

ΑΝΔΡΕΣΑΚΗΣ ΔΗΜΗΤΡΗΣ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Β

ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Ασκήσεις

ΕΚΔΟΣΗ 2Η



ΜΟΝΕΜΒΑΣΙΑ 2020

**ΜΕΡΟΣ
Β
ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ**

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 0

ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ ΑΠΟ Α ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

ΠΑΡΑΓΡΑΦΟΣ 0.1

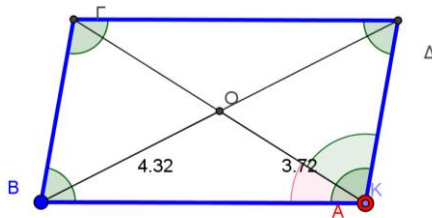
ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ ΤΕΤΡΑΠΛΕΥΡΑ

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Στον παρακάτω πίνακα να σημειώστε με "X" στα σχήματα που έχουν τις παρακάτω ιδιότητες

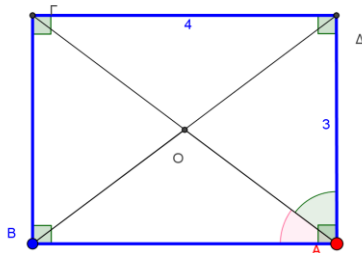
ΙΔΙΟΤΗΤΑ	Παραλληλό- γραμμο	Ορθογώ- νιο	Τετρά- γωνο	Ρόμβος
Οι απέναντι πλευρές είναι πα- ράλληλες.				
Οι διαγώνιοι είναι ίσες.				
Οι πλευρές είναι ίσες.				
Οι διαγώνιοι τέμνονται κάθετα.				
Οι απέναντι πλευρές είναι ίσες.				
Οι απέναντι γωνίες είναι ίσες.				
Οι γωνίες του είναι 90° .				
Δυο διαδοχικές γωνίες είναι Παραπληρωματικές.				
Οι διαγώνιοι διχοτομούνται.				
Οι διαγώνιοι διχοτομούν τις γωνίες του.				

2. Στο παρακάτω παραλληλόγραμμο είναι $A = 100$ μοίρες $\Delta = 80$ μοίρες , $OB = 4.32$ cm , $AB = 7$ cm , $OG = 3.72$ cm , $BG = 4$ cm .Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά



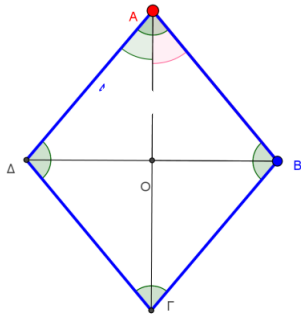
$B = \dots\dots$
 $\Gamma = \dots\dots$
 $OD = \dots\dots$
 $OA = \dots\dots$
 $AD = \dots\dots$
 $\Delta\Gamma = \dots\dots\dots$

3. Το $ABGD$ παρακάτω είναι ορθογώνιο με $\Gamma\Delta = 4$ cm , $A\Delta = 3$ cm , $A\Gamma = 5$ cm .
Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά



$B\Gamma = \dots\dots$
 $AB = \dots\dots\dots$
 $OB = \dots\dots$
 $OA = \dots\dots$
 $OG = \dots\dots$
 $OD = \dots\dots\dots$

4. Το ΑΒΓΔ παρακάτω είναι ρόμβος με $AD = 5\text{ cm}$ και $AG = 6\text{ cm}$, $\Delta B = 4\text{ cm}$, $\Delta = 100$ μοίρες και $A = 80$ μοίρες. Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά



$AB = \dots\dots\dots$ $B = \dots\dots$
 $\Delta\Gamma = \dots\dots\dots$ $\Gamma = \dots\dots\dots$
 $B\Gamma = \dots\dots$ $\Delta AO = \dots\dots$
 $\Delta B = \dots\dots$ $\Delta DO = \dots\dots$
 $OD = \dots\dots\dots$ $AOB = \dots\dots$
 $OB = \dots\dots\dots$ $OGB = \dots\dots\dots$

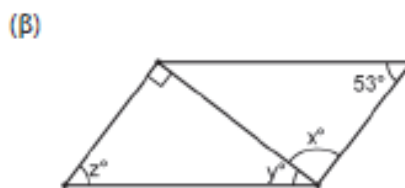
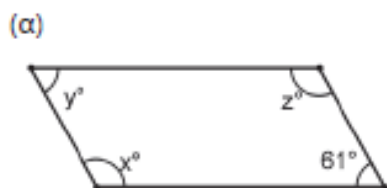
5. Να εξετάσετε κατά πόσο οι ακόλουθες προτάσεις είναι αληθείς:

- (α) Κάθε παραλληλόγραμμο είναι και τετράγωνο.
 (β) Κάθε τετράγωνο είναι ρόμβος,
 (γ) Κάθε ορθογώνιο είναι παραλληλόγραμμο.
 (δ) Κάθε ρόμβος είναι τετράγωνο.
 (ε) Κάθε τετράγωνο είναι ορθογώνιο.
 (στ) Κάθε ορθογώνιο είναι παραλληλόγραμμο.

6. Να βρεις δύο ομοιότητες και δύο διαφορές των γωνιών, των πλευρών και των διαγωνίων των σχημάτων:
 (α) Τετράγωνο – Ρόμβος
 (β) Τετράγωνο – Ορθογώνιο
 (γ) Ορθογώνιο – Ρόμβος

7. Να εξετάσετε κατά πόσο οι πιο κάτω ιδιότητες είναι δυνατόν να ισχύουν για ένα τραπέζιο.
 (α) Τρεις πλευρές ίσες,
 (β) Μια πλευρά, εκτός από τις βάσεις, να είναι μεγαλύτερη από τις βάσεις,
 (γ) Τρεις ορθές γωνίες,
 (δ) Ίσες βάσεις,
 (ε) Δύο πλευρές ίσες χωρίς να είναι το τραπέζιο ισοσκελές.

8. Να υπολογίσετε τις τιμές των x, y, z στα πιο κάτω παραλληλόγραμμα, δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας:



ΚΕΦΑΛΑΙΟ Β.1




ΕΜΒΑΔΑ ΕΠΙΠΕΔΩΝ ΣΧΗΜΑΤΩΝ ΠΥΘΑΓΟΡΕΙΟ ΘΕΩΡΗΜΑ

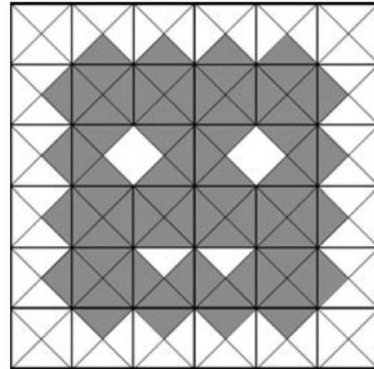
ΠΑΡΑΓΡΑΦΟΣ Β.1.3

ΕΜΒΑΔΑ ΕΠΙΠΕΔΩΝ ΣΧΗΜΑΤΩΝ

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

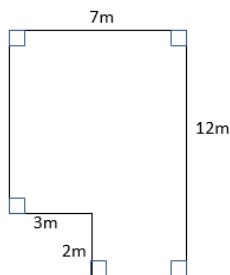
1)

- α) Ποιο είναι το εμβαδόν του διπλανού γραμμοσκιασμένου σχήματος με μονάδα μέτρησης το τρίγωνο  ;.....
- β) Ποιο είναι το εμβαδόν του διπλανού γραμμοσκιασμένου σχήματος με μονάδα μέτρησης το τρίγωνο  ;.....
- γ) Ποιο είναι το εμβαδόν του διπλανού γραμμοσκιασμένου σχήματος με μονάδα μέτρησης το τετράγωνο  ;

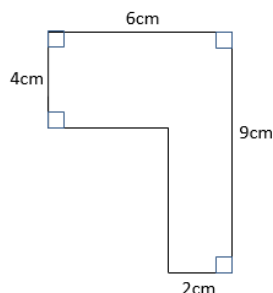


2) Βρείτε το εμβαδό και την περίμετρο των παρακάτω σχημάτων :

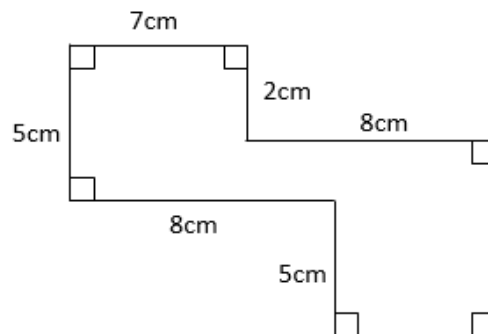
α)

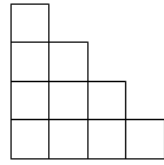


β)

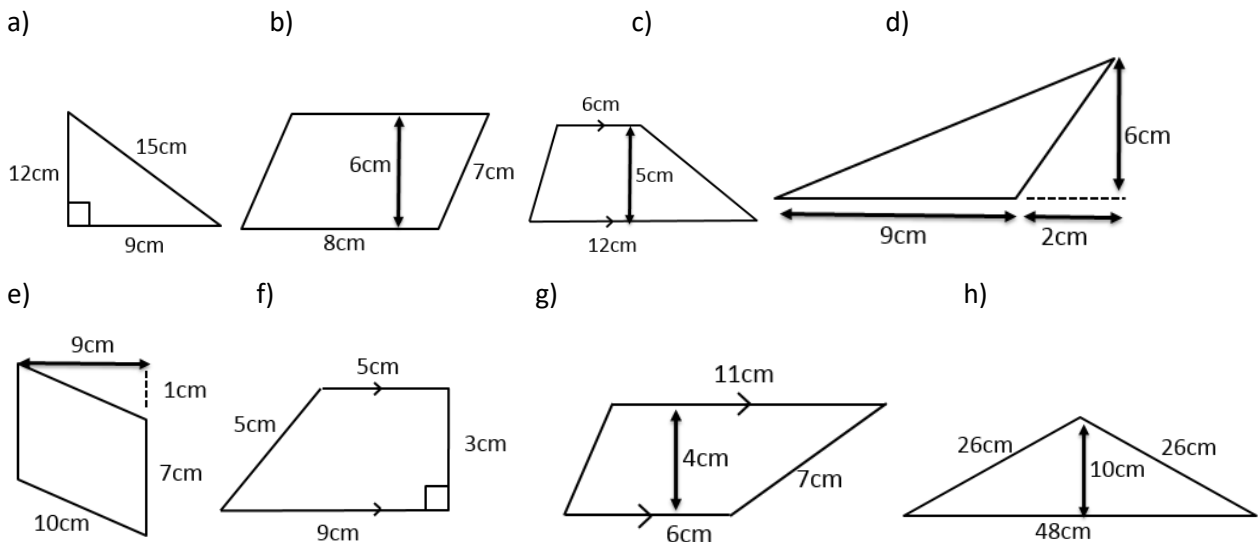


γ)





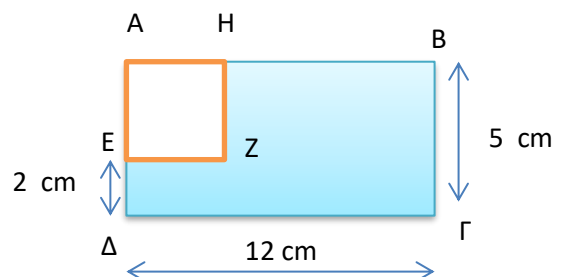
- 3) Η περίμετρος του διπλανού σχήματος είναι 80cm. Ποιο είναι το εμβαδόν του;?
- 4) Σε ένα ορθογώνιο η περιμέτρος του είναι 130 m και το μήκος του είναι 25m . Να υπολογίσετε το πλάτος του και το εμβαδόν του.
(Απάντηση: πλάτος 40 cm εμβαδόν 1000m²)
- 5) Ένα τετράγωνο έχει το ίδιο εμβαδόν με ένα ορθογώνιο διαστάσεων 4 m και 25m . Να υπολογίσετε την πλευρά του τετραγώνου. (Απάντηση: 10cm)
- 6) Βρείτε το εμβαδόν των παρακάτω σχημάτων .



- 7) Ένα τετράγωνο έχει πλευρά 3 m. ; Αν η πλευρά του τριπλασιαστεί πόσες φορές θα αυξηθεί το εμβαδόν του ; (Απάντηση: θα εννεαπλασιαστεί)
- 8) Ένα χωράφι σχήματος ορθογωνίου έχει πλευρά 180m και πουλήθηκε 54.000 €, με 3.000ευρώ το στρέμμα. Ο νέος ιδιοκτήτης θέλει να το περιφράξει με κόστος 20€ / μέτρο . Πόσο θα του στοιχίσει η περίφραξη ;

(Απάντηση: 11200 €)

- 9) Στο διπλανό σχήμα , να υπολογίσετε το εμβαδόν του τετραγώνου γραμμοσκιασμένου μέρους , αν το ΑΒΓΔ είναι ορθογώνιο και το ΑΗΕΖ τετράγωνο
(Απάντηση: 51cm²)



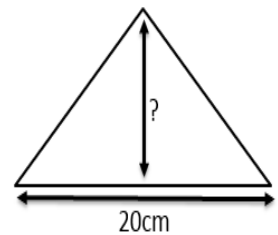
10) Ένα ορθογώνιο έχει πλευρές $\alpha = 2 \text{ m}$ και $\beta = 2x - 1 \text{ m}$ και έχει το ίδιο εμβαδό με ένα τετράγωνο πλευράς 4 m . Να υπολογισθεί το x .

(Απάντηση: $x = 4,5$)

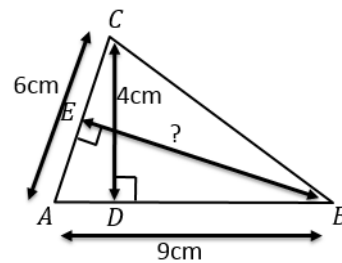
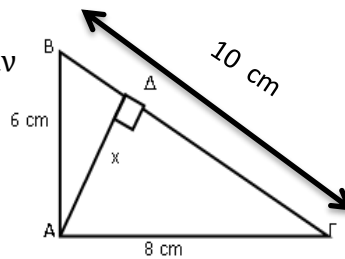
11) Ένα παραλληλόγραμμο έχει περίμετρο 26 cm και μια πλευρά του ίση με 8 cm . Αν το εμβαδόν του είναι 20 cm^2 να υπολογίσετε τα δύο ύψη του παραλληλογράμμου (Απάντηση: 5 cm και $2,5 \text{ cm}$)

12) Η μία κάθετη πλευρά ορθογωνίου ισοσκελούς τριγώνου είναι 6 m . Να υπολογίσετε το εμβαδόν του. (Απάντηση: 18 cm^2)

13) Να υπολογίσετε το ύψος του διπλανού τριγώνου εάν το εμβαδόν του είναι 5 m^2

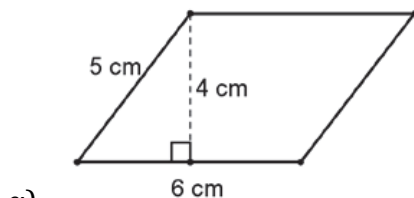


14) Στο διπλανό σχήμα να υπολογίσετε το x , αν $B\Gamma = 10 \text{ cm}$ (Απάντηση: $x = 2,4 \text{ cm}$)

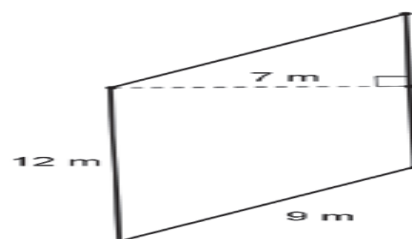


15) Να υπολογίσετε το ύψος CE του διπλανού τριγώνου

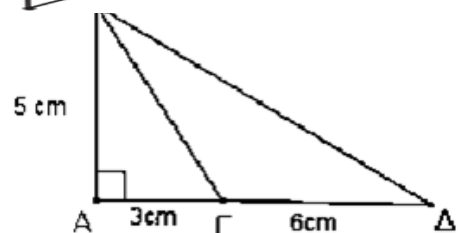
16) Να βρείτε το εμβαδό και την περίμετρο των παρακάτω παραλληλογράμμων



β)



(Απάντηση: α) περίμετρος = 22 cm Εμβαδόν = 24 cm^2



β) περίμετρος = 42m Εμβαδόν = 84 m²

17) Βάσει του διπλανού σχήματος να βρείτε

α) το εμβαδό (ΑΒΓ) του τριγώνου ΑΒΓ

β) το εμβαδό (ΑΒΔ) του τριγώνου ΑΒΔ

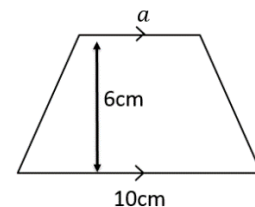
γ) το εμβαδό (ΔΒΓ) του τριγώνου ΔΒΓ

(Απάντηση: α) 7,5 cm² β) 20 cm² γ) 12,5cm²)

18) Σε ένα τραπέζιο η μία βάση του είναι διπλάσια της άλλης. Αν το ύψος του τραπέζιου είναι 8 cm και το εμβαδόν του είναι 60 cm² να υπολογίσετε το ύψος του τραπέζιου. (Απάντηση: 5 cm)

19) Σε ένα τραπέζιο οι βάσεις του είναι 8 cm και 4 cm . Αν το εμβαδόν του είναι 42cm² να υπολογίσετε το ύψος του (Απάντηση: 7 cm)

20) Να βρείτε το α αν το εμβαδόν του τραπέζιου είναι 51cm².



21) Η περίμετρος ενός ορθογωνίου είναι 30 cm και το μήκος του 10 cm. Το εμβαδόν ενός τραπέζιου είναι κατά 10 cm² μεγαλύτερο από το εμβαδόν του ορθογωνίου. Οι βάσεις του τραπέζιου είναι 8 cm και 12 cm. Να βρείτε το ύψος του τραπέζιου. (Απάντηση: 6 cm)

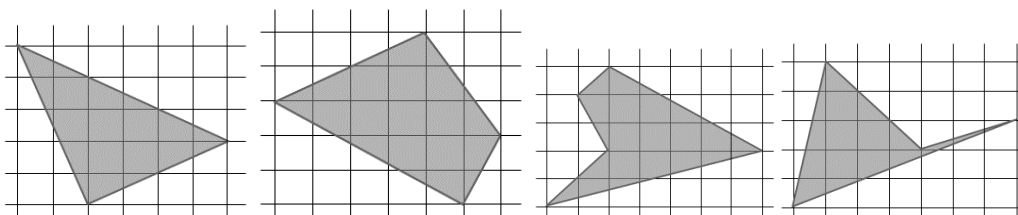
22) Αν η πλευρά του κάθε τετραγώνου είναι (1cm) να υπολογίσετε τα εμβαδά των παρακάτω σχημάτων

a)

b)

c)

d)



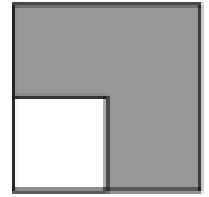
23) Σε ένα τραπέζιο η μεγάλη βάση είναι 3x-1 cm και η μικρή βάση x+2 cm , ενώ το ύψος του είναι 3 cm.

α) Να εκφράσετε το εμβαδόν του τραπέζιου σαν συνάρτηση του x

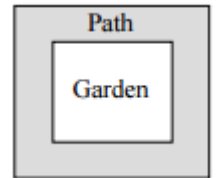
β) Αν το εμβαδόν του τραπέζιου είναι 19,5cm² , να βρείτε την τιμή του x.

(Απάντηση: α) $\frac{12x+3}{2}$ β) x=3)

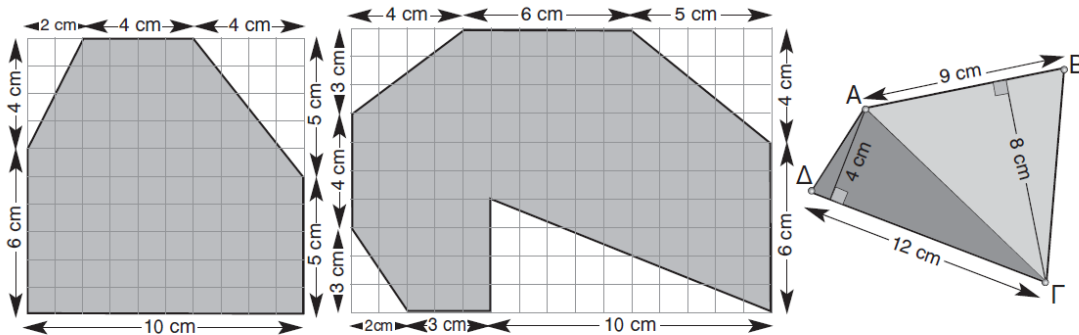
- 24) [JMO 2015 A3] Το σχήμα δείχνει δυο τετράγωνα το ένα μέσα στο άλλο
 Η περίμετρος του σκιασμένου σχήματος είναι 24 cm. Να βρεθεί το εμβαδόν του μεγαλύτερου τετραγώνου



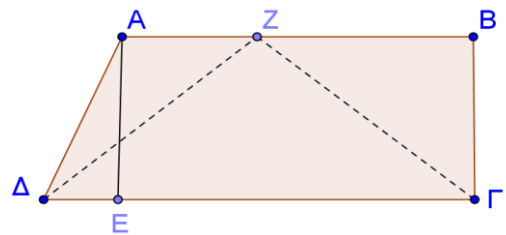
- 25) [Junior Kangaroo 2015 Q15]
 Ένας κήπος σχήματος ορθογωνίου περιβάλλεται από ένα μονοπάτι σταθερού πλάτους
 Η περίμετρος του κήπου είναι 24 μ μικρότερη από την εξωτερική απόσταση του μονοπατιού. Ποιο είναι το πλάτος του μονοπατιού ;



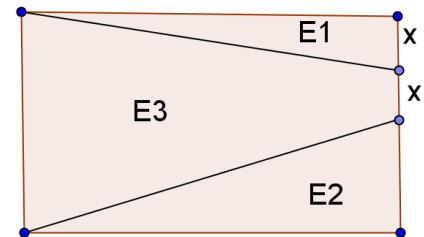
- 26) Να υπολογίσετε τα εμβαδά των παρακάτω σχημάτων :



- 27) Στο διπλανό σχήμα, οι γωνίες B και Γ είναι ορθές, το ABΓΔ είναι τραπέζιο και το τμήμα AE ύψος του τραπέζιου. Δίνονται τα μήκη των: AB=9m, ΒΓ=4m, ΓΔ=12m, AZ=4m. Να υπολογίσετε τα εμβαδά των παρακάτω σχημάτων: ABΓΔ, ABΓΕ, ΔΖΓ και AZΔ.



- 28) Το ορθογώνιο παρ/μο του σχήματος, έχει διαστάσεις 8m μήκος και 6m πλάτος.
 1. Να εκφράσετε τα εμβαδά E1, E2 και E3 με τη βοήθεια του x.
 2. Να βρείτε την τιμή του x ώστε το άθροισμα των εμβαδών E1 και E2 να ισούται με το μισό του E3.

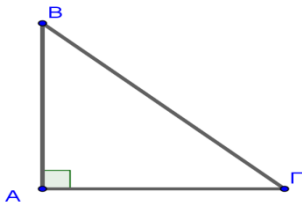


ΠΑΡΑΓΡΑΦΟΣ Β.1.4

ΠΥΘΑΓΟΡΕΙΟ ΘΕΩΡΗΜΑ

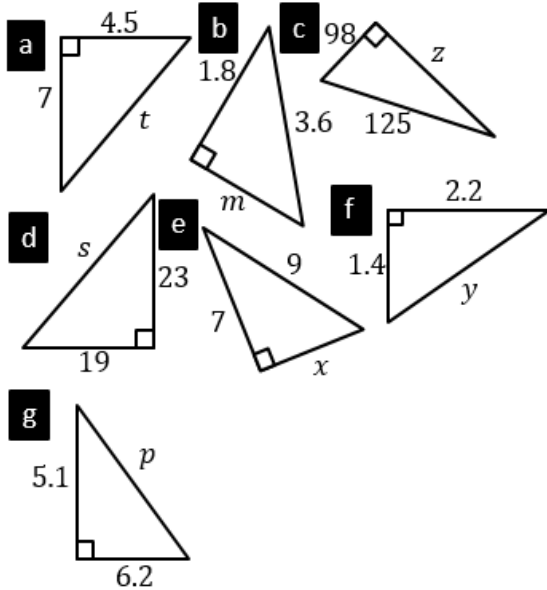
ΑΣΚΗΣΕΙΣ

- 1) Στον παρακάτω πίνακα τα ευθύγραμμα τμήματα AB , $ΑΓ$ και $ΒΓ$ είναι οι πλευρές ενός ορθογωνίου τριγώνου $ΑΒΓ$ με $\hat{A} = 90^\circ$. Να συμπληρώσετε τον πίνακα αυτό.

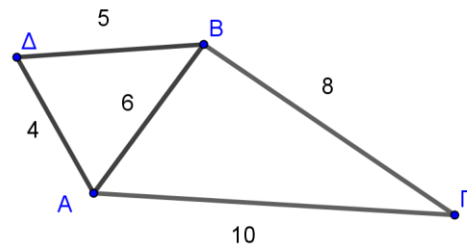


AB	6	3	20	16	15
$ΑΓ$	8			30	
$ΒΓ$		5	29		25

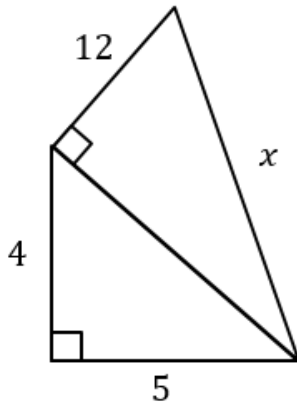
- 2) Βρείτε την πλευρά του καθενός από τα παρακάτω τρίγωνα που είναι σημειωμένη με γράμμα. Η απάντηση να έχει μέχρι 2 δεκαδικά ψηφία



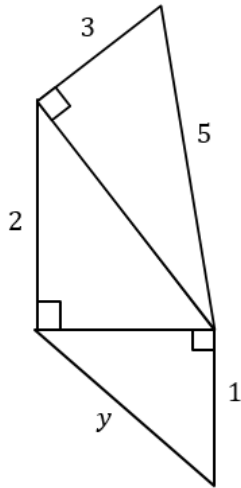
- 3) Στο διπλανό σχήμα να εξετάσετε:
 α) αν το τρίγωνο $ΑΒΓ$ είναι ορθογώνιο.
 β) αν η γωνία Δ είναι ορθή



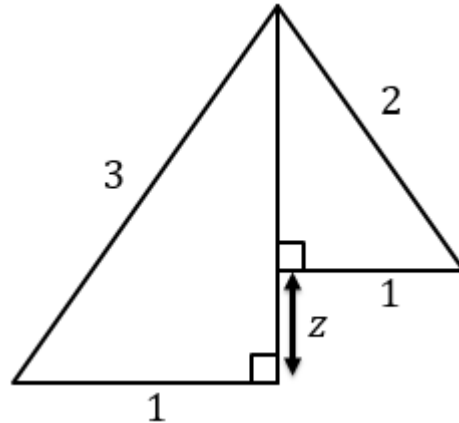
4) α) βρείτε το χ



β) βρείτε το γ



γ) βρείτε το z



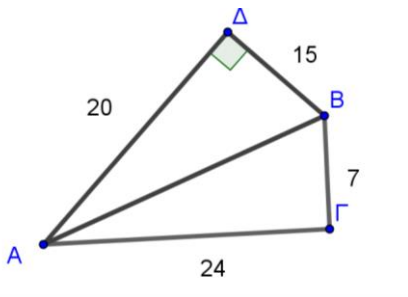
5) Στο σχήμα 3:

α) Να υπολογίσετε την πλευρά AB

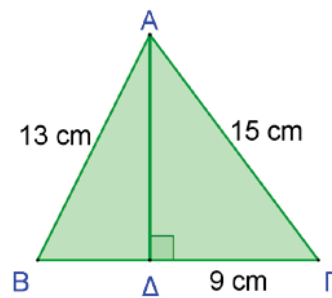
(Απάντηση: 25 cm)

β) Να εξετάσετε εάν το τρίγωνο ABΓ είναι ορθογώνιο

6) Στο σχήμα 4 Να εξετάσετε αν το τρίγωνο ABΓ είναι ορθογώνιο



Σχήμα 3



σχήμα 4

7) Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ABΓ ($A=90^\circ$) με $AB=8\text{cm}$ και $A\Gamma=6\text{cm}$. Να υπολογίσετε:

(α) το εμβαδόν του τριγώνου

(β) την υποτείνουσα BΓ

(γ) το ύψος προς την BΓ (Απάντηση: α) 24 cm^2 , β) 10 cm , γ) $4,8\text{ cm}$)

8) Δίνεται τρίγωνο ABΓ με περίμετρο 48cm. Αν $AB = 3x - 3$, $A\Gamma = 3x + 1$ και $B\Gamma = 4x$

(α) Να βρεθεί το x (Απ. 5) (β) Να εξετάσετε αν το τρίγωνο είναι ορθογώνιο;

9) Να εξετάσετε αν το τρίγωνο ABΓ που έχει πλευρές $AB = \sqrt{2}\text{ m}$, $A\Gamma = \sqrt{23}\text{ m}$ και $B\Gamma = 5\text{ m}$ είναι ορθογώνιο

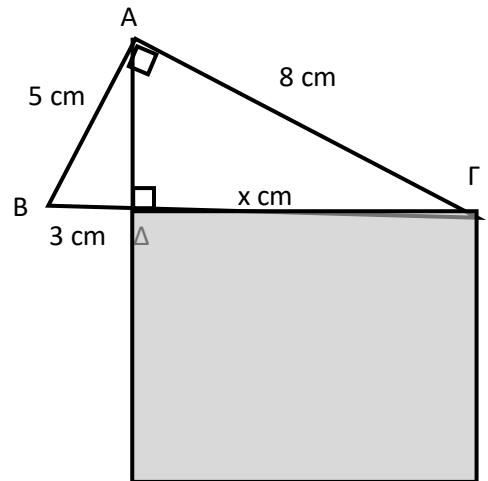
10) Δίνεται τραπέζιο ABΓΔ με $\hat{A} = \hat{B} = 90^\circ$, $AB = 12\text{ cm}$ και $A\Gamma = 9\text{ cm}$. Να υπολογίσετε τη BΓ και το εμβαδόν του.

- 11) Σε ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο η διαγώνίός του είναι 13 cm και η μία πλευρά του είναι 5 cm . Να υπολογίσετε το εμβαδόν του.

(Απάντηση: 60 cm^2)

- 12) Στο διπλανό σχήμα αν $ΑΓ = 8 \text{ cm}$ και $ΑΔ$ ύψος να υπολογίσετε το εμβαδόν του τετραγώνου με πλευρά $χ$

(Απάντηση: 36 cm^2)



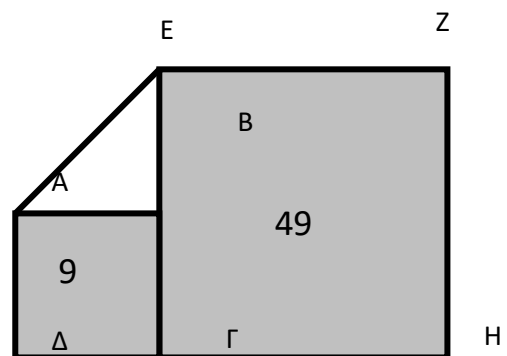
- 13) Σε ορθογώνιο και ισοσκελές τρίγωνο $ΑΒΓ$ είναι $ΑΒ=ΑΓ=4 \text{ cm}$. Να υπολογίσετε τη $ΒΓ$, το εμβαδόν και το ύψος $ΑΔ$.

(Απάντηση: $ΒΓ = 4\sqrt{2} \text{ cm}$, εμβαδόν 8 cm^2 , $ΑΔ = 2\sqrt{2}$)

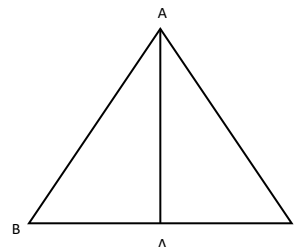
- 14) Στο διπλανό σχήμα το τετράγωνο $ΕΖΗΓ$ έχει εμβαδό 49 m^2 , ενώ το τετράγωνο $ΑΒΓΔ$ έχει εμβαδόν 9 m^2 .

α) Να βρείτε τα μήκη των πλευρών $ΕΒ$ και $ΑΒ$ του τριγώνου $ΑΒΕ$.

β) Να βρείτε το μήκος της πλευράς $ΑΕ$
(Απάντηση: α) ... , β) 5 m)



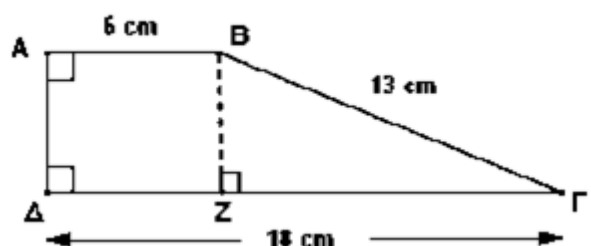
- 15) Το τρίγωνο $ΑΒΓ$ του διπλανού σχήματος είναι ισοσκελές με $ΑΒ = ΑΓ = 15 \text{ mm}$ και $ΒΓ = 24 \text{ mm}$. Να υπολογίσετε το ύψος $ΑΔ$ του τριγώνου.



- 16) Στο διπλανό τραπέζιο

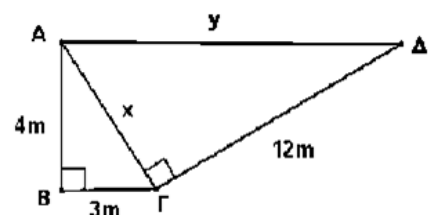
α) Να υπολογίσετε το ύψος $ΒΖ$ και

β) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τραpezίου



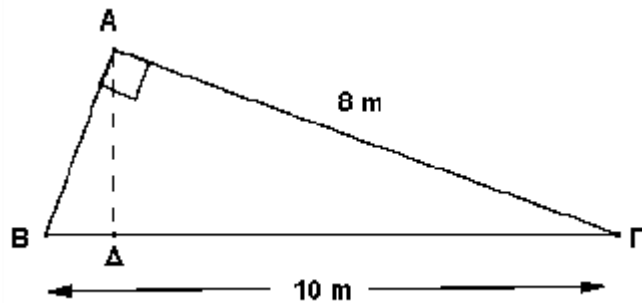
- 17) Στο διπλανό σχήμα έχουμε τα ορθογώνια τρίγωνα $ΑΒΓ$ με $ΑΒ = 4 \text{ m}$ και $ΒΓ = 3 \text{ m}$ και $ΑΓΔ$ με $ΓΔ = 12 \text{ m}$. Να βρείτε

α) τα μήκη x και y ,



β) τα εμβαδά (ΑΒΓ) , (ΑΓΔ) και
το εμβαδόν (ΑΒΓΔ) του τετραπλεύρου ΑΒΓΔ

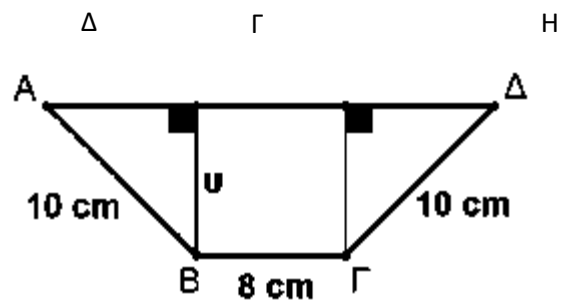
- 18) Στο Ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ
του σχήματος Να υπολογίσετε
α) Την πλευρά ΑΒ β) Το (ΑΒΓ)
γ) Το ύψος ΑΔ



ΑΒ του τριγώνου ΑΒΕ.

β) Να βρείτε το μήκος της πλευράς ΑΕ

- 19) Σε ισοσκελές τραπέζιο με $ΑΔ // ΒΓ$ και $ΑΒ = ΓΔ$ δίνονται $ΑΔ = 24\text{ cm}$, $ΒΓ = 8\text{ cm}$ και $ΓΔ = 10\text{ cm}$. Να υπολογίσετε το ύψος και το εμβαδό (ΑΒΓΔ) του τραπέζιου.



- 20) Να βρείτε το εμβαδόν και την περίμετρο
ορθογωνίου που έχει διαγώνιο 10 m και πλάτος 6 m.

- 21) Τετράγωνο είναι ισοδύναμο με ρόμβο. Αν η περίμετρος του τετραγώνου είναι 48 m και η μια διαγώνιος του ρόμβου είναι 18 cm, να βρείτε την άλλη διαγώνιο του ρόμβου.

- 22) Τετράγωνο έχει περίμετρο 48 cm και είναι ισοδύναμο με παραλληλόγραμμο που η βάση του είναι τετραπλάσια του ύψους του. Να βρείτε τη βάση και το ύψος του παραλληλογράμμου.

- 23) Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με περίμετρο 48cm. Αν $ΑΒ = 3x - 3$, $ΑΓ = 3x + 1$ και $ΒΓ = 4x$

(α) Να βρεθεί το x (Απ. 5)

(β) Να εξετάσετε αν το τρίγωνο είναι ορθογώνιο;

- 24) Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με περίμετρο 64cm. Αν $ΑΒ = 2x + 2$, $ΑΓ = 40 - 3x$ και $ΒΓ = 5x + 2$.

(α) Να βρεθεί το x .

(β) Να εξετάσετε αν το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.

- 25) Το ύψος ενός ισοπλεύρου τριγώνου είναι $3\sqrt{3}$ cm. Να βρεθεί η πλευρά του και το εμβαδόν του.

- 26) Να εξετάσετε αν το τρίγωνο ΑΒΓ που έχει πλευρές $ΑΒ = \sqrt{8}$ cm, $ΑΓ = \sqrt{6}$ cm και $ΒΓ = \sqrt{14}$ cm είναι ορθογώνιο;

- 27) Σε ορθογώνιο και ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ είναι $ΑΒ = ΑΓ = 4\text{ cm}$. Να υπολογίσετε τη ΒΓ, το ύψος ΑΔ και το εμβαδόν του.

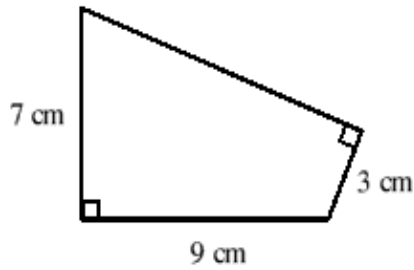
- 28) Δίνεται τραπέζιο ΑΒΓΔ με $\hat{A} = \hat{B} = 90^\circ$, $ΑΒ = 12\text{ cm}$ και $ΑΓ = 9\text{ cm}$. Να υπολογίσετε τη ΒΓ και το εμβαδόν του.

- 29) Σε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90^\circ$) η ΒΓ είναι μεγαλύτερη κατά 3 cm από την ΑΒ και η $ΑΓ = 9\text{ cm}$. Να βρεθούν οι πλευρές του και το εμβαδόν του.

- 30) Σε τρίγωνο ΑΒΓ το ύψος $ΑΔ = 12\text{ cm}$, $ΓΔ = 16\text{ cm}$ και $ΒΔ = 9\text{ cm}$. Να δείξετε ότι το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο.

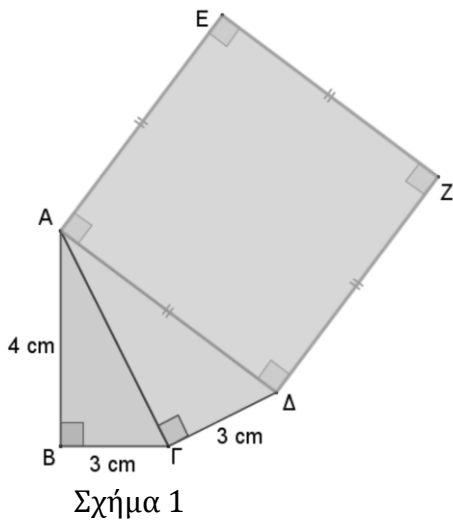
31) Το μήκος της πλευράς ενός ισοπλεύρου τριγώνου ΑΒΓ είναι 12 m. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τετραγώνου που έχει πλευρά το ύψος ΑΔ.

32) Να βρείτε το εμβαδόν του παρακάτω τετραπλεύρου

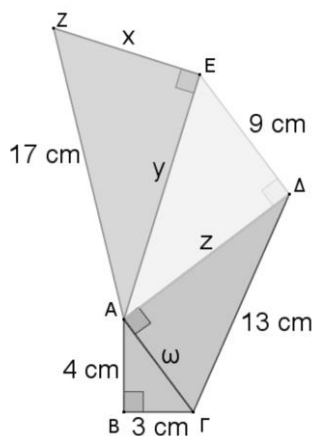


33) α) Στο σχήμα 1 να βρείτε το εμβαδόν του τετραγώνου ΑΔΖΕ

β) Στο σχήμα 2 να βρείτε τα ω, z, y, x



Σχήμα 1



Σχήμα 2

Απάντηση:

Σχήμα 1

34

Σχήμα 2

$\omega = 5$

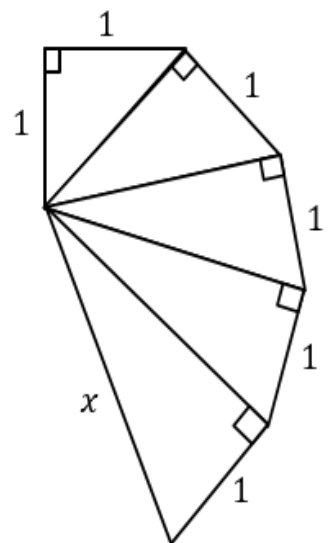
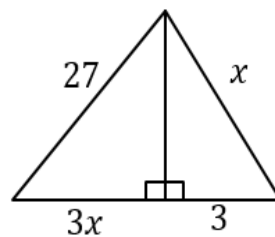
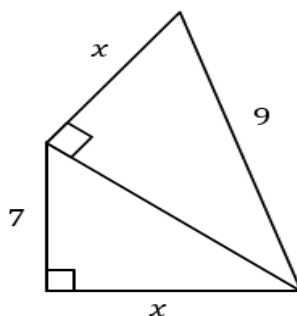
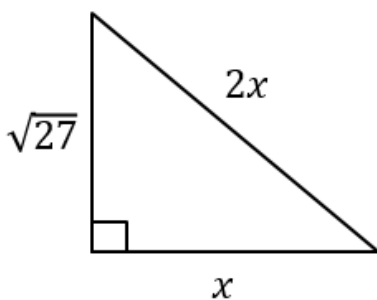
$z = 12$

$y = 15$

$x = 8$

34)

35) Να υπολογίσετε το x στα παρακάτω σχήματα



ΚΕΦΑΛΑΙΟ Β.2

ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΑ

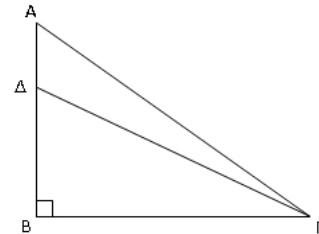
ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΕ ΟΛΟ ΤΟ ΚΕΦΑΛΑΙΟ

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΤΟΥΣ ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΚΟΥΣ ΑΡΙΘΜΟΥΣ

1. Από το διπλανό σχήμα να βρείτε τα:

$$\varepsilon\phi\hat{B}\Gamma A = \quad , \quad \eta\mu\hat{B}\Gamma\Delta =$$

$$\sigma\upsilon\nu\hat{B}\Delta\Gamma = \quad , \quad \varepsilon\phi\hat{B}\Delta\Gamma =$$



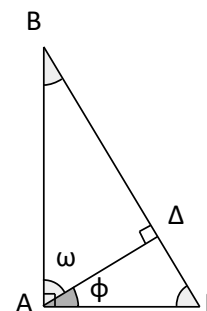
2. Σε ένα ορθογώνιο τρίγωνο ($A = 90^\circ$) είναι $\eta\mu B = \frac{3}{5}$ και $A\Gamma = 9\text{cm}$. Να υπολογίσετε τις άλλες δύο πλευρές του τριγώνου

i) Εάν $A\Gamma = 35\text{ m}$ και $\sigma\upsilon\nu\Gamma = \frac{5}{6}$, υπολογίστε: i) την AB , ii) τη $B\Gamma$ και iii) τη γωνία B .

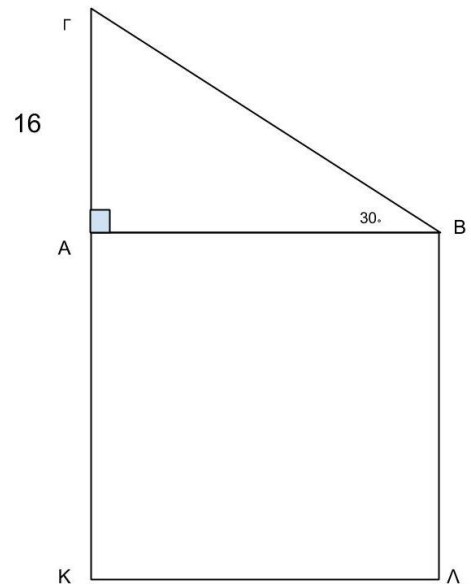
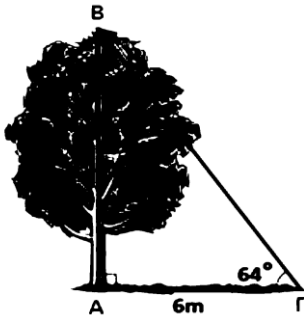
3. Χρησιμοποιώντας το διπλανό σχήμα συνδέστε κάθε τριγωνομετρικό αριθμό της στήλης Α με τον αντίστοιχο λόγο της στήλης Β.

ΣΤΗΛΗ Α	ΣΤΗΛΗ Β
α. $\eta\mu\omega$	1. $\frac{\Delta\Gamma}{A\Gamma}$
β. $\sigma\upsilon\nu\phi$	2. $\frac{A\Delta}{\Delta\Gamma}$
γ. $\varepsilon\phi\hat{B}$	3. $\frac{A\Delta}{B\Delta}$
δ. $\sigma\upsilon\nu\hat{\Gamma}$	4. $\frac{A\Delta}{A\Gamma}$
	5. $\frac{B\Delta}{A\Gamma}$

α	β	γ	δ

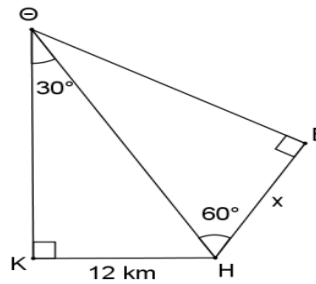
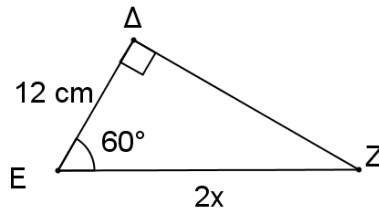
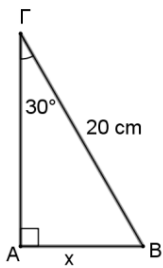


4. Να υπολογίσετε το ύψος του δέντρου στο διπλανό σχήμα

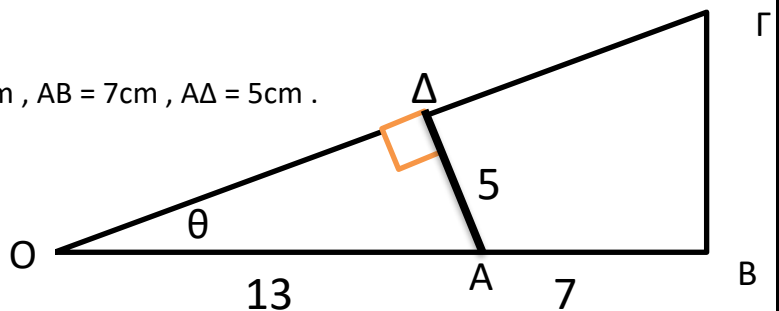


5. Στο παρακάτω τρίγωνο ABΓ είναι $ΑΓ = 16\text{cm}$
 α) Να βρείτε την υποτείνουσα ΒΓ του τριγώνου ABΓ .
 β) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τετραγώνου ABKL
 γ) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τραπεζίου ΓΚΛΒ

6. Να υπολογίσετε το χ στα παρακάτω σχήματα



7. Στο παρακάτω σχήμα είναι $OA = 13\text{ cm}$, $AB = 7\text{cm}$, $AD = 5\text{cm}$.

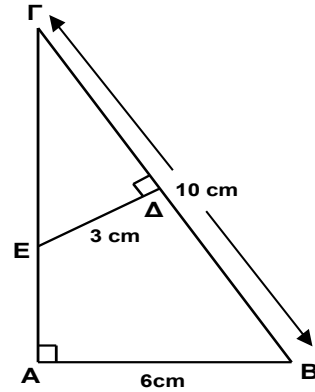


- A) Να υπολογίσετε τα $\eta\mu\theta$, $\sigma\upsilon\upsilon\theta$, $\epsilon\phi\theta$.
 B) Να υπολογίσετε τα OD , OG , GD , BG

8. Δίνεται ισόπλευρο τρίγωνο ABΓ με $AB = BG = GA = 4\text{cm}$.
 α) Να υπολογίσετε το ύψος AD . β) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του
 9. Δίνεται ισόπλευρο τρίγωνο ABΓ με $AB = BG = GA = 3\text{cm}$.
 α) Να υπολογίσετε το ύψος AD . β) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του

10. Δίνεται το διπλανό σχήμα:

- α) να υπολογίσετε την πλευρά ΑΓ
- β) να υπολογίσετε τους αριθμούς $\eta\mu\Gamma$ και $\epsilon\phi\Gamma$
- γ) να δείξετε ότι $\Delta\Gamma=4$ cm
- δ) να υπολογίσετε το τμήμα ΑΕ.

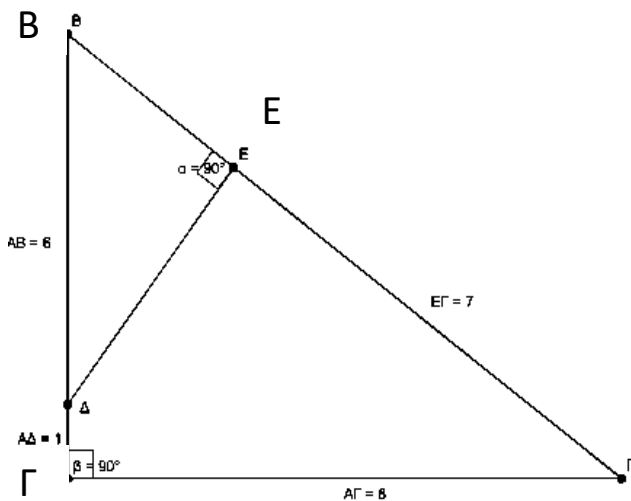


11. Δίνεται οξυγώνιο τρίγωνο ΑΒΓ με $AB = 15$ cm , $B\Gamma = 20$ cm και φέρνουμε το ύψος του ΑΔ. Αν γνωρίζουμε ότι $B\Delta = 7$ cm να υπολογίσετε:

- α) Την Γωνία Β
- β) Το ύψος ΑΔ.
- γ) Την γωνία Γ
- δ) Την γωνία ΒΑΔ
- ε) την γωνία ΔΑΓ

(Χρησιμοποιήστε τον πίνακα τριγωνομετρικών αριθμών στο τέλος του βιβλίου)

12. Στο παρακάτω σχήμα το τρίγωνα ΑΒΓ και ΔΕΒ είναι ορθογώνια με $\hat{A}=90^\circ$ και $\hat{E}=90^\circ$.

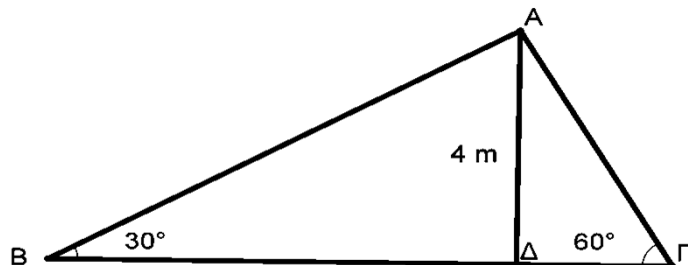


Επιπλέον είναι: $AB=6$ cm , $AG= 8$ cm , $AD=1$ cm , $EG=7$ cm

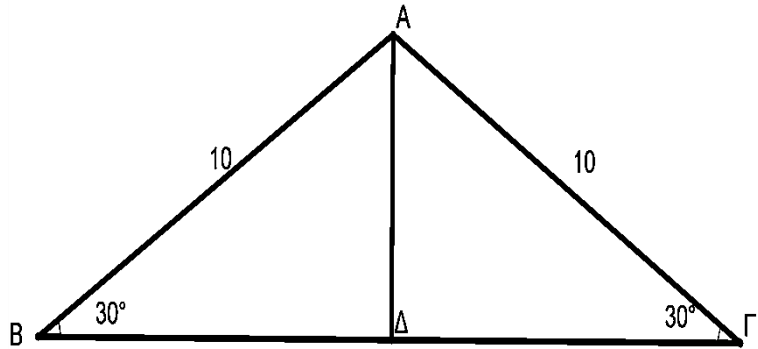
- α) Να υπολογίσετε τα μήκη των τμημάτων: ΒΓ, ΒΕ και ΒΔ
- β) Να υπολογίσετε τα : $\epsilon\phi B$, $\eta\mu(B\Delta E)$, $\epsilon\phi(A\Gamma\Delta)$, $\text{συν}\Gamma$

13. Στο διπλανό σχήμα να υπολογίσετε:

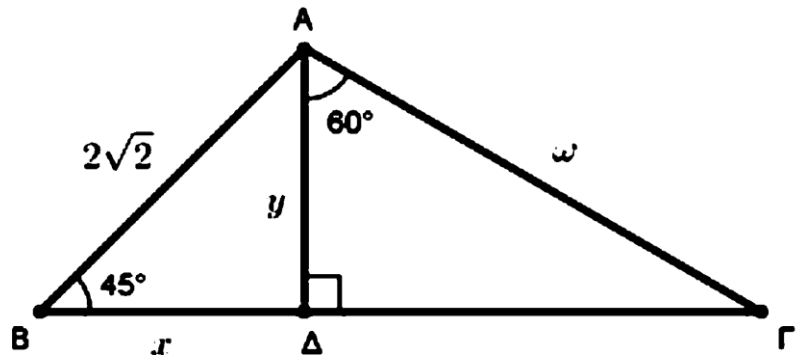
- α) Τις πλευρές του τριγώνου
- β) Το εμβαδόν του τριγώνου



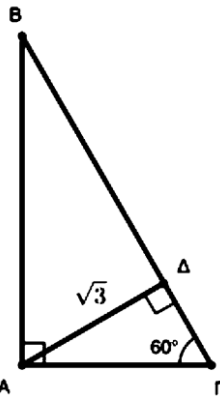
14. Στο διπλανό ισοσκελές τρίγωνο να υπολογίσετε
 α) Το ύψος AD του τριγώνου
 β) Το εμβαδόν του



15. Στο παρακάτω σχήμα να υπολογίσετε τα x , y , ω , $\Delta\Gamma$ και κατόπιν να εξετάσετε εάν το $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο

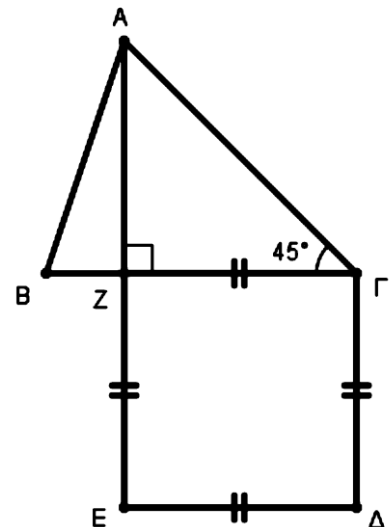


16. Στο διπλανό τρίγωνο να



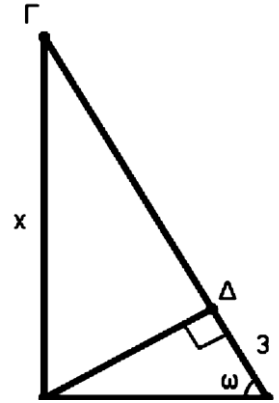
υπολογίστε το εμβαδόν του

17. Στο διπλανό σχήμα, το τετράγωνο $ZΓΕΔ$ έχει εμβαδόν 36cm^2 και $BZ = 2\text{ cm}$
 α) Να βρείτε το μήκος της πλευράς $ZΓ$
 β) Να υπολογίσετε το μήκος AZ
 γ) Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$
 δ) Να βρείτε το εμβαδόν του τραapeζίου $AΓΔΕ$

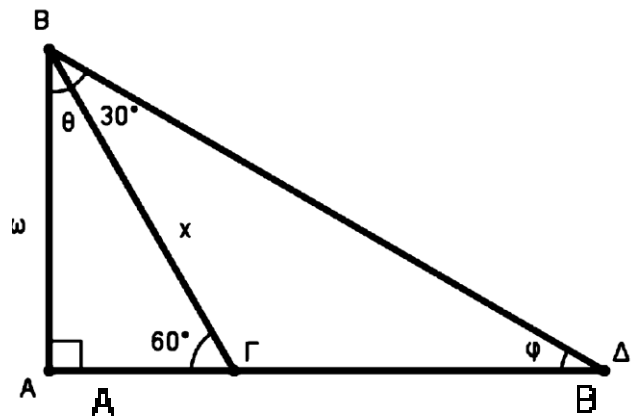


18. Στο διπλανό τρίγωνο να υπολογίσετε

- την γωνία ω
- την γωνία Γ
- την πλευρά $ΑΓ$
- Το εμβαδόν του τριγώνου
- Το ύψος $ΑΔ$

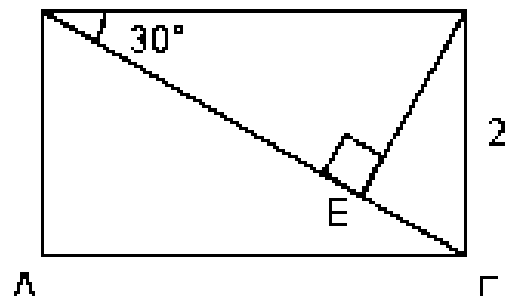


19. Στο διπλανό σχήμα γνωρίζουμε ότι $ΓΔ=4$, και $ΑΓΒ = 60$ μοίρες, $ΓΒΔ= 30$ μοίρες. Να υπολογίσετε τις γωνίες ϕ , θ καθώς και τα μήκη των πλευρών $ΒΓ$, $ΑΒ$ και $ΑΓ$. Στη συνέχεια να προσδιορίσετε το εμβαδόν του τριγώνου $ΒΓΔ$.

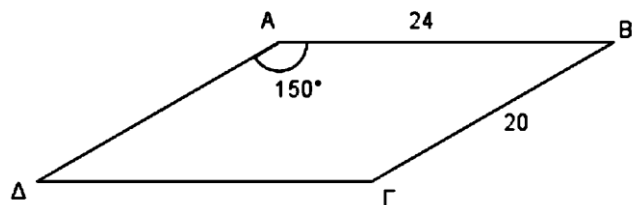


20. Δίνεται ορθογώνιο $ΑΒΓΔ$ και η διαγώνιος του $ΑΓ$. Αν $ΒΕ$ κάθετο στο $ΑΓ$, $ΒΓ=2$ και $ΒΑΓ=30^\circ$. Να προσδιορίσετε:

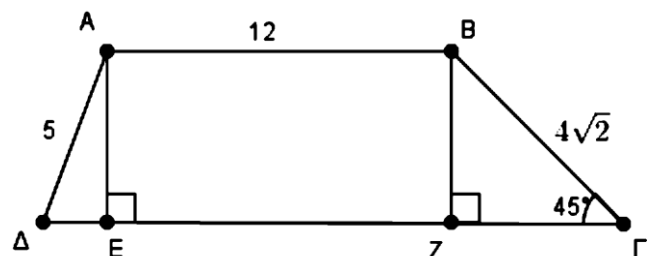
- την διαγώνιο $ΑΓ$
- την πλευρά $ΑΒ$
- το τμήμα $ΒΕ$
- το εμβαδόν του τριγώνου $ΑΒΕ$.



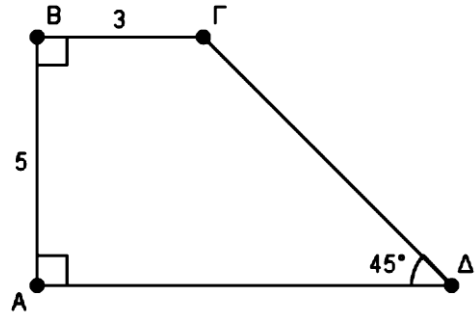
21. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του παραλληλογράμμου



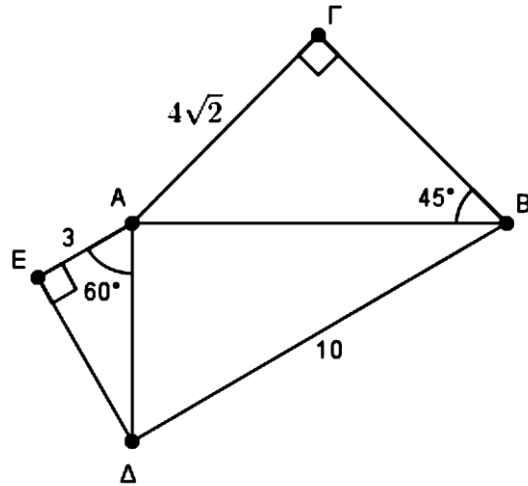
22. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τραπεζίου



23. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τραπεζίου



24. Να εξετάσετε εάν το ΑΒΔ είναι ορθογώνιο



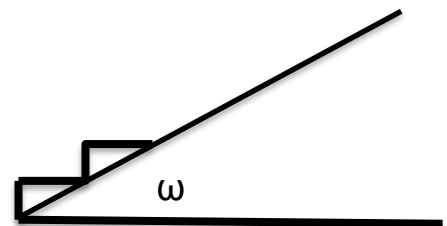
25. Να υπολογίσετε την παράσταση :

$$A = \eta\mu^2(30^\circ) + \sigma\upsilon\nu^2(45^\circ) - [\epsilon\varphi(45^\circ)]^{2013} - \eta\mu^2(60^\circ)$$

26. Να δειχθεί ότι: $\frac{\eta\mu 45^\circ - \eta\mu 30^\circ}{\sigma\upsilon\nu 45^\circ + \sigma\upsilon\nu 60^\circ} = 3 - 2\sqrt{2}$.

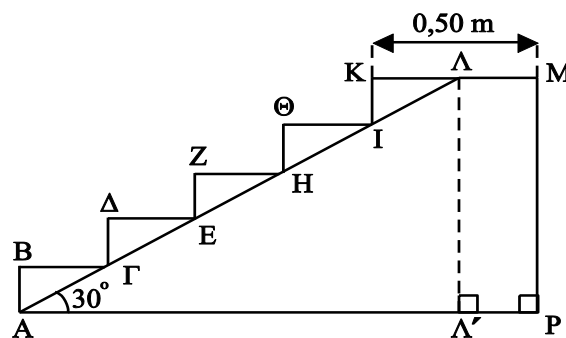
27. Για να ανέβουμε μια ανηφόρα πιο εύκολα χτίζουμε σκαλοπάτια ύψους 20cm και πλάτους 40 cm .

- α) Να βρεθεί η κλίση ω της ανηφόρας από το έδαφος.
- β) Αν η ανηφόρα έχει μήκος 15 m πόσα σκαλοπάτια πρέπει να φτιάξουμε για να την ανεβούμε ;
- γ) Αν ανέβουμε 11 σκαλοπάτια πόσο μήκος της ανηφόρας έχουμε διανύσει



28. Στο σχήμα δίνεται η τομή μιας σκάλας. Το σημείο Λ είναι μέσο της απόστασης ΚΜ. Υπολογίστε:

- α) Το μήκος ενός βήματος (ΒΓ = ΔΕ = ΖΗ = ΘΙ = ΚΛ).
- β) το πλάτος της σκάλας ΑΡ.

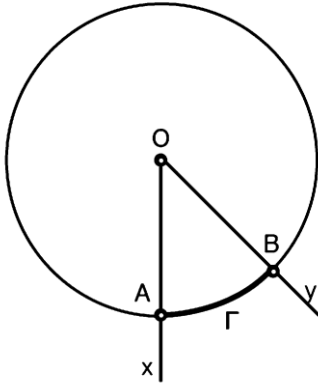


ΚΕΦΑΛΑΙΟ Β.3

ΜΕΤΡΗΣΗ ΚΥΚΛΟΥ

ΠΑΡΑΓΡΑΦΟΣ Β.3.0

ΕΠΙΚΕΝΤΡΕΣ ΓΩΝΙΕΣ



Κατασκευάζουμε έναν κύκλο (O, ρ) και μια γωνία $\alpha O \gamma$, της οποίας η κορυφή συμπίπτει με το κέντρο O του κύκλου.

Η γωνία αυτή λέγεται επίκεντρη γωνία.

Αν η πλευρά Ox της γωνίας $\alpha O \gamma$ τέμνει τον κύκλο στο σημείο A και η πλευρά Oy στο σημείο B , τότε:

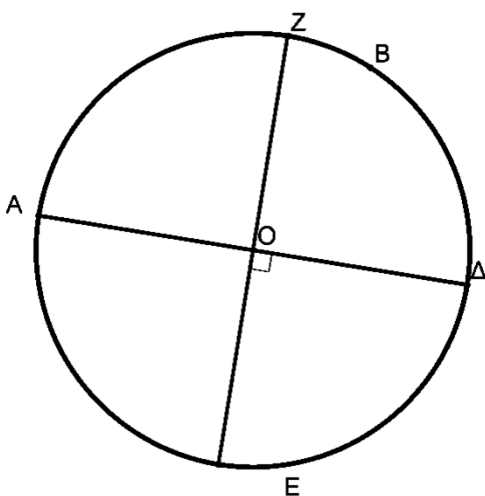
Το τόξο $ΑΓΒ$ που βρίσκεται στο εσωτερικό της κυρτής γωνίας $\alpha O \gamma$ λέγεται αντίστοιχο τόξο της επίκεντρης γωνίας $\alpha O \gamma$.

Ως μέτρο ενός τόξου ορίζεται το μέτρο της αντίστοιχης επίκεντρης γωνίας, δηλαδή το μέτρο ενός τόξου το μετράμε σε μοίρες

- Σε έναν κύκλο ή σε ίσους κύκλους, δύο ίσες επίκεντρες γωνίες έχουν ίσα αντίστοιχα τόξα. Και αντίστροφα:
- Σε έναν κύκλο ή σε ίσους κύκλους, δύο ίσα τόξα έχουν ίσες τις επίκεντρες γωνίες τους.

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 1

Να βρεις πόσες μοίρες είναι



Κύκλος - >

Τόξο $ΑΔ$ -> ημικύκλιο =

Τόξο $ΒΔ$ -> τεταρτοκύκλιο =

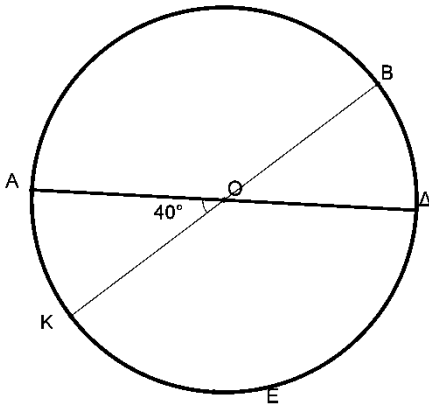
Τόξο $ΒΕ$ =

Τόξο $ΔΕ$ =

Τι μπορούμε να πούμε για τα τόξα $ΔΕ$ και $ΑΖ$

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 2

Υπολογίστε τα μέτρα των παρακάτω τόξων



$AK = \dots\dots\dots$

$B\Delta = \dots\dots\dots$

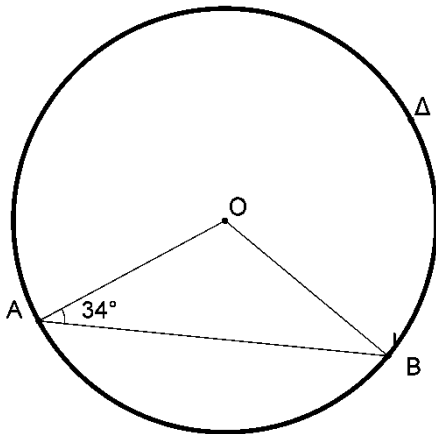
$K\Delta = \dots\dots\dots$

$AB = \dots\dots\dots$

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 3

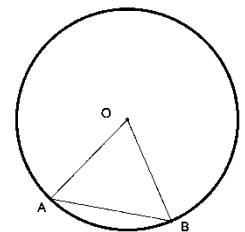
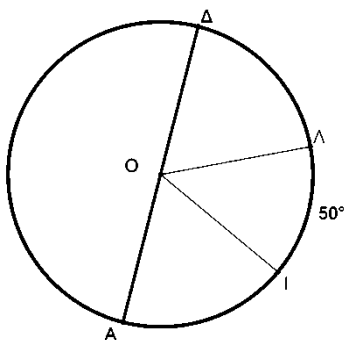
Υπολογίστε τα μέτρα

- α) της γωνίας ABO
- β) της γωνίας AOB
- γ) του τόξου AB
- δ) του μη κυρτού τόξου AB



ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 4

Τα τόξα ΔΛ και ΙΑ είναι ίσα . Αν $LI = 50$, να υπολογίσετε τις γωνίες ΔΟΛ και ΙΟΑ



ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 5

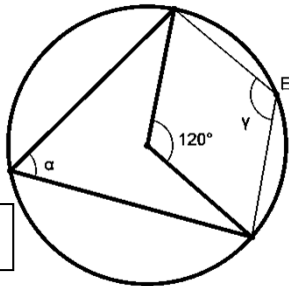
Το τρίγωνο OAB είναι ισόπλευρο . Να υπολογίσετε το τόξο AB

ΠΑΡΑΓΡΑΦΟΣ Β.3.1

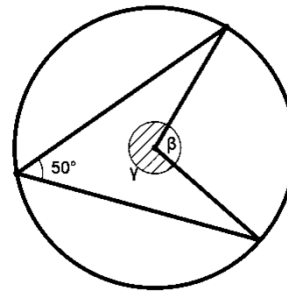
ΕΓΓΕΓΡΑΜΜΕΝΕΣ ΓΩΝΙΕΣ

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

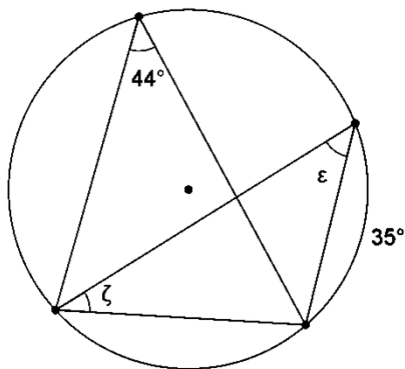
1. Στο σχήμα 1 να υπολογίσετε τις γωνίες α και γ
2. Στο σχήμα 2 να υπολογίσετε τις γωνίες β και γ
3. Στο σχήμα 3 να υπολογίσετε τις γωνίες ϵ και ζ
4. Στο σχήμα 4 να υπολογίσετε τις γωνίες ψ , ζ , ϕ , χ , ω .
5. Στο σχήμα 5 να υπολογίσετε τις γωνίες ϕ , χ , ψ .
6. Να υπολογίσετε τις γωνίες του τετράπλευρου ΑΒΓΔ του σχήματος



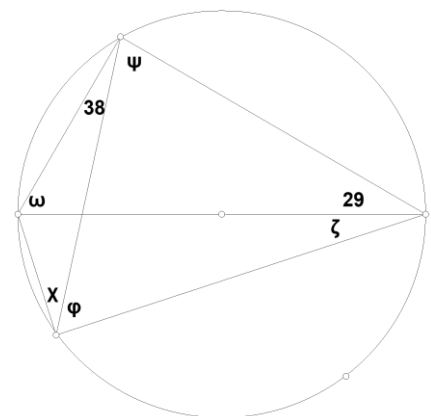
Σχήμα 1



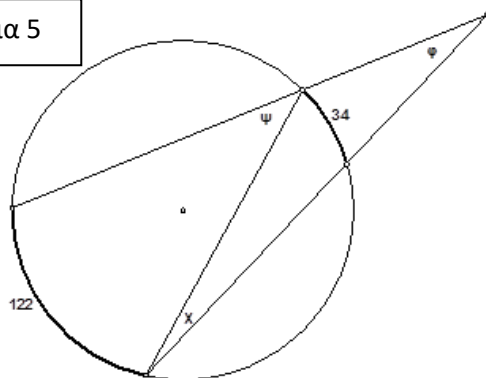
Σχήμα 2



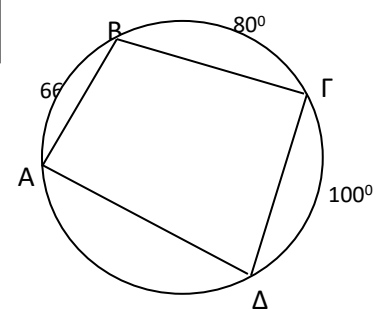
Σχήμα 3



Σχήμα 4

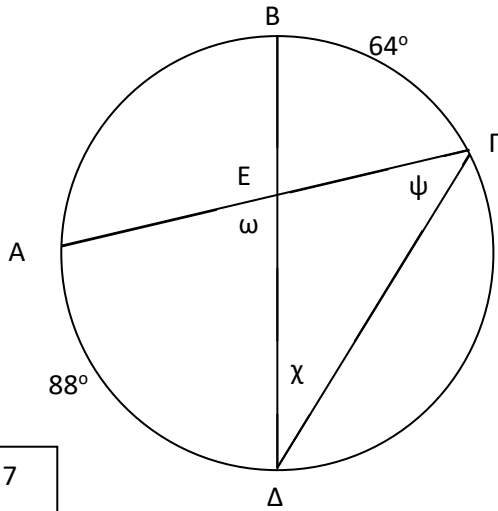


Σχήμα 5

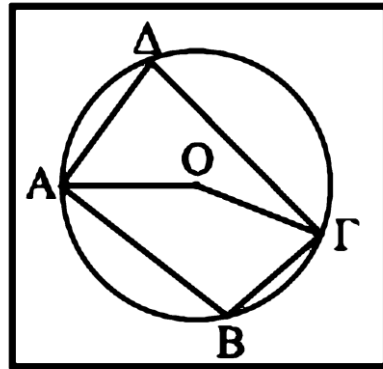


Σχήμα 6

7. Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{\chi}$, $\hat{\psi}$ και $\hat{\omega}$ του σχήματος 7.



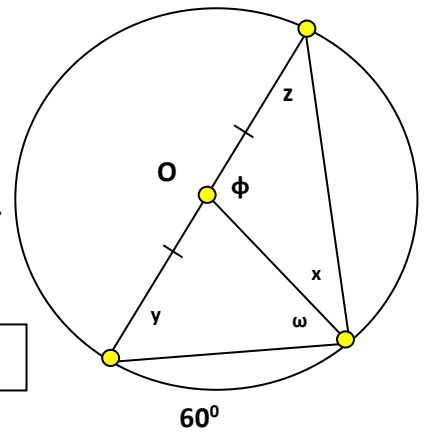
Σχήμα 7



Σχήμα 8

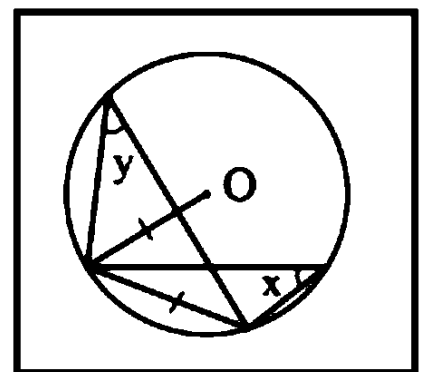
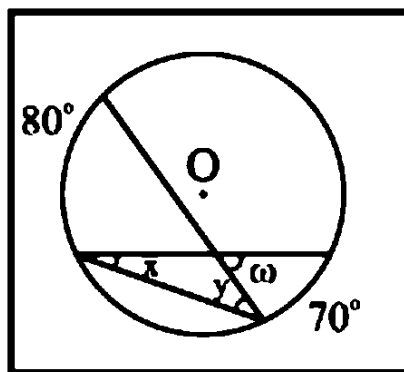
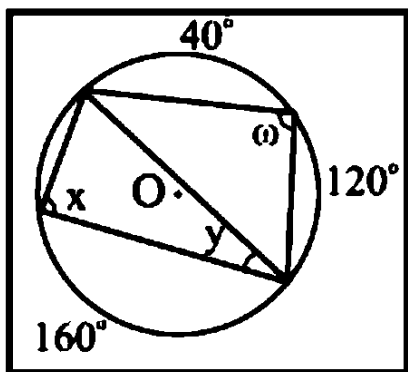
8. Στο σχήμα 8 είναι το τόξο ABΓ είναι 178 μοίρες.
Να βρείτε τις γωνίες AΔΓ και ABΓ υπολογίσετε : ABΓ

9. Στο παρακάτω σχήμα 9 να βρεθούν οι γωνίες x, y, z, ω, ϕ .



Σχήμα9

10. Να υπολογίσετε τις γωνίες χ, γ, ω στα παρακάτω σχήματα



11. Σε ένα κύκλο (O, ρ) είναι $\hat{AB} = 35^\circ$, $\hat{B\Gamma} = 70^\circ$ και $\hat{\Gamma\Delta} = 75^\circ$. Να υπολογίσετε τις επίκεντρες γωνίες που βαίνουν στα τόξα \hat{AB} , $\hat{B\Gamma}$ και $\hat{A\Delta}$.

12. Σε ένα κύκλο (O, ρ) να πάρετε τα διαδοχικά τόξα $\overset{\frown}{AB} = 35^\circ$, $\overset{\frown}{B\Gamma} = 120^\circ$ και $\overset{\frown}{\Gamma\Delta} = 115^\circ$. Να εξηγήσετε γιατί οι ακτίνες OA και OD είναι κάθετες.
13. Σε ένα κύκλο (O, ρ) να γράψετε μια επίκεντρη γωνία $\hat{A}OB$. Αν η γωνία $\hat{A}BO$ είναι 70° να βρείτε πόσες μοίρες είναι το τόξο $\overset{\frown}{AB}$.
14. Να γράψετε ένα κύκλο (O, ρ) και μια επίκεντρη γωνία του $\hat{A}OB$ που να βαίνει σε τεταρτοκύκλιο. Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου AOB .
15. Σε ένα κύκλο (O, ρ) να πάρετε δύο διαδοχικά τόξα $\overset{\frown}{AB} = 90^\circ$ και $\overset{\frown}{B\Gamma} = 110^\circ$. Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου $AB\Gamma$.
16. Σε ένα κύκλο (O, ρ) να πάρετε δύο διαδοχικές επίκεντρες γωνίες $\hat{A}OB = 120^\circ$ και $\hat{BO\Gamma} = 100^\circ$.
Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου $AB\Gamma$.
17. Σε κύκλο (O, ρ) να πάρετε μια διάμετρο $A\Gamma$ και τα τόξα $\overset{\frown}{AB} = 70^\circ$ και $\overset{\frown}{A\Delta} = 100^\circ$. Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{A}\hat{B}\hat{\Delta}$, $\hat{A}\hat{\Gamma}\hat{\Delta}$, $\hat{\Delta}\hat{A}\hat{\Gamma}$, $\hat{B}\hat{\Gamma}\hat{\Delta}$.
18. Σε ένα κύκλο (O, ρ) να φέρετε δύο κάθετες διαμέτρους $A\Gamma$ και $B\Delta$. Αν E είναι ένα σημείο του τόξου $\overset{\frown}{AB}$, να συγκρίνετε τις γωνίες $\hat{B}\hat{E}\hat{\Gamma}$ και $\hat{\Gamma}\hat{E}\hat{\Delta}$.
19. Να γράψετε κύκλο (O, ρ) και να πάρετε τα τόξα $\overset{\frown}{AB} = 60^\circ$ και $\overset{\frown}{\Gamma\Delta} = 40^\circ$. Αν οι χορδές $A\Gamma$ και $B\Delta$ τέμνονται στο σημείο K να υπολογίσετε τη γωνία $\hat{A}\hat{K}\hat{B}$.

ΠΑΡΑΓΡΑΦΟΣ Α.3.2

ΚΑΝΟΝΙΚΑ ΠΟΛΥΓΩΝΑ

1. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα:

n	ω	ϕ
6		
	90 μοίρες	
3		
	135 μοίρες	
		36 μοίρες

2. Κανονικό πολύγωνο με αμβλεία κεντρική γωνία είναι:

- A. τρίγωνο B. τετράγωνο
Γ. πεντάγωνο Δ. κανένα από τα προηγούμενα

3. Ένα κανονικό εξάγωνο είναι εγγεγραμμένο σε κύκλο ακτίνας $\rho = 5 \text{ cm}$.

Να υπολογιστούν:

- (α) η πλευρά του (β) το εμβαδόν του

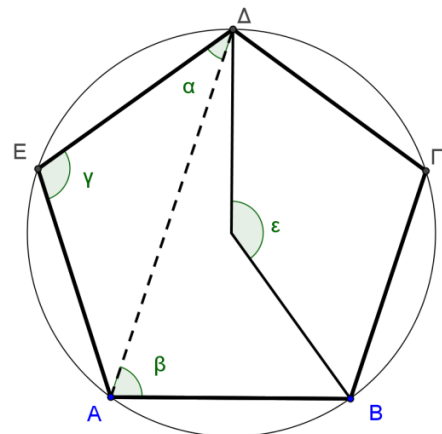
4. Σε ένα κανονικό πολύγωνο η γωνία του ϕ είναι τετραπλάσια της κεντρικής του γωνίας ω . Να βρεθεί το πλήθος των πλευρών του.

5. Να βρείτε ποιο κανονικό πολύγωνο έχει κεντρική γωνία:

- (α) 1 ορθή (β) $\frac{2}{9}$ της ορθής

6. Στο παρακάτω κανονικό πεντάγωνο να υπολογίσετε

- A) Τα τόξα AE , BD .
B) Τις γωνίες $\alpha, \beta, \gamma, \epsilon$
Γ) να αποδείξετε ότι $AD \parallel BF$



ΠΑΡΑΓΡΑΦΟΣ Α.3.3

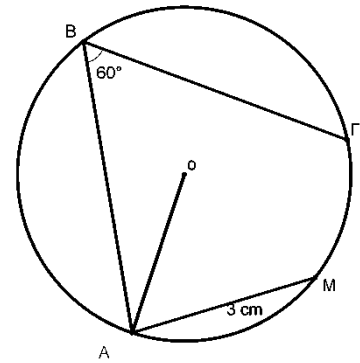
ΜΗΚΟΣ ΚΥΚΛΟΥ

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

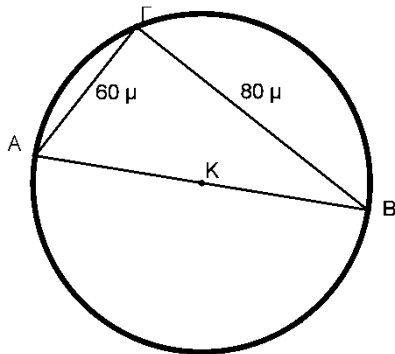
1. Ο τροχός ενός αυτοκινήτου έχει περιφέρεια 2,198 m. Να υπολογίσετε την ακτίνα του τροχού.
2. Να υπολογίσετε την περιφέρεια του τροχού ενός ποδηλάτου με ακτίνα 30 cm.
3. Οι περιμέτροι δύο κύκλων έχουν διαφορά 30 cm. Να βρείτε πόσο διαφέρουν οι ακτίνες των κύκλων.
4. Η διάμετρος ενός κύκλου είναι 5 cm. Να βρείτε τη διάμετρο του κύκλου που έχει περιφέρεια τριπλάσια από τον πρώτο κύκλο.

5. Ένας κύκλος έχει μήκος 188,4 cm. Να βρείτε
 - A) Την ακτίνα του.
 - B) Να βρείτε το μήκος του τόξου AB 30 μοιρών

6. Στον διπλανό κύκλο (O,ρ) M είναι το μέσο του τόξου AG. Να βρείτε
 - A) Την ακτίνα του κύκλου
 - B) Το μήκος του κύκλου
 - Γ) Το μήκος του τόξου AG
 - Δ) Το μήκος του τόξου AM.



7.

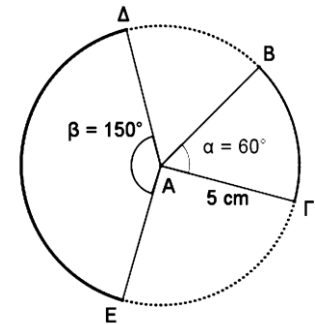


Το διπλανό σχήμα παριστάνει μια κυκλική πλατεία διαμέτρου AB. Αν $A\Gamma = 60 \mu$ και $B\Gamma = 80 \mu$ να βρείτε ;

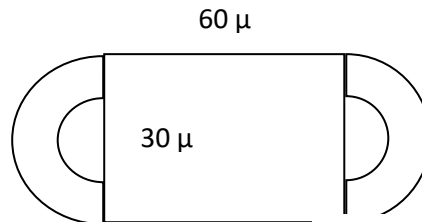
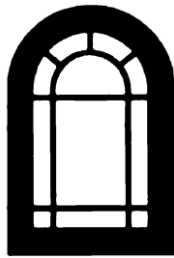
- A) Την διάμετρο της πλατείας
- B) Την περίμετρο της πλατείας
- Γ) Το μήκος του τόξου AB

8. Αν το μήκος ενός τόξου 80° είναι 100 μέτρα, να βρείτε
 - A) το μήκος του κύκλου.
 - B) Το μήκος ενός τεταρτοκυκλίου του κύκλου.
 - Γ) Το μήκος ενός ημικυκλίου του κύκλου

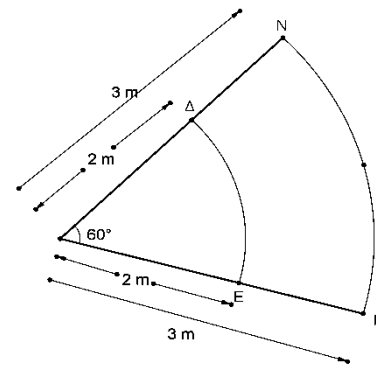
9. Να υπολογίσετε το μήκος των τόξων $B\Gamma$ και ΔE του κύκλου στο διπλανό σχήμα.



10. Να βρείτε την περίμετρο του παραθύρου του διπλανού σχήματος και του γηπέδου του παρακάτω σχήματος

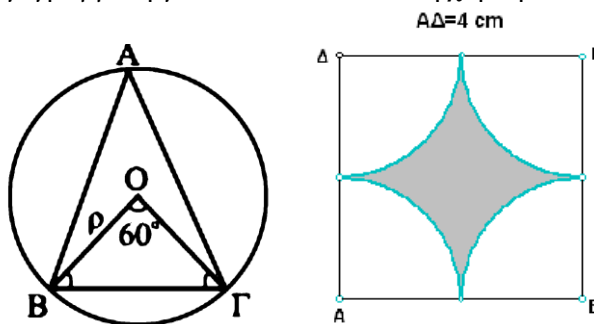


11. Να βρείτε την περίμετρο του γραμμοσκιασμένου τμήματος $\Delta E\Gamma N$



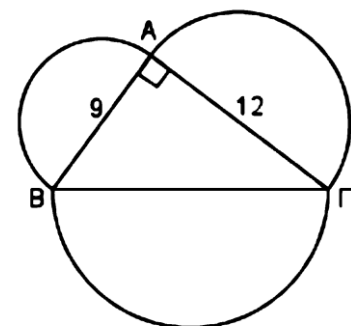
12. Το δέντρο baobab ή αλλιώς το ανάποδο δέντρο φυτρώνει κυρίως, σε περιοχές της Νότιας Αφρικής, καθώς και στην Αυστραλία και στην Ινδία. Το δέντρο baobab ζει τουλάχιστον 3000 χρόνια. Το ύψος του μπορεί να ξεπεράσει τα 25 m και η διάμετρος του κορμού του μπορεί να φτάσει τα 12 m. Να εκτιμήσετε πόσα άτομα (με άνοιγμα χεριών περίπου 1,60 m) θα χρειάζονταν, για να αγκαλιάσουν ένα τέτοιο δέντρο με διάμετρο 12 m.

13. Η εγγεγραμμένη γωνία $\text{B}\hat{\text{A}}\text{Γ} = 30$ και η χορδή $B\Gamma = 6\text{cm}$. Να υπολογιστεί το μήκος του κύκλου.



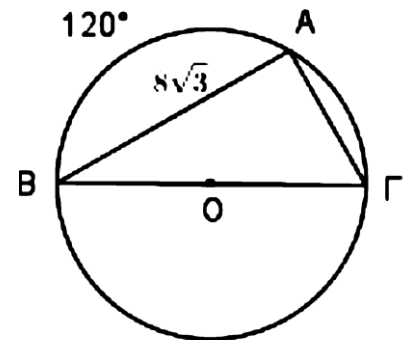
14. Στο παραπάνω τετράγωνο να υπολογίσετε την περίμετρο του γραμμοσκιασμένου σχήματος

15. Στο διπλανό σχήμα Το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο με $A = 90$ μοίρες . Να υπολογίσετε το άθροισμα των μηκών των ημικυκλίων που δημιουργούνται με διαμέτρους τις πλευρές του τριγώνου

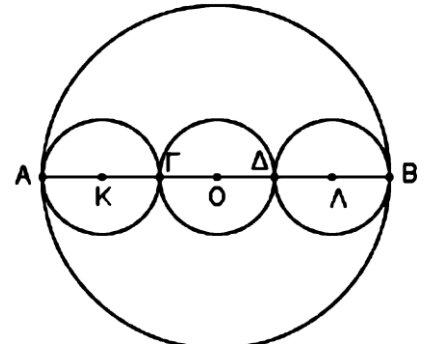


16. Στο διπλανό σχήμα η πλευρά AB είναι $AB = 8\sqrt{3}$, το τόξο AB 120 μοίρες και η BΓ διάμετρος. Να υπολογίσετε:

- α) το μήκος του κύκλου
- β) το μήκος του τόξου AΓ
- γ) το μήκος του τόξου AB

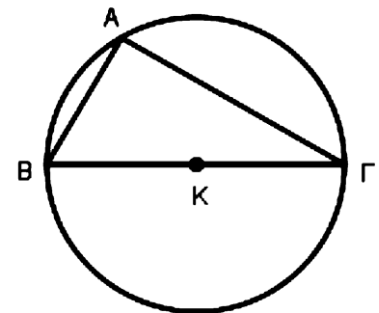


17. Στην διάμετρο AB ενός κύκλου (O,ρ) παίρνουμε τα σημεία Γ, Δ ώστε $ΑΓ = ΓΔ = ΔΒ$ και κατασκευάζουμε τρεις κύκλους με διαμέτρους AΓ, ΒΔ, ΔB. Να υπολογίσετε το άθροισμα των μηκών των τριών κύκλων



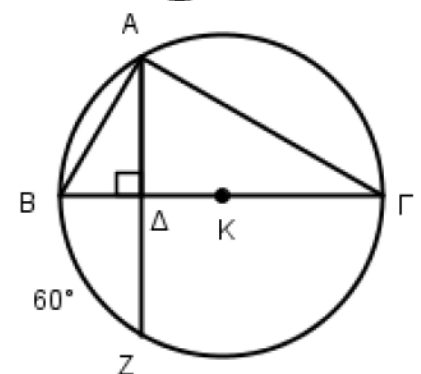
18. Δίνεται τρίγωνο ABΓ εγγεγραμμένο σε κύκλο, με την πλευρά του BΓ να είναι διάμετρος του κύκλου. Αν γνωρίζουμε ότι $AB=5$ και $ΑΓ=5\sqrt{3}$, να προσδιορίσετε:

- α) την ακτίνα του κύκλου
- β) το μήκος του κύκλου
- γ) το μήκος του τόξου AB



19. Δίνεται ένα τρίγωνο ABΓ εγγεγραμμένο σε κύκλο και η χορδή AZ η οποία τέμνει κάθετα τη διάμετρο BΓ. Αν γνωρίζουμε ότι $BΔ=2$ και $BZ = 60$ μοίρε, να προσδιορίσετε:

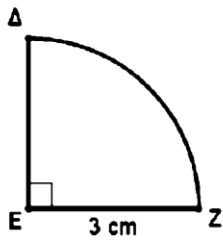
- α) το μήκος της πλευράς AB
- β) το μήκος της διαμέτρου BΓ
- γ) το μήκος του κύκλου
- δ) το μήκος του τόξου AB



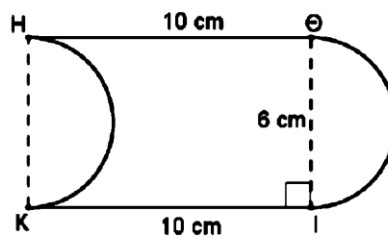
20. Σε κύκλο (O, 5cm) εγγράφουμε ισόπλευρο τρίγωνο ABΓ. Να υπολογίσετε το μήκος του τόξου AB.

21. Νυπολογίστε την περίμετρο των παρακάτω σχημάτων

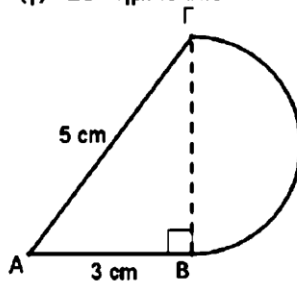
(α) $\widehat{\Delta Z}$ τεταρτοκύκλιο



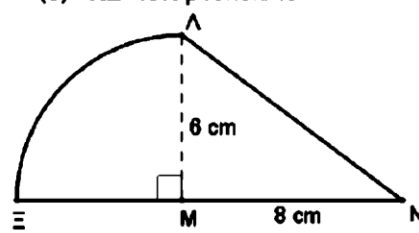
(β) $\widehat{\Theta I}$ και \widehat{HK} ημικύκλια



(γ) $\widehat{BΓ}$ ημικύκλιο



(δ) $\widehat{\Lambda E}$ τεταρτοκύκλιο



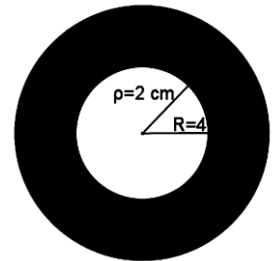
ΠΑΡΑΓΡΑΦΟΣ Α.3.5

ΕΜΒΑΔΟΝ ΚΥΚΛΙΚΟΥ ΔΙΣΚΟΥ

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

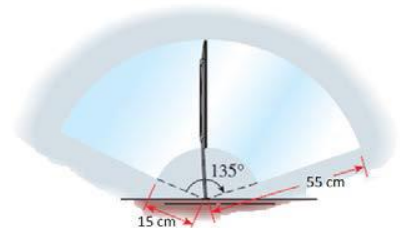
1. Να βρείτε το εμβαδόν κύκλου: (α) με ακτίνα 10 cm ,
(β) με διάμετρο 10 mm ,
(γ) με μήκος περιφέρειας $12,56\text{ cm}$,
(δ) με μήκος περιφέρειας $12\pi\text{ cm}$.
2. Να βρείτε την ακτίνα κύκλου, αν το εμβαδόν του είναι $36\pi\text{ m}^2$.
3. Το εμβαδόν ενός κύκλου είναι ίσο με $9\pi\text{ cm}^2$. Να βρείτε το μήκος της περιφέρειάς του.

4. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του σκιασμένου μέρους (κυκλικού δακτυλίου) του διπλανού σχήματος, αν $\rho=2\text{ cm}$ και $R=4\text{ cm}$.

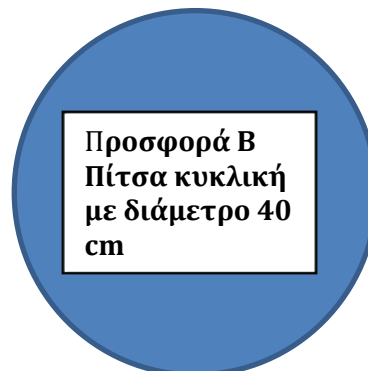
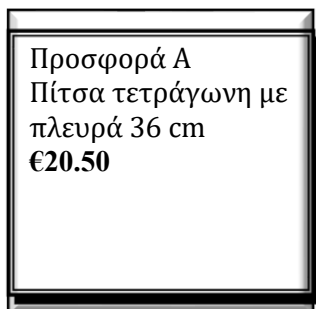


5. Ο Νικόλας ισχυρίζεται ότι αν τριπλασιαστεί η ακτίνα ενός κύκλου θα τριπλασιαστεί και το εμβαδόν και το μήκος του. Να εξετάσετε τον ισχυρισμό του.

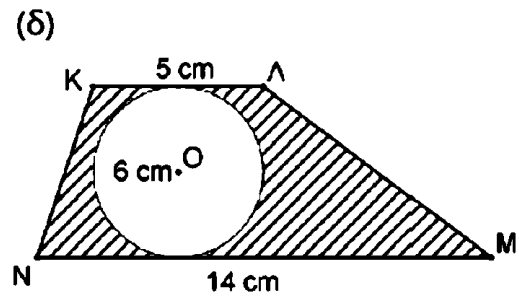
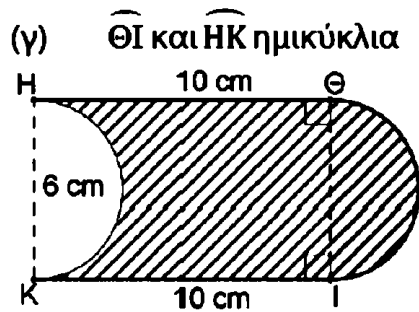
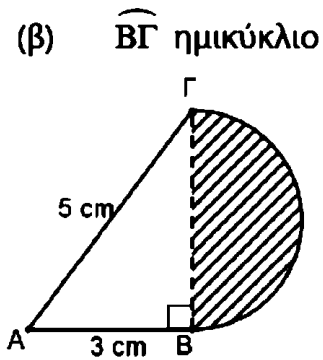
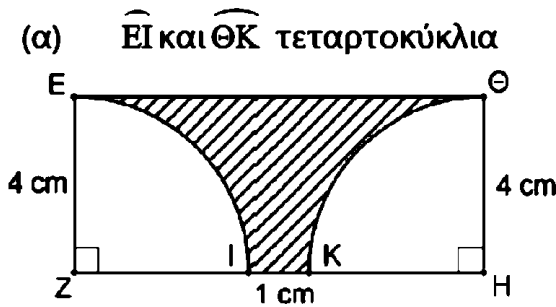
6. Ο υαλοκαθαριστήρας ενός αυτοκινήτου έχει μήκος 55 cm . Το σημείο περιστροφής απέχει από το λάστιχο καθαρισμού 15 cm . Αν ο υαλοκαθαριστήρας διαγράφει γωνία 135° , να υπολογίσετε την επιφάνεια που καθαρίζει.



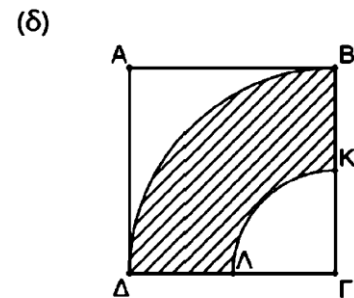
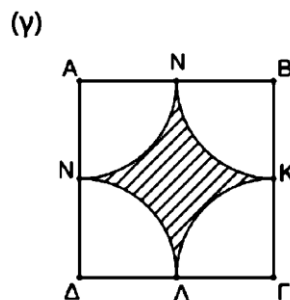
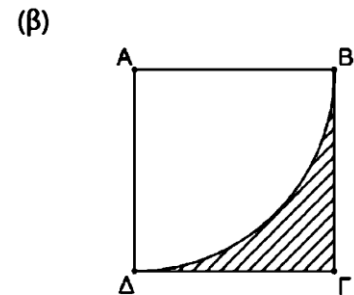
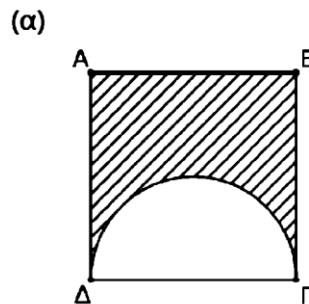
7. Ένας κυκλικός τομέας γωνίας 30° έχει εμβαδόν $3\pi\text{ m}^2$. Να υπολογίσετε την ακτίνα του κύκλου.
8. Ένας κύκλος έχει εμβαδόν $144\pi\text{ cm}^2$. Να υπολογίσετε το μήκος του τόξου του κύκλου που αντιστοιχεί σε επίκεντρη γωνία 60° .
9. Ο Νικόλας και οι φίλοι του θέλουν να παραγγείλουν πίτσα. Ο Νικόλας λέει ότι πρέπει να προτιμήσουν την πίτσα που έχει το μεγαλύτερο εμβαδόν ενώ ο Μιχάλης υποστηρίζει ότι πρέπει να επιλέξουν αυτή με τη μεγαλύτερη περίμετρο. Εσείς ποια από τις δύο πιο κάτω προσφορές πιστεύετε ότι πρέπει να προτιμήσουν και γιατί;



10. Να υπολογίσετε το εμβαδόν της σκιασμένης περιοχής σε καθένα από τα πιο κάτω σχήματα:

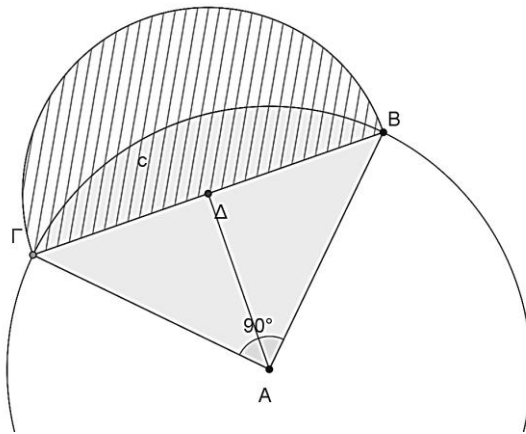


11. Να υπολογίσετε τα εμβαδά των σκιασμένων επιφανειών στα παρακάτω τετράγωνα πλευράς 10 cm. Τα τόξα στα πιο κάτω σχήματα είναι ημικύκλια ή τεταρτοκύκλια. Τα K, Λ, Μ, Ν όπου εμφανίζονται είναι τα μέσα των πλευρών στις οποίες βρίσκονται .



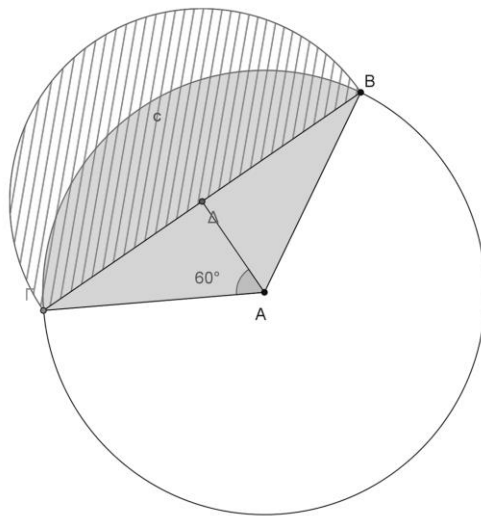
12. ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΜΕ ΜΗΝΙΣΚΟ 1

A



1. Να βρείτε την BΓ
2. Να βρείτε την AΔ
3. Να βρείτε το εμβαδόν του κυκλικού τομέα A.BΓ
4. Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου ABΓ
5. Να βρείτε το εμβαδόν του κυκλικού τμήματος E1
6. Να βρείτε το εμβαδόν του ημικυκλίου BKΓ
7. Να βρείτε το εμβαδόν του μηνίσκου E2

B



1. Να βρείτε την AΓ
2. Να βρείτε την AΔ
3. Να βρείτε το εμβαδόν του κυκλικού τομέα A.BΓ
4. Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου ABΓ
5. Να βρείτε το εμβαδόν του κυκλικού τμήματος E1
6. Να βρείτε το εμβαδόν του ημικυκλίου BKΓ
7. Να βρείτε το εμβαδόν του μηνίσκου E2