγεγραμμένη γωνία και τι αντίστοιχο τόξο της;
13. Ποιες προτάσεις ισχύουν για τις εγγεγραμμένες γωνίες;
14. Τι ονομάζεται:
 - i. κανονικό πολύγωνο;
 - ii. περιγεγραμμένος κύκλος κανονικού πολυγώνου;
 - iii. κέντρο κανονικού πολυγώνου;
 - iv. κεντρική γωνία κανονικού πολυγώνου;
 - v. απόστημα κανονικού πολυγώνου;
15. Ποια σχέση συνδέει τη γωνία ϕ και την κεντρική γωνία ω ενός κανονικού πολυγώνου(n - γώνου).
16. Ποιοι οι τύποι που μας δίνουν το μήκος (L) του κύκλου (O, ρ).
17. Να υπολογιστεί το μήκος l ενός τόξου μ μοιρών
18. Ποιοι οι τύποι για το εμβαδόν (E) του κυκλικού δίσκου (O, ρ);
19. Τι ονομάζεται κυκλικός τομέας και με τι ισούται το εμβαδόν κυκλικού τομέα ε επίκεντρης γωνίας μ μοιρών

ΑΛΓΕΒΡΑ

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΕΜΠΕΔΩΣΗΣ

ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ – ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ

1. Να λύσετε τις εξισώσεις :

α. $3x - 2 = x + 10$

(Απ : $x = 6$)

β. $2x + 5(x - 2) = 9(x - 1) + 11$

(Απ : $x = -6$) :

γ. $2 + 5(x - 3) = 2x - 7$

(Απ : $x = 2$)

δ. $\frac{3}{5} - \frac{2x-1}{10} = \frac{5-2x}{2}$

(Απ : $x = \frac{9}{4}$)

ε. $\frac{x-1}{2} + \frac{1}{3} = x - 2$

(Απ : $x = \frac{11}{3}$)

στ. $\frac{2x-3}{2} - \frac{x+4}{4} = \frac{x+2}{3} + \frac{x}{12}$

(Απ : $x = \frac{19}{2}$)

ζ. $\frac{(18-4x)}{3} - \frac{2x-8}{6} = 2 - x$

(Απ : $x = 8$)

2. Να λύσετε τις εξισώσεις

α. $2(x - 3) = 1 + 2x$

(Απ: αδύνατη)

β. $3(x - 5) + 2x - 8 = 5(x - 2) - 13$

(Απ: αόριστη)

3. Αν για τον αριθμό α ισχύει ότι $\frac{2\alpha-4}{2} + \frac{\alpha}{3} = \frac{\alpha-1}{2} + \alpha - 1$, να βρείτε τον αριθμό x για τον οποίο ισχύει: $\frac{x+5}{\alpha} + \frac{2x-3}{2} + 1 - \alpha = \frac{\alpha x-1}{5} + \frac{4x+2}{2} + 2x$

(Απ : $x = \frac{1}{82}$ $\alpha = -3$)

4. Σε τρίγωνο ΑΒΓ η γωνία Β είναι μεγαλύτερη από το τριπλάσιο της γωνίας Α κατά 20 μοίρες και η γωνία Γ είναι μικρότερη από το Α κατά 10 μοίρες. Να βρείτε τις γωνίες του τριγώνου.

5. Το άθροισμα τριών διαδοχικών άρτιων αριθμών είναι 240. Να βρείτε τους αριθμούς.

6. Να βρεθεί αριθμός που το διπλάσιο του αυξημένο κατά 5 ισούται με το τριπλάσιο του ελαττωμένο κατά 19.

7. Ο πατέρας του Κωνσταντίνου έχει την τριπλάσια ηλικία από τον γιο του. Ο Κωνσταντίνος υπολογίζει ότι μετά από 15 χρόνια ο πατέρας του θα έχει διπλάσια χρόνια από αυτόν. Πόσο χρονών είναι σήμερα ο Κωνσταντίνος και πόσο ο πατέρας του.

8. Σε ένα τμήμα της Β Γυμνασίου οι μαθητές είναι τριπλάσιοι από τις μαθήτριες . Μια μέρα που απουσίαζαν τρεις μαθητές και τέσσερις μαθήτριες οι εναπομείναντες μαθητές ήταν επταπλάσιοι από τις εναπομείναντες μαθήτριες . Πόσους μαθητές και πόσες μαθήτριες έχει το τμήμα;

ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

9. Να λύσετε τις εξισώσεις

α. $x^2 = 81$

β. $2y^2 = 72$

γ. $3\omega^2 - 5 = 2(\omega^2 + 6) + 1$

10. Να υπολογίσετε την παράσταση : $A = 3 \cdot \sqrt{(-2)^2} + 2 \cdot (\sqrt{3})^2 + \sqrt{16}$
(Απ: $A = 16$)

11. Να υπολογίσετε την παράσταση $K = 2\sqrt{49} - 3\sqrt{36} + \sqrt{100} - 4\sqrt{25}$
(Απ : $K = -14$)

12. Να υπολογίσετε την παράσταση $B = \sqrt{31} - \sqrt{40} - \sqrt{16}$ (Απ : $B = 5$)

13. Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις :

$$A = 7\sqrt{3} + 4\sqrt{5} - 2\sqrt{3} + 12\sqrt{5} \quad B = \sqrt{2} + 6\sqrt{3} - 2\sqrt{2} - 5\sqrt{3}$$

14. Να υπολογίσετε τις παραστάσεις :

α. $A = \sqrt{6 + \sqrt{6 + \sqrt{6 + \sqrt{9}}}}$ (Απ: 3)

β. $B = \frac{\sqrt{2\sqrt{49} + 3\sqrt{16}} - 1}{\sqrt{2 + \sqrt{4}}}$ (Απ: $\frac{5}{2}$)

γ. $\Gamma = \frac{\sqrt{2\sqrt{\frac{1}{4} + 9}\sqrt{\frac{1}{9}}}}{\sqrt{7 + \sqrt{4}}}$ (Απ: $\frac{2}{3}$)

15. Να υπολογίσετε την τιμή της $A = x^2y + y^2x^2$ εάν $x = \sqrt{5}$ και $y = -4$

ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ

16. Να σχεδιάσετε σε ένα ορθοκανονικό σύστημα συντεταγμένων κάθε ζεύγος των παρακάτω σημείων και να υπολογίσετε την απόστασή τους

α. A (2,1) και B (6,4)

β. Γ(-3,5) και Δ (-3,7)

γ. E (7, -1) και Z (-3, -1) .

17. Να βρεθεί το λ ώστε η ευθεία $y = (3\lambda - 1)x - 2$ να διέρχεται από το σημείο $K(-1, 8)$ (Απ : $\lambda = -3$)
18. Οι τιμές των προϊόντων σε ένα κατάστημα αυξήθηκαν κατά 10% σε ένα χρόνο
- Να βρείτε την σχέση – συνάρτηση που συνδέει τις παλιές τιμές (x) με τις νέες τιμές (y)
 - Να σχεδιάσετε την συνάρτηση
 - Να υπολογίσετε την σημερινή τιμή ενός προϊόντος που πέρυσι κόστιζε 20 ευρώ
19. Μια ευθεία ε περνάει από την αρχή των αξόνων και από το σημείο $A(2, 6)$.
- Να σχεδιάσετε την ευθεία αυτή.
 - Να βρείτε τον τύπο της συνάρτησης που έχει την ευθεία αυτή για γραφική παράσταση και να υπολογίσετε την κλίση της
 - Να εξετάσετε εάν το σημείο $B(-3, 9)$ ανήκει στην παραπάνω ευθεία
- 20.
- Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ε που διέρχεται από το $(0, 0)$ και έχει κλίση -4 .
 - Να εξετάσετε ποιο από τα σημεία $A(2, -8)$ και $B(3, 7)$ ανήκει σε αυτήν
 - Να σχεδιάσετε την ευθεία.
21. Να βρείτε για ποια τιμή του α οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων : $y = (3\alpha + 1)x + 5$ και $y = 7x$ είναι ευθείες παράλληλες.
22. Δίνονται οι ευθείες $(\varepsilon_1): y = 2(k - 1)x - 1$ και $(\varepsilon_2): y = (7 - k)x + 3$ οι οποίες είναι παράλληλες
- Να αποδείξετε ότι $k = 3$
 - Να σχεδιάσετε τις δύο αυτές ευθείες στο ίδιο σύστημα αξόνων.
- 23.
- Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ε που διέρχεται από το $(0, -5)$ και έχει κλίση 2.
 - Να βρείτε τα σημεία που η παραπάνω ευθεία τέμνει τους άξονες.
 - Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου που σχηματίζεται από την ευθεία και τους άξονες
- 24.
- Να βρείτε την εξίσωση της υπερβολής που διέρχεται από το σημείο $(2, -8)$ και αυτής που διέρχεται από το σημείο $(4, 4)$
 - Να σχεδιάσετε τις παραπάνω υπερβολές στο ίδιο σύστημα αξόνων
25. Να σχεδιάσετε στο ίδιο σύστημα αξόνων τις υπερβολές $y = \frac{12}{x}$ και $y = -\frac{12}{x}$

26. Ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο έχει μήκος x πλάτος y και εμβαδόν $E = 36 \text{ cm}^2$
- Να εξετάσετε αν τα ποσά x, y είναι αντιστρόφως ανάλογα
 - Να βρείτε την σχέση που συνδέει τα x και y
 - Να κάνετε την γραφική παράσταση της συνάρτησης αυτής

ΠΕΡΙΓΡΑΦΙΚΗ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ

27. Ρωτήσαμε 50 οικογένειες πόσα παιδιά έχουν και πήραμε τις παρακάτω απαντήσεις:

Αριθμός παιδιών	Αριθμός οικογενειών	Ποσοστό
0	5	
1	10	
2	15	
3	8	
4	5	
5	4	
6	3	
	50	

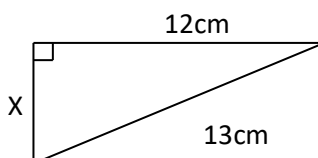
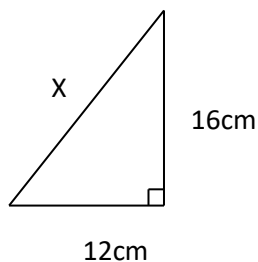
- A) Να συμπληρώσετε την στήλη των ποσοστών και να κάνετε ραβδόγραμμα και κυκλικό διάγραμμα
- β) να βρεθεί ο αριθμός και το ποσοστό των οικογενειών που έχουν:
- τουλάχιστον 1 παιδί
 - πάνω από 3 παιδιά
 - από 3 έως και 5 παιδιά
 - το πολύ 6 παιδιά
 - ακριβώς 6 παιδιά
28. Σε ένα κυκλικό διάγραμμα με τις προτιμήσεις των μαθητών ενός Γυμνασίου σε ποδοσφαιρικές ομάδες, γνωρίζουμε ότι 300 από τους μαθητές είναι οπαδοί του Παναθηναϊκού. Αν οι μοίρες του κυκλικού διαγράμματος είναι ΠΑΟ 150° , ΟΣΦΠ $87,5^\circ$, ΠΑΟΚ 45° , ΑΕΚ $77,5^\circ$ να βρείτε
- Το σύνολο των μαθητών
 - Πόσοι μαθητές είναι οπαδοί των ομάδων
 - Να κατασκευαστεί πίνακας συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων με όλες τις παραπάνω λεπτομέρειες
 - Να κάνετε το ραβδόγραμμα συχνοτήτων.
29. Να βρείτε την μέση τιμή και την διάμεσο στις παρακάτω παρατηρήσεις
- 1,1,2,3,3,2,2,1,3,4
 - 12,14,17,16,16,18,20,19

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

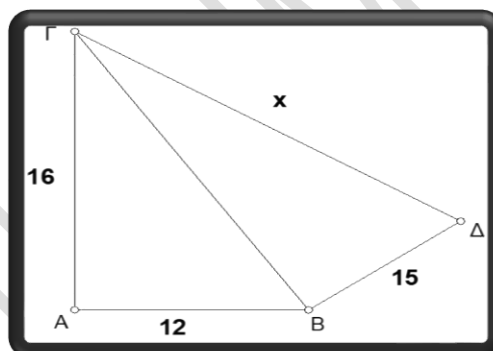
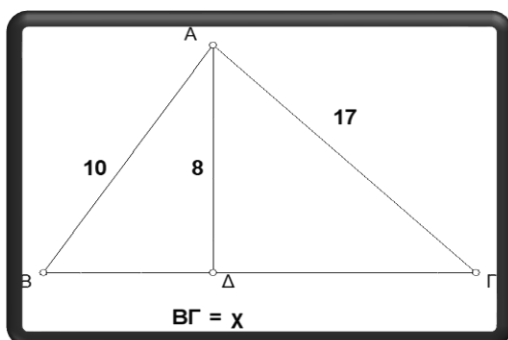
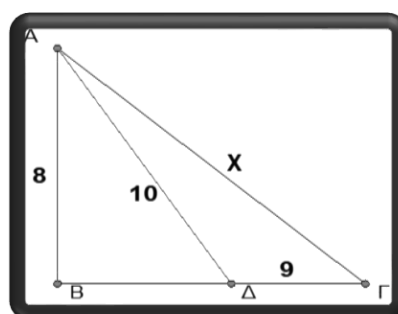
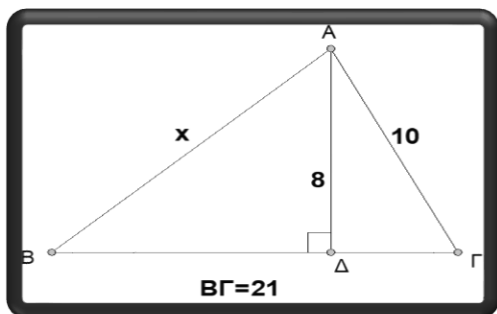
ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΕΜΠΕΔΩΣΗΣ

ΕΜΒΑΔΑ - ΠΥΘΑΓΟΡΕΙΟ

30. Ένα τετράγωνο έχει το ίδιο εμβαδόν με ένα ορθογώνιο διαστάσεων 4 m και 25m . Να υπολογίσετε την πλευρά του τετραγώνου.
31. Ένα παραλληλόγραμμο έχει περίμετρο 26 cm και μια πλευρά του ίση με 8cm. Αν το εμβαδόν του είναι 20 cm^2 να υπολογίσετε τα δύο ύψη του παραλληλογράμμου
32. Μια αυλή έχει σχήμα ορθογωνίου παραλληλογράμμου με διαστάσεις 20 m και 10m . Θέλουμε να στρώσουμε την αυλή με τετραγωνικά πλακάκια που η πλευρά τους είναι 2 dm. και κοστίζει η κάθε μια 2 ευρώ.
Να υπολογίσετε
α) Το εμβαδόν της αυλής
β) Πόσες πλάκες θα χρειαστούν για να πλακοστρώσουμε την αυλή
γ) Πόσα χρήματα θα χρειαστούν για να πλακοστρώσουμε την αυλή
33. Σε ένα τραπέζιο η μία βάση του είναι διπλάσια της άλλης. Αν το ύψος του τραpezίου είναι 8 cm και το εμβαδόν του είναι 60 cm^2 να υπολογίσετε τα ύψη των δύο βάσεων.
34. Η περίμετρος ορθογωνίου είναι 30 cm και το μήκος του 10 cm. Το εμβαδόν τραpezίου είναι κατά 10 cm^2 μεγαλύτερο από το εμβαδόν του ορθογωνίου. Οι βάσεις του τραpezίου είναι 8 cm και 12 cm. Να βρείτε το ύψος του τραpezίου.
35. Να υπολογίσετε τη άγνωστη πλευρά x στα παρακάτω ορθογώνια τρίγωνα.



36. Να υπολογιστεί η πλευρά χ στα παρακάτω τρίγωνα:

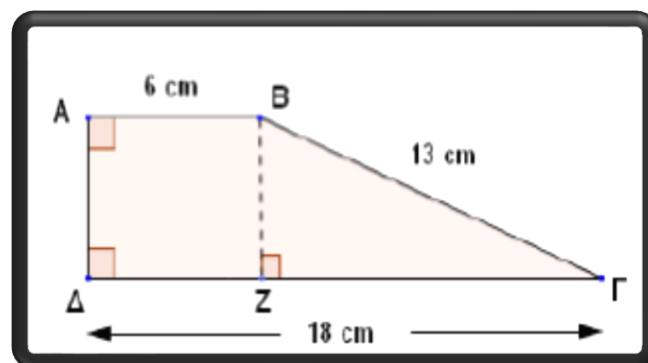


37. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($A=90^\circ$) με $AB=15\text{cm}$ και $AG=20\text{cm}$. Να υπολογίσετε:

- (α) το εμβαδόν του τριγώνου
- (β) την υποτείνουσα $B\Gamma$
- (γ) το ύψος AD προς την $B\Gamma$
- (δ) Τα μήκη των τμημάτων BD και GD

38. Στο διπλανό τραπέζιο

- α) Να υπολογίσετε το ύψος BZ και
- β) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τραπεζίου

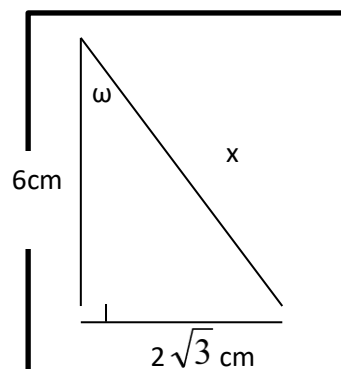
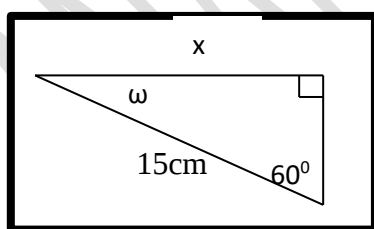


39. Σε ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο η διαγώνίός του είναι 13 cm και η μία πλευρά του είναι 5 cm . Να υπολογίσετε το εμβαδόν του.

40. Να εξετάσετε αν το τρίγωνο ΑΒΓ που έχει πλευρές $AB = \sqrt{8}$ cm ,
 $AG = \sqrt{6}$ cm και $BΓ = \sqrt{14}$ cm είναι ορθογώνιο
41. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με περίμετρο 64cm. Αν $AB = 2x + 2$, $AG = 40 - 3x$ και $BΓ = 5x + 2$.
 (α) Να βρεθεί το x.
 (β) Να εξετάσετε αν το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.
42. Ένα ισόπλευρο τρίγωνο έχει πλευρά 6cm να υπολογίσετε το εμβαδό του .
43. Να υπολογίσετε την πλευρά ενός τετραγώνου με διαγώνιο μήκους $3\sqrt{2}$ cm
44. Ένα ορθογώνιο τρίγωνο έχει εμβαδό 30 cm² και η μία κάθετη πλευρά του είναι 12 cm .Να υπολογίσετε τις άλλες δύο πλευρές του.

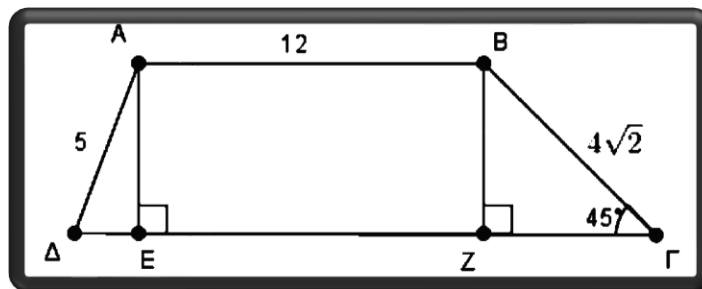
ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΑ

45. Ένα τρίγωνο είναι ορθογώνιο με $A = 90$ μοιρες και $\alpha = 10$, $\beta = 8$, $\gamma = 6$ οι πλευρές του. Να βρείτε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς των γωνιών Β και Γ.
46. Μια ευθεία σχηματίζει γωνία 45 μοιρών με τον άξονα Οχ και διέρχεται από το σημείο Α(-1 , 3) . Να βρεθεί η εξίσωσή της
47. Στα παρακάτω τρίγωνα να υπολογίσετε το x και τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας ω.



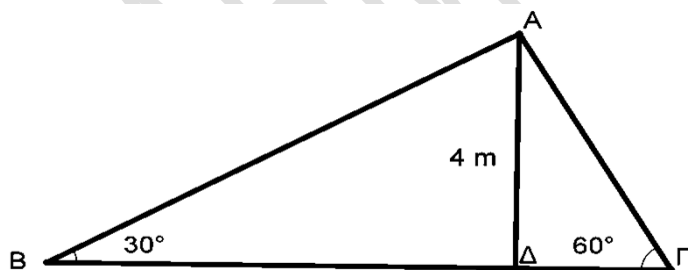
48. Σε ένα ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($A = 90$) είναι : $AG = 35$ m και $\text{συν} \Gamma = \frac{5}{6}$,
 υπολογίστε:
 i) την ΑΒ, ii) τη ΒΓ και iii) τη γωνία Β.

49. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τραπεζίου

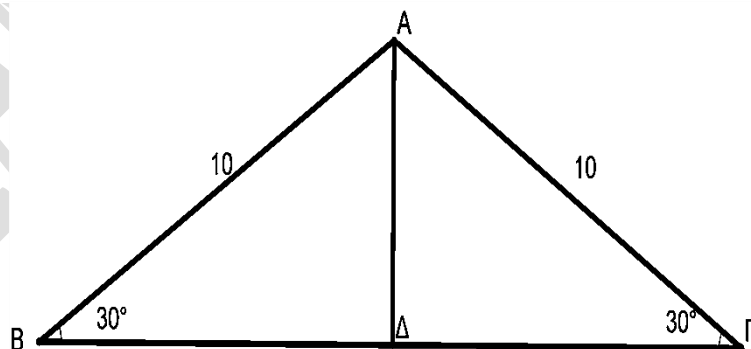


50. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο με βάση 48 cm και περίμετρο ίση με 128 cm.
 α. Να βρεθεί καθεμιά από τις ίσες πλευρές του
 β. Να βρεθεί το ύψος που αντιστοιχεί στη βάση του τριγώνου
 Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς των γωνιών της βάσης του.

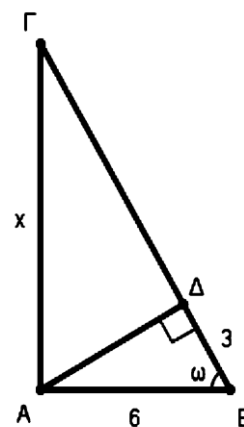
51. Στο διπλανό σχήμα να υπολογίσετε:
 α) Τις πλευρές του τριγώνου
 β) Το εμβαδόν του τριγώνου



52. Στο διπλανό ισοσκελές τρίγωνο να υπολογίσετε
 α) Το ύψος AD του τριγώνου
 β) Το εμβαδόν του
 γ) Να εξετάσετε εάν το τρίγωνο ABΓ είναι ορθογώνιο

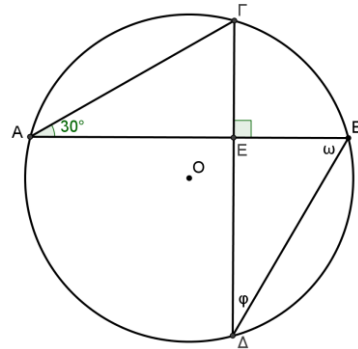


53. Στο διπλανό τρίγωνο να υπολογίσετε
 α) την γωνία ω
 β) την γωνία Γ
 γ) την πλευρά AG
 δ) Το εμβαδόν του τριγώνου
 ε) Το ύψος AD

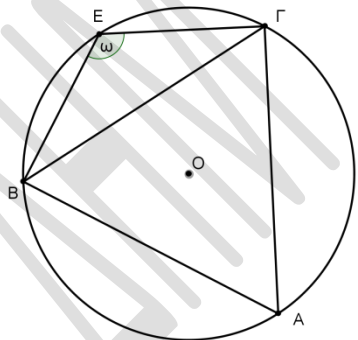


ΚΥΚΛΟΣ

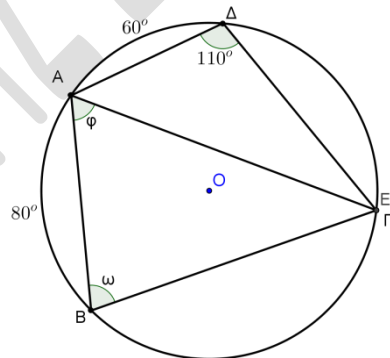
54. Στον κύκλο (O, ρ) έχουμε τις κάθετες χορδές AB και $\Gamma\Delta$, οι οποίες τέμνονται στο σημείο E . Αν η εγγεγραμμένη γωνία ΓAB είναι 30° να βρεθούν οι γωνίες ω , ϕ που είναι σημειωμένες στο σχήμα.



55. Το ισόπλευρο τρίγωνο $AB\Gamma$ έχει τις κορυφές του στον κύκλο (O, ρ) . Το σημείο E είναι το μέσον του τόξου $B\Gamma$. Να βρεθεί το μέτρο της εγγεγραμμένης γωνίας $BE\Gamma$.

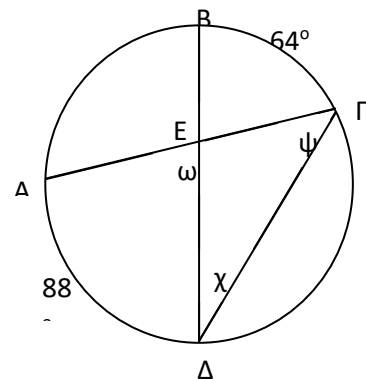
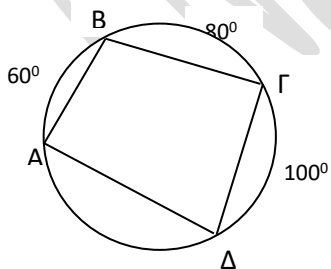


56. Το τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ έχει τις κορυφές του στον κύκλο (O, ρ) . Αν είναι δεδομένα ότι: $\widehat{A\Delta} = 60^\circ$, $\widehat{AB} = 80^\circ$ και $\widehat{A\Delta\Gamma} = 110^\circ$. Να υπολογιστούν τα μέτρα των γωνιών ω , ϕ που είναι σημειωμένες στο σχήμα.



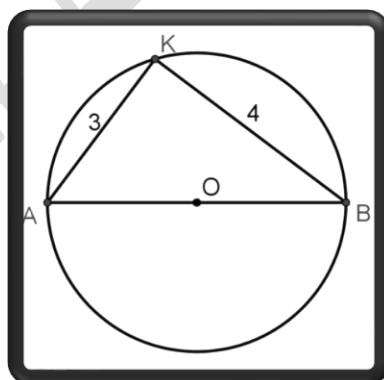
57. α) Να υπολογίσετε τις γωνίες του τετράπλευρου $AB\Gamma\Delta$ του σχήματος 1.

- β) Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{\chi}$, $\hat{\psi}$ και $\hat{\omega}$ του σχήματος 2.



58. Σε ένα κύκλο (O, ρ) να πάρετε δύο διαδοχικές επίκεντρες γωνίες $\widehat{AOB} = 120^\circ$ και $\widehat{BO\Gamma} = 100^\circ$. Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου $AB\Gamma$.

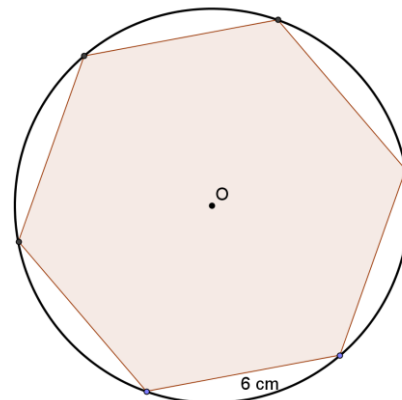
59. Σε ένα κύκλο (O, ρ) να πάρετε τα διαδοχικά τόξα $\overset{\cap}{AB} = 35^\circ$, $\overset{\cap}{B\Gamma} = 120^\circ$ και $\overset{\cap}{\Gamma\Delta} = 115^\circ$. Να εξηγήσετε γιατί οι ακτίνες OA και OD είναι κάθετες.
60. Να υπολογιστεί η κεντρική γωνία ω και η γωνία ϕ ενός κανονικού οκταγώνου.
61. Να υπολογιστεί η κεντρική γωνία ω και η γωνία ϕ ενός κανονικού πενταγώνου.
64. Να υπολογιστεί η κεντρική γωνία ω και η γωνία ϕ ενός κανονικού δεκαπενταγώνου.
65. Να βρεθεί ποιο κανονικό πολύγωνο έχει κεντρική γωνία:
 (α) 18° (β) 42° (γ) 120° (δ) 30°
66. Αν το μήκος ενός τόξου 80° είναι 100 μέτρα, να βρείτε
 Α) το μήκος του κύκλου.
 Β) Το μήκος ενός τεταρτοκυκλίου του κύκλου.
 Γ) Το μήκος ενός ημικυκλίου του κύκλου
67. Σε κύκλο διαμέτρου AB φέρουμε τις χορδές KA και KB , ώστε $KA = 3 \text{ cm}$ και $KB = 4 \text{ cm}$. Να βρείτε το μήκος του κύκλου.



68. Οι ρόδες ενός ποδηλάτου έχουν διάμετρο 5 dm . Να βρεθεί πόσες στροφές θα κάνουν αν διανύσουν διάστημα 1.570 m
69. Ένα κυκλικό τραπέζι έχει διάμετρο 60 cm . Να βρείτε το μήκος του.
70. Το εμβαδόν ενός κύκλου είναι $51,84 \text{ cm}^2$. Να βρεθεί η διάμετρος του.
71. Να υπολογίσετε το εμβαδόν ενός κυκλικού δακτυλίου που περικλείεται μεταξύ δύο ομόκεντρων κύκλων με ακτίνες $\rho_1 = 5 \text{ cm}$ και $\rho_2 = 10 \text{ cm}$.
72. Να κατασκευάσετε ένα κύκλο με διάμετρο AB και να φέρεται τις χορδές GA και GB . Αν είναι $GB = 12 \text{ cm}$ και $GA \cong 5 \text{ cm}$ να βρεθεί το εμβαδόν του κύκλου.

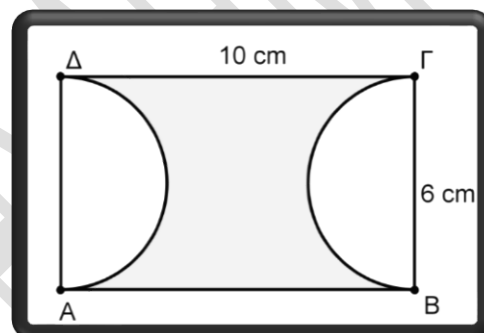
73. Το εμβαδόν ενός κύκλου είναι $56,52 \text{ cm}^2$. Να βρείτε την ακτίνα του.

Το πολύγωνο στο διπλανό σχήμα είναι κανονικό εξαγώνο και είναι εγγεγραμμένο σε κύκλο (O, ρ) . Η πλευρά του κανονικού εξαγώνου έχει μήκος 6 cm . Να υπολογίσετε το μήκος L και το εμβαδόν E του κύκλου. Απ. $L = 12\pi \text{ cm}$
 $E = 36\pi \text{ cm}^2$



74. Στο σχήμα οι πλευρές ΒΓ και ΑΔ είναι διάμετροι ημικυκλίων. Να βρείτε το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου σχήματος.

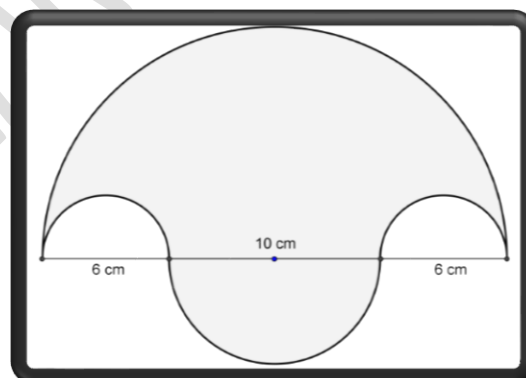
Απ. $60 - 9\pi \text{ cm}^2$



75. Στο διπλανό σχήμα είναι σχεδιασμένα ημικύκλια. Να βρείτε το εμβαδόν και την περίμετρο του γραμμοσκιασμένου μέρους του σχήματος.

Απ. $E = 64\pi \text{ cm}^2$

$L = 22\pi \text{ cm}$



ΘΕΜΑΤΑ ΜΙΚΤΑ

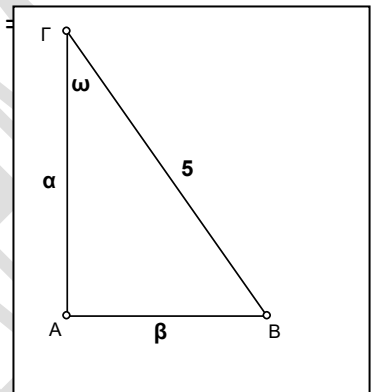
Θέμα 1. Δίνονται $\alpha = -2^3 + 3^2 + 3^1 + 2021^0$, $\beta = -2^2 \cdot (-1)^{2021}$ και $\gamma = \frac{3^4 \cdot 3^5}{3^{-2} \cdot 3^{10}}$.

- Το τρίγωνο με μήκη πλευρών α , β , γ είναι ορθογώνιο;
- Ένα κανονικό πολύγωνο έχει πλήθος πλευρών $(\alpha + \beta + \gamma)$. Να υπολογίσετε την κεντρική γωνία του ω και την γωνία του ϕ .
- Ποιο είναι το μήκος και το εμβαδόν του κύκλου με ακτίνα β ;

Θέμα 2. Για το διπλανό ορθογώνιο τρίγωνο δίνονται ημω =

Να υπολογίσετε:

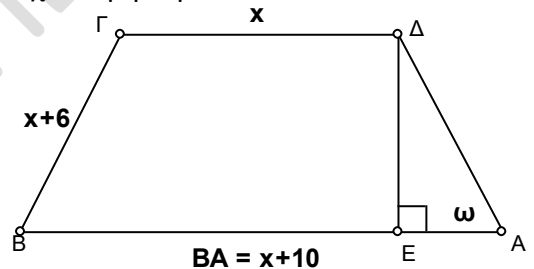
- Τα μήκη των πλευρών α και β .
- Τα συνω και εφω.
- Τις παραστάσεις $\kappa = \beta^5 : \alpha^4$ και $\Lambda = -2[\alpha - \beta - (-3)] - (\beta - \alpha)^{2004}$.
- Το εμβαδό του ημικυκλίου με διάμετρο την πλευρά AB



Θέμα 3. Το διπλανό τραπέζιο είναι ισοσκελές και έχει περίμετρο 50cm.

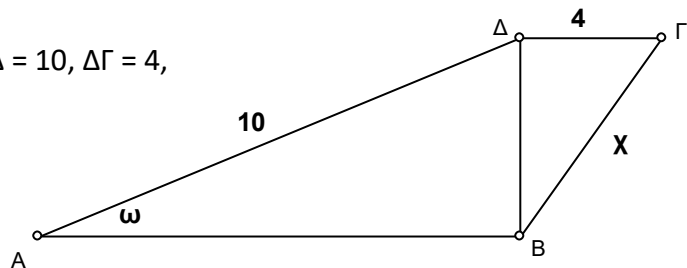
Να υπολογίσετε:

- Τις πλευρές του και το ύψος του.
- Την παράσταση $A = \frac{13\eta\mu\omega - 5\varepsilon\phi\omega}{12\sigma\upsilon\nu\omega}$.



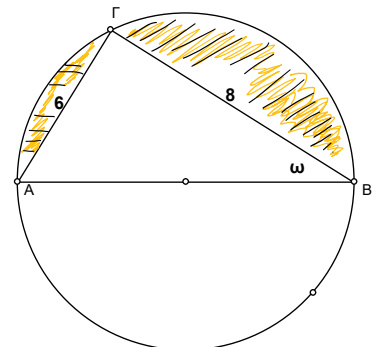
Θέμα 4. Στο διπλανό τραπέζιο δίνονται $AD = 10$, $\Delta\Gamma = 4$, $\eta\mu\omega = 0,6$ και $\Delta = 90^\circ$. Να υπολογίσετε:

- Το ύψος του ΔB και την $B\Gamma$.
- Το εμβαδόν του

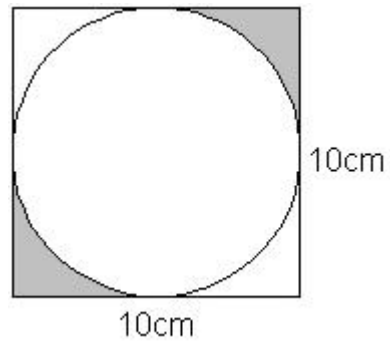


Θέμα 5. Στο παρακάτω σχήμα να υπολογίσετε

- Την γωνία Γ
- Την πλευρά $B\Gamma$
- Το μήκος του κύκλου
- Τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας ω
- Το εμβαδόν της γραμμοσκιασμένης επιφάνειας.



Θέμα 6. Ποιο είναι το εμβαδόν της σκιασμένης επιφάνειας του εικονιζόμενου σχήματος;



Θέμα 7. Δίνεται κύκλος κέντρου O και τα σημεία A, B, Γ αυτού, ώστε να είναι

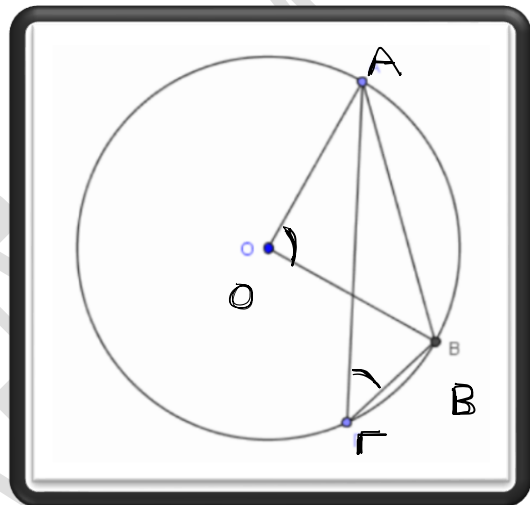
$$\widehat{AOB} = 3x + 9^\circ \text{ και } \widehat{AGB} = 2x - 9^\circ.$$

(α) Να βρείτε το x .

(β) Αν $x = 27^\circ$ και $AB = 10 \text{ cm}$, να βρείτε :

(β1) Το μήκος του κύκλου.

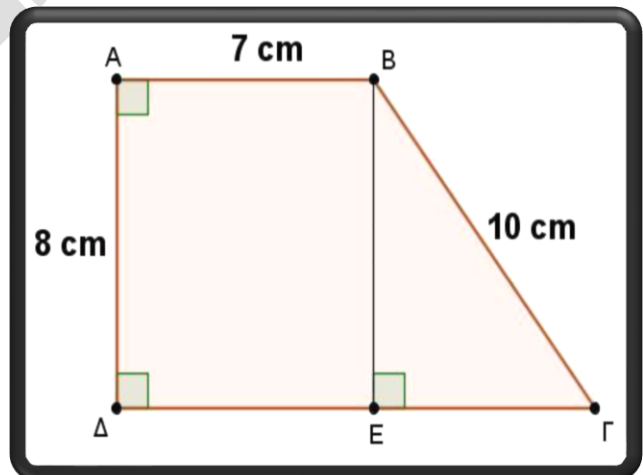
(β2) Το εμβαδόν του κυκλικού τομέα ο οποίος αντιστοιχεί στην κυρτή επίκεντρη γωνία AOB



Θέμα 8. Δίνεται το παρακάτω τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ με $B\Gamma = 10 \text{ cm}$, $AB = 7 \text{ cm}$ και $AD = 8 \text{ cm}$

α) Να αποδείξετε ότι $GE = 6 \text{ cm}$

β) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τραpezίου $AB\Gamma\Delta$ και τους τριγωνομετρικούς αριθμούς $\epsilon\phi B$, $\sigma\upsilon\nu\Gamma$, $\eta\mu\Gamma$.



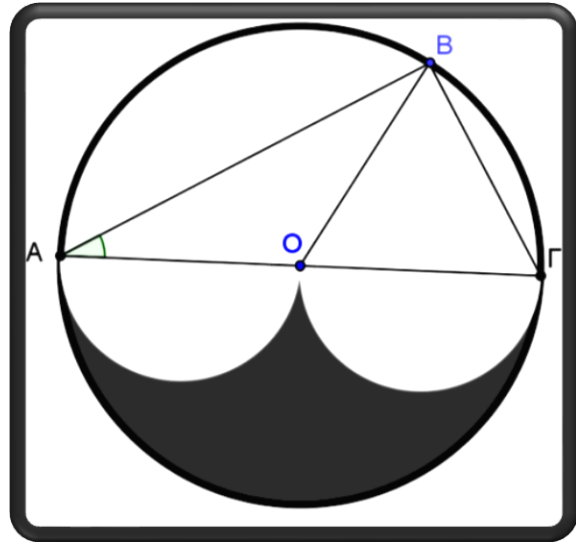
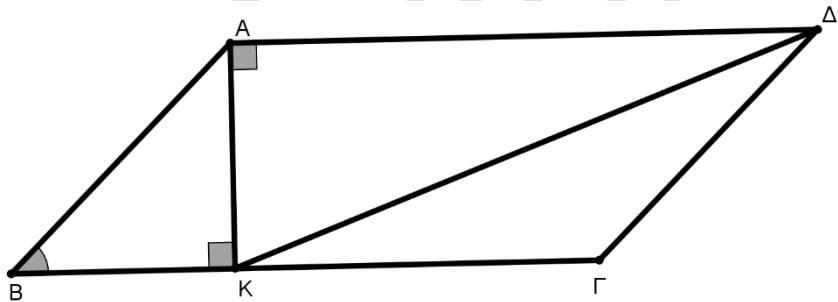
γ) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου $BE\Gamma$ και το ύψος του EK

δ) Να εξετάσετε αν το τρίγωνο $\Delta B\Gamma$ είναι ορθογώνιο.

Θέμα 9. Στον διπλανό κύκλο

είναι $\widehat{BA\Gamma} = 30^\circ$ και $B\Gamma = 5$ cm και η ΑΓ διάμετρος

- α) Να βρείτε πόσες μοίρες είναι η γωνία ΑΒΓ, η γωνία ΒΟΓ και το τόξο ΒΓ
 β) Να βρείτε το μήκος της διαμέτρου ΑΓ
 γ) Αν ΑΓ = 20 cm να βρείτε το μήκος του κύκλου και το εμβαδόν του κύκλου.
 δ) Να βρείτε το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου τμήματος (Τα ΑΚΟ και ΟΛΓ είναι ημικύκλια)

**Θέμα 10.**

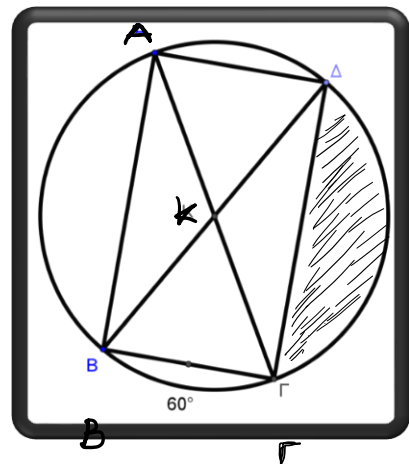
Στο παραπάνω παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ cm, το ύψος ΑΚ είναι 5 cm, η ΚΔ = 13 cm και η γωνία Β είναι 45 μοίρες

- α) Να υπολογίσετε το μήκος της πλευράς ΑΔ και το εμβαδόν του παραλληλογράμμου
 β) Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας ΑΚΔ
 γ) Να υπολογίσετε μήκος του τμήματος ΒΚ και το εμβαδόν του τραπεζίου ΑΒΚΔ

Θέμα 11. Στο διπλανό σχήμα το ΑΒΓΔ

είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο εγγεγραμμένο σε κύκλο με κέντρο Κ, οι ΒΔ και ΑΓ είναι διαμέτροι του κύκλου, το τόξο ΒΓ είναι 60 μοίρες, και η πλευρά $\Gamma\Delta = 4\sqrt{3}$ cm

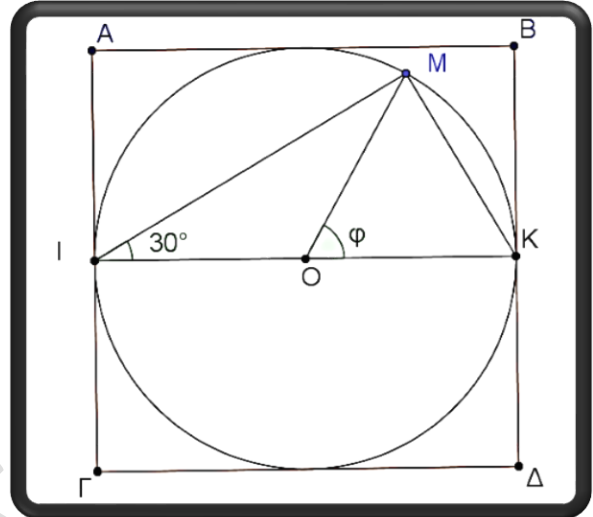
- α) Να υπολογίσετε τις γωνίες ΒΔΓ, ΒΚΓ και ΓΒΔ αιτιολογώντας την απάντησή σας



- β) Να δείξετε ότι η ακτίνα του κύκλου είναι $\rho=4\text{cm}$ και ότι $B\Gamma = 4\text{cm}$ επίσης
 γ) Να υπολογίσετε το μήκος του κύκλου και το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου μέρους

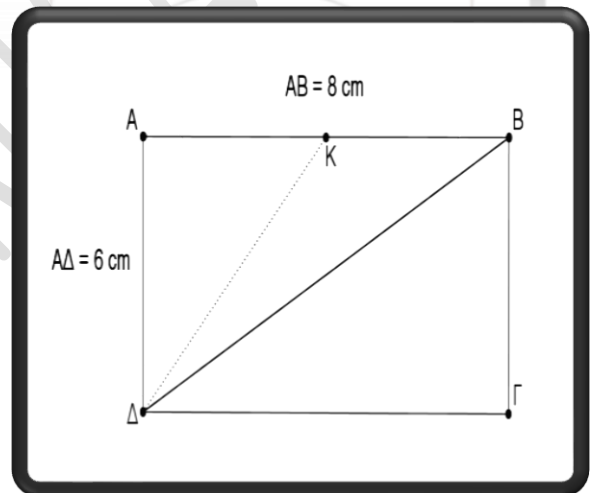
Θέμα 12. Στο διπλανό σχήμα το $AB\Gamma\Delta$ είναι τετράγωνο και ο κύκλος είναι εγγεγραμμένος σε αυτό. Στον κύκλο είναι $MIK=30^\circ$, $OI=5\text{ cm}$ και η IK διάμετρος

- α) Να βρείτε το μήκος του κύκλου και το εμβαδόν του κύκλου.
 β) Να βρείτε πόσες μοίρες είναι :
 η γωνία IMK , η γωνία ϕ και το τόξο MI
 γ) Να βρείτε το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου τμήματος



Θέμα 13. Δίνεται το ορθογώνιο παραλληλόγραμμο του διπλανού σχήματος με $AB=8\text{cm}$ και $AD=6\text{cm}$.

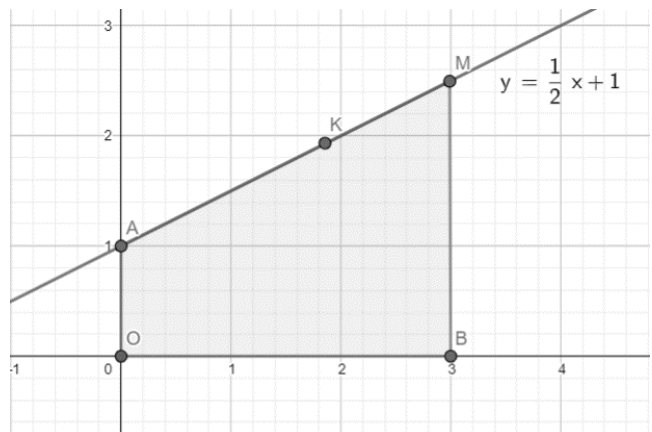
- α) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του ορθογωνίου παραλληλογράμμου $AB\Gamma\Delta$.
 β) Να υπολογίσετε το μήκος της διαγωνίου $B\Delta$
 γ) Αν $B\Delta = 10\text{ cm}$ να υπολογίσετε τα $\eta\mu\phi$, $\sigma\upsilon\mu\phi$, $\epsilon\phi\phi$
 δ) Αν K το μέσο της AB να υπολογίσετε το εμβαδόν του τραpezίου $KB\Gamma\Delta$



Θέμα 14. Στο δίπλα σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της ευθείας

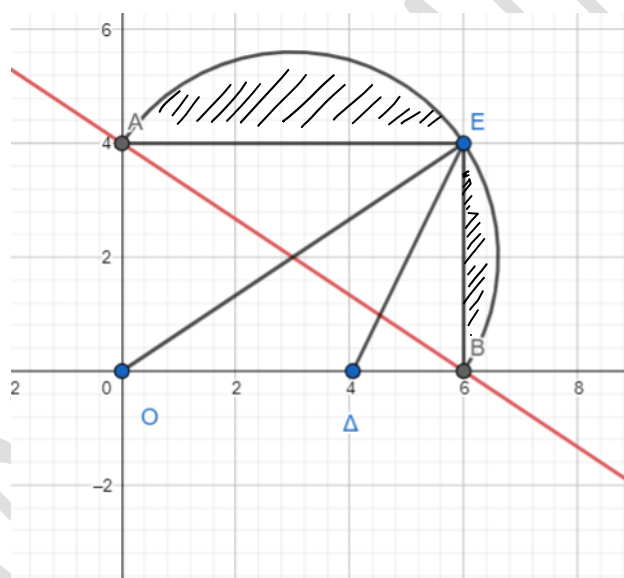
$$y = \frac{1}{2}x + 1.$$

- α) Να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων A και M
 β) Να βρείτε το εμβαδόν του τραpezίου $OAMB$
 γ) Αν $K(\frac{\lambda+1}{3}, \frac{2\lambda-6}{2})$ να υπολογίσετε το λ

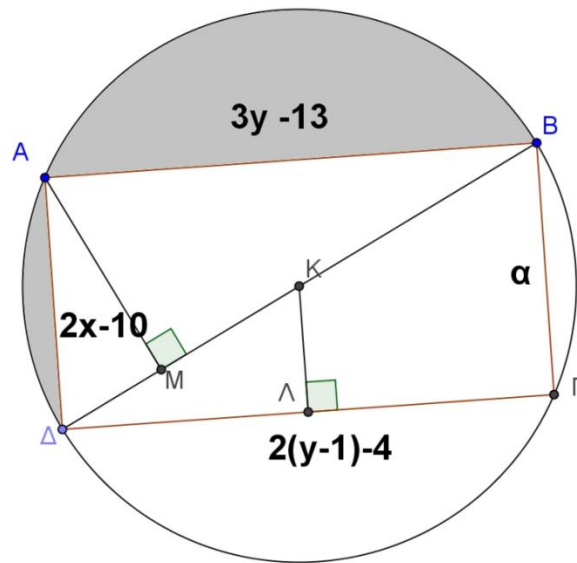


Θέμα 15. Στο παρακάτω σχήμα

- α) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας AB
- β) Να υπολογίσετε την απόσταση AB
- γ) Να βρείτε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας BAO
- δ) Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου ABO
- ε) Να υπολογίσετε το μήκος του ημικυκλίου με διάμετρο AB
- στ) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του ημικυκλίου με διάμετρο AB
- ζ) Αν $E(6,4)$ και $\Delta(4,0)$ να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου OΔΕ και του τραπεζίου AΔBE
- η) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου μέρους
- θ) Να βρείτε την εξίσωση της υπερβολής που διέρχεται από το σημείο E



ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΗ ΠΟΛΥΑΣΚΗΣΗ



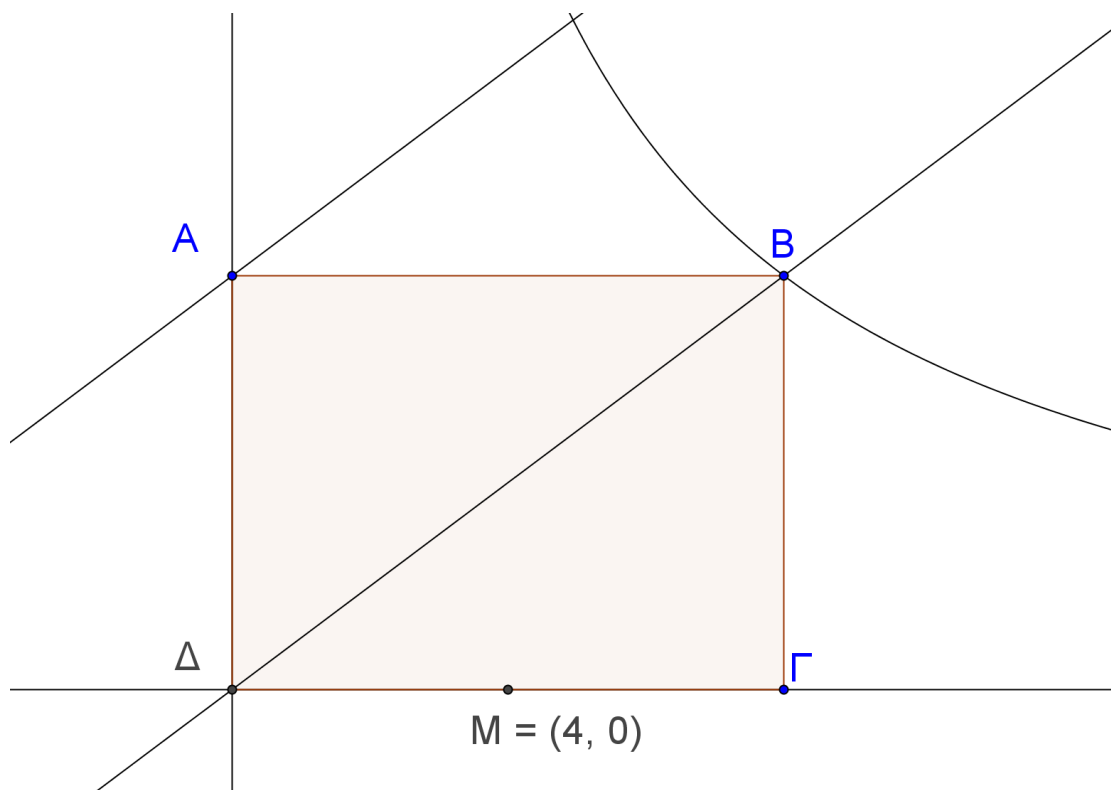
Το ορθογώνιο του διπλανού σχήματος είναι εγγεγραμμένο μέσα στον κύκλο.

Είναι $BΓ = \alpha$, $AΔ = 2x - 10$, $AB = 3y - 13$, $ΓΔ = 2(y - 1) - 4$ με

$$\alpha = (-1)^5 + (-3)(-1) + \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} - \left(\sqrt{(-2)^2 + 1}\right)^2$$

- 1) Να υπολογίσετε την τιμή του α
- 2) Να βρείτε τις τιμές των x και y και να υπολογίσετε τα μήκη των πλευρών του ορθογωνίου.
- 3) Να υπολογίσετε το εμβαδόν και την περίμετρο του ορθογωνίου.
- 4) Να υπολογίσετε το μήκος της διαγωνίου ΒΔ.
- 5) Να υπολογίσετε τους εξής τριγωνομετρικούς αριθμούς.
α) $\epsilon\phi (B\hat{A}\Gamma)$ β) $\eta\mu (A\hat{B}\Delta)$, γ) $\sigma\upsilon\nu (B\hat{\Delta}\Gamma)$, δ) $\eta\mu (B\hat{\Delta}\Gamma)$
- 6) Αν Κ είναι το μέσο του ΒΔ και ΚΛ κάθετη στην ΓΔ να υπολογίσετε το μήκος του ΚΛ.
- 7) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του σχήματος ΚΛΒΓ.
- 8) Να υπολογίσετε το μήκος του περιγεγραμμένου κύκλου καθώς και το μήκος του τόξου ΔΑΒ
- 9) Να βρείτε το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου μέρους
- 10) Αν ΑΜ κάθετη στην ΔΒ να υπολογίσετε το μήκος του ΑΜ

- 11) Αν Βάζαμε το ορθογώνιο ΑΒΓΔ σε καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων και το Δ συνέπιπτε με την αρχή των αξόνων



- α. Να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων Α, Β, Γ
- β. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ΔΒ
- γ. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ου είναι παράλληλη στην ΔΒ και περνάει από το Α
- δ. Αν $M(4,0)$ να υπολογίσετε την απόσταση ΜΒ και το εμβαδόν του τριγώνου ΔΒΜ
- ε. Να βρείτε την εξίσωση της υπερβολής που διέρχεται από το Β.