

ΚΕΦΑΛΑΙΟ Α . 1

ΟΙ ΦΥΣΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

- 1) Ποια είναι η προτεραιότητα των πράξεων σε μια αριθμητική παράσταση;
- 2) Τι είναι η ευκλείδεια διαίρεση;
- 3) Τι ονομάζουμε πολλαπλάσια ενός φυσικού αριθμού a ;
- 4) Τι ονομάζουμε διαιρέτες ενός φυσικού αριθμού a ;
- 5) Τι ονομάζουμε ελάχιστο κοινό πολλαπλάσιο δύο ή περισσότερων φυσικών αριθμών;
- 7) . Πότε ένας φυσικός αριθμός λέγεται πρώτος;
- 8) Πότε ένας φυσικός αριθμός λέγεται σύνθετος;
- 9) Τι ονομάζουμε μέγιστο κοινό διαιρέτη δύο ή περισσότερων φυσικών αριθμών;
- 10) Πότε δύο ή περισσότεροι φυσικοί ονομάζονται πρώτοι μεταξύ τους;
- 11) Πότε ένας αριθμός διαιρείται με το 2;
- 12) Πότε ένας αριθμός διαιρείται με το 5;
- 13) Πότε ένας αριθμός διαιρείται με το 10;
- 14) Πότε ένας αριθμός διαιρείται με το 3;
- 15) Πότε ένας αριθμός διαιρείται με το 9;
- 16) Πότε ένας αριθμός διαιρείται με το 4;
- 17) Πότε ένας αριθμός διαιρείται με το 25

ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

ΕΝΟΤΗΤΑ Α.1.2.

ΠΡΑΞΕΙΣ ΦΥΣΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ ΚΑΙ ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ/...../.....

ΠΡΟΣΘΕΣΗ ΦΥΣΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

$12 + 7 = 19$ Οι αριθμοί 12 και 7 ονομάζονται ενώ το 19 ονομάζεται

- $3 + 5 = \dots\dots\dots$, $5 + 3 = \dots\dots\dots$

γενικά $\alpha + \beta = \dots\dots\dots$ (ΑΝΤΙΜΕΤΑΘΕΤΙΚΗ ΙΔΙΟΤΗΤΑ)

- $2 + 0 = \dots\dots\dots$, $0 + 3 = \dots\dots\dots$, $2015 + 0 = \dots\dots\dots$

γενικά $\alpha + 0 = 0 + \alpha = \dots\dots\dots$

- $(2 + 6) + 7 = \dots\dots\dots$, $2 + (6 + 7) = \dots\dots\dots$

γενικά $(\alpha + \beta) + \gamma = \alpha + (\beta + \gamma)$ (ΠΡΟΣΕΤΑΙΡΙΣΤΙΚΗ ΙΔΙΟΤΗΤΑ)

ΑΦΑΙΡΕΣΗ ΦΥΣΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

$13 - 5 = 8$ γιατί $5 + 8 = 13$ Το 13 λέγεται , το 5 λέγεται και το 8 λέγεται

- $32 - 8 = \dots\dots\dots$ γιατί

ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ ΦΥΣΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

$6 \cdot 8 = 48$ Οι 6, 8 λέγονται ενώ το 48 ονομάζεται

- $8 \cdot 1 = \dots\dots\dots$, $1 \cdot 7 = \dots\dots\dots$, $1821 \cdot 1 = \dots\dots\dots$

γενικά $\alpha \cdot 1 = 1 \cdot \alpha = \dots\dots\dots$

- $4 \cdot 5 = \dots\dots\dots$, $5 \cdot 4 = \dots\dots\dots$

γενικά $\alpha \cdot \beta = \dots\dots\dots$ (ΑΝΤΙΜΕΤΑΘΕΤΙΚΗ ΙΔΙΟΤΗΤΑ)

- $(2 \cdot 6) \cdot 3 = \dots\dots\dots$, $2 \cdot (6 \cdot 3) = \dots\dots\dots$

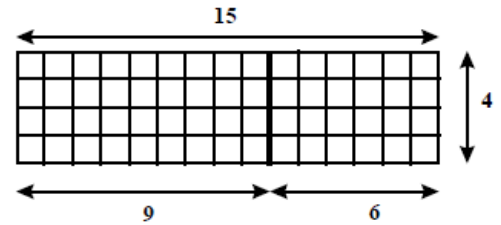
γενικά $(\alpha \cdot \beta) \cdot \gamma = \alpha \cdot (\beta \cdot \gamma)$ (ΠΡΟΣΕΤΑΙΡΙΣΤΙΚΗ ΙΔΙΟΤΗΤΑ)

ΕΠΙΜΕΡΙΣΤΙΚΗ ΙΔΙΟΤΗΤΑ

A) ΕΠΙΜΕΡΙΣΤΙΚΗ ΙΔΙΟΤΗΤΑ ΤΟΥ ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΥ ΩΣ ΠΡΟΣ ΤΗΝ ΠΡΟΣΘΕΣΗ

$$\alpha \cdot (\beta + \gamma) = \alpha \cdot \beta + \alpha \cdot \gamma$$

- $4 \cdot (9 + 6) = 4 \cdot 9 + 4 \cdot 6 = \dots + \dots = \dots$
 - $5 \cdot (1 + 3) = \dots = \dots + \dots = \dots$
 - $9 \cdot (4 + 2) = \dots + \dots = \dots + \dots = \dots$
- Αλλά και αντίστροφα :



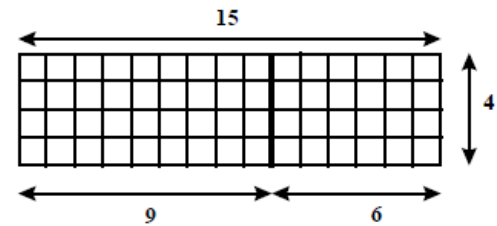
- $4 \cdot 9 + 4 \cdot 6 = 4 \cdot (9 + 6) = \dots = \dots$
 - $4 \cdot 6 + 4 \cdot 3 = \dots \cdot (\dots + \dots) = \dots = \dots$
 - $100 \cdot 8 + 100 \cdot 2 = \dots \cdot (\dots + \dots) = \dots = \dots$
- Η ιδιότητα αυτή χρησιμεύει και ως εξής

- $34 \cdot 11 = 34 \cdot (10 + 1) = 34 \cdot 10 + 34 \cdot 1 = \dots + \dots = \dots$
- $27 \cdot 101 = \dots \cdot (\dots + \dots) = \dots + \dots = \dots$

B) ΕΠΙΜΕΡΙΣΤΙΚΗ ΙΔΙΟΤΗΤΑ ΤΟΥ ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΥ ΩΣ ΠΡΟΣ ΤΗΝ ΑΦΑΙΡΕΣΗ

$$\alpha \cdot (\beta - \gamma) = \alpha \cdot \beta - \alpha \cdot \gamma$$

- $4 \cdot (15 - 6) = 4 \cdot 15 - 4 \cdot 6 = \dots - \dots = \dots$
 - $5 \cdot (9 - 2) = \dots - \dots = \dots = \dots$
 - $9 \cdot (4 - 1) = \dots - \dots = \dots - \dots = \dots$
- Αλλά και αντίστροφα :



- $2 \cdot 6 - 2 \cdot 5 = 2 \cdot (6 - 5) = \dots = \dots$
- $4 \cdot 6 - 4 \cdot 3 = \dots \cdot (\dots - \dots) = \dots = \dots$
- $100 \cdot 8 - 100 \cdot 2 = \dots \cdot (\dots - \dots) = \dots = \dots$

Η ιδιότητα αυτή χρησιμεύει και ως εξής

- $34 \cdot 99 = 34 \cdot (100 - 1) = 34 \cdot 100 - 34 \cdot 1 = \dots + \dots = \dots$
- $12 \cdot 998 = \dots \cdot (\dots - \dots) = \dots - \dots = \dots + \dots = \dots$

ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ ΜΕ 10, 100, 1000

32·10 =

18·100 =

Για να πολλαπλασιάσουμε ένα αριθμό με 10, 100, 1000...
Γράφουμε τον αριθμό και προσθέτουμε στο τέλος του
αριθμού.....
.....

3·10000 =

125·1000000 =

ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

ΕΝΟΤΗΤΑ Α.1.3.

Δυνάμεις φυσικών αριθμών

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ/...../.....

(1) Να γράψετε πιο γρήγορα τις παρακάτω παραστάσεις

$\Gamma = 4 \cdot 4 \cdot 4$ $\Delta = 3 \cdot 3$ $E = x \cdot x \cdot x \cdot x$

$K = \alpha + \alpha + \alpha + \alpha + \alpha + \alpha$

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Είναι

$\Gamma = 4 \cdot 4 \cdot 4 =$

$\Delta = 3 \cdot 3 =$

$E = x \cdot x \cdot x \cdot x =$

$K = \alpha + \alpha + \alpha + \alpha + \alpha + \alpha =$

$$\underbrace{\alpha \cdot \alpha \cdot \dots \cdot \alpha}_n \text{ φορές} = \alpha^n$$
 Δύναμη του α στην ν ή Νιοστή δύναμη του α
 $\alpha^n : \alpha \rightarrow \text{βάση}, n \rightarrow \text{εκθέτης}$

(2) Να υπολογίσετε τις δυνάμεις

$A = 2^3$

$B = 3^3$

$\Gamma = 1^8$

$\Delta = 4^1$

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Είναι

$A =$

$B =$

$\Gamma =$

$\Delta =$

$$\alpha^n = \underbrace{\alpha \cdot \alpha \cdot \dots \cdot \alpha}_n \text{ φορές}$$

$$\alpha^1 = \alpha$$

$$1^n = 1$$

4

(3) Να βρείτε το τετράγωνο του 5 και τον κύβο του 4

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

α^2 : το τετράγωνο του α
 α^3 : ο κύβος του α

(4) Να γράψετε τα παρακάτω γινόμενα σε μορφή δύναμης

(α) $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$

(β) $4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6$

(γ) $1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$

Γράφω την βάση ,
 εδώ το 5 , και βάζω
 εκθέτη το πόσες
 φορές εμφανίζεται η
 βάση

(5) Να γράψετε τις δυνάμεις του 10 : 10^2 , 10^3 , 10^4 , 10^5

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

$$10^2 = 10 \cdot 10 = \underline{100}$$

$$10^3 = 10 \cdot 10 \cdot 10 =$$

$$10^4 =$$

$$10^5 =$$

Γράφω το 1 και βάζω
τόσα μηδενικά όσα ο
εκθέτης

(6) Να γράψετε τον αριθμό 53.782 και τον 23.265 σε αναπτυγμένη μορφή με χρήση δυνάμεων του 10

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

$$53.782 = 5 \cdot 10000 + 3 \cdot 1000 + 7 \cdot 100 + 8 \cdot 10 + 2 =$$

$$23265 =$$

Αριθμητική παράσταση λέγεται κάθε σειρά αριθμών που συνδέονται μεταξύ τους με τα σύμβολα των πράξεων.

Η σειρά με την οποία πρέπει να κάνουμε τις πράξεις σε μία αριθμητική παράσταση (**προτεραιότητα των πράξεων**) είναι η ακόλουθη:

1. Υπολογισμός **δυνάμεων**.
2. Εκτέλεση **πολλαπλασιασμών** και **διαιρέσεων**
3. Εκτέλεση **προσθέσεων** και **αφαιρέσεων**.

5

(7) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $A = (6-4)^3 + 4 \cdot 3 + 3^2 \cdot 2$

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

(Πρώτα κάνουμε τις πράξεις μέσα στις παρενθέσεις)

(Έπειτα υπολογίζουμε τις δυνάμεις)

(κάνουμε πολλαπλασιασμούς /διαιρέσεις)

(Και τέλος τις προσθέσεις και αφαιρέσεις)

(8) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $B = (4 \cdot 3 - 2)^2 - 3 \cdot 6^2 + 8^2 : 2$

ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ
ΕΝΟΤΗΤΑ Α.1.4.
 ΕΥΚΛΕΙΔΙΑ ΔΙΑΙΡΕΣΗ

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ
 ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ/...../.....

Δραστηριότητα 1

Ο Γυμναστής του σχολείου θέλει να χωρίσει τους 20 μαθητές ενός τμήματος σε 3άδες. Πόσες τριάδες θα γίνουν; Πόσους μαθητές θα έχει η τελευταία σειρά;

Τριάδες : Μαθητές τελευταίας σειράς :

$$20 = 3 \cdot \dots + \dots$$

Συμπληρώστε τον παρακάτω πίνακα

Μαθητές	Τους χωρίζουμε σε	Πλήθος γεμάτων σειρών	Πόσοι μαθητές «περισσέυουν»	Πράξη
20	3άδες	6	2	$20=3 \cdot 6+2$
32	5άδες			
	6άδες	7	4	
40	4άδες			
28		6		
168	5άδες			
Δ	δ	π	υ	$\Delta=\delta \cdot \pi+\upsilon$

- Όταν δοθούν δύο φυσικοί αριθμοί Δ και δ , τότε υπάρχουν δύο άλλοι φυσικοί αριθμοί π και υ , έτσι ώστε να ισχύει: $\Delta=\delta \cdot \pi+\upsilon$
- Ο αριθμός Δ λέγεται **διαιρετέος**, ο δ λέγεται **διαιρέτης**, ο αριθμός π ονομάζεται **πηλίκιο** και το υ **υπόλοιπο** της διαίρεσης.
- **Τι παρατηρούμε για το υπόλοιπο;**
- Η διαίρεση της παραπάνω μορφής λέγεται **Ευκλείδεια Διαίρεση**.
- Αν το υπόλοιπο υ είναι 0, τότε λέμε ότι έχουμε μία **Τέλεια Διαίρεση**:

Δραστηριότητα 2

Ποιες από τις παρακάτω ισότητες εκφράζουν "Ευκλείδεια διαίρεση";

(α) $120 = 28 \cdot 4 + 8$ (β) $1.345 = 59 \cdot 21 + 106$ (γ) $374 = 8 \cdot 46 + 6$

Δραστηριότητα 3

Γράψτε την Ευκλείδεια διαίρεση του 172 με το 39

Δραστηριότητα 4

Έχουμε εκτυπώσει 87 φωτογραφίες και θέλουμε να τις τοποθετήσουμε σε ένα φωτογραφικό άλμπουμ που χωράει 6 φωτογραφίες στην κάθε σελίδα

α) Πόσες σελίδες του άλμπουμ θα χρησιμοποιήσουμε;.....

β) Η τελευταία σελίδα φωτογραφιών θα είναι γεμάτη;.....

Αν όχι πόσες φωτογραφίες θα έχει;.....

Δραστηριότητα 5

Πόσα δοχεία των 17 κιλών θα χρειαστούν για να συσκευάσουμε 141 κιλά λάδι;.....

Το τελευταίο δοχείο θα είναι γεμάτο;.....

Δραστηριότητα 6

A) Ποιος αριθμός όταν διαιρεθεί με το 7 δίνει πηλίκο 13 και υπόλοιπο 3;

B) Ποιοι αριθμοί όταν διαιρούνται με το 9 δίνουν πηλίκο 6;

Δραστηριότητα 7

Αν σήμερα είναι Τετάρτη, τι μέρα θα είναι μετά από 239 ημέρες;

ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

ΕΝΟΤΗΤΑ Α.1.5.

Χαρακτήρες διαιρετότητας - ΜΚΔ - ΕΚΠ - Ανάλυση αριθμού σε γινόμενο πρώτων παραγόντων

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ/...../.....

(1) Να γραφούν τα πρώτα δέκα πολλαπλάσια των αριθμών 2 και 3. Στην συνέχεια να βρεθούν τα κοινά τους πολλαπλάσια και το Ελάχιστο κοινό πολλαπλάσιό τους .

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Πολλαπλάσια του 2 :

Πολλαπλάσια του 3 :

Άρα τα κοινά τους πολλαπλάσια είναι

Και επομένως ΕΚΠ(2,3) =

Παρατηρούμε ότι το 2 διαιρεί όλα τα πολλαπλάσια του και όλα τα πολλαπλάσια του 2 διαιρούνται από το 2 .

Το ίδιο ισχύει για το 3 και για όλους γενικά τους φυσικούς αριθμούς

Πολλαπλάσια ενός αριθμού είναι όλοι οι αριθμοί που προκύπτουν από τον πολλαπλασιασμό του με τους 1.2.3....

Το ΕΚΠ είναι το μικρότερο, μη μηδενικό από τα κοινά πολλαπλάσια

8

(2) Το 1 διαιρεί το 5 ;.....

το 8 διαιρεί το 20;.....

το 2 διαιρεί το 20;.....

Το 12 διαιρείται από το 3;.....

Το 18 διαιρείται από το 5;

Το 20 είναι πολλαπλάσιο του 10;.....

Το 42 είναι πολλαπλάσιο του 5;.....

Το 3 είναι πολλαπλάσιο του 9;.....

- Κάθε φυσικός αριθμός διαιρεί τα πολλαπλάσιά του
- Κάθε φυσικός που διαιρείται από ένα άλλο είναι πολλαπλάσιό του

(3) Ο αριθμός 3 διαιρεί το 12;.....αφού.....

Ο αριθμός 12 διαιρεί το 120;.....αφού.....

Ο αριθμός 3 διαιρεί τι ο 120;

Αν ένας φυσικός διαιρεί έναν άλλο , τότε θα διαιρεί και τα πολλαπλάσιά του

(4) Βρες τους διαιρέτες των αριθμών 12 , 8

Στην συνέχεια να βρεθούν οι κοινοί διαιρέτες και ο Μέγιστος Κοινός διαιρέτης πολλαπλάσιό τους .

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Διαιρέτες του 12 :

Ο ΜΚΔ είναι ο μεγαλύτερος από τους κοινούς διαιρέτες

Διαιρέτες του 8 :
 Οι κοινοί τους διαιρέτες είναι :
 Και επομένως $ΜΚΔ(12, 8) = \dots\dots\dots$

Διαιρέτες ενός αριθμού είναι όλοι οι αριθμοί που τον διαιρούν

(5) Να εξετάσετε ποιοι από τους αριθμούς 18, 11 και 45 είναι πρώτοι και ποιοί σύνθετοι

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Διαιρέτες του 18:
 Άρα το 18 είναι
 Διαιρέτες του 11:.....
 Άρα το 11 είναι
 Διαιρέτες του 45:
 Άρα το 45 είναι

Ένας αριθμός λέγεται πρώτος αν διαιρείται μόνο με τον εαυτό του και τη μονάδα, αλλιώς λέγεται σύνθετος

(6) Να εξετάσετε αν οι αριθμοί 14 , 9 είναι πρώτοι μεταξύ τους

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Οι διαιρέτες του 14 είναι
 Οι διαιρέτες του 9 είναι
 Άρα $Μ.Κ.Δ(14,9) = \dots\dots\dots$ και επομένως οι 14, 9

Οι αριθμοί a, b λέγονται πρώτοι μεταξύ τους αν $ΜΚΔ(a, b) = 1$

(7) Να εξετάσετε αν οι αριθμοί 8 , 18 είναι πρώτοι μεταξύ τους

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Οι διαιρέτες του 18 είναι
 Οι διαιρέτες του 8 είναι
 Άρα $Μ.Κ.Δ(18,8) = \dots\dots\dots$ και επομένως οι 18, 8

(8) Να συμπληρώσετε τον πίνακα:

Διαιρούνται με→	2	3	5	9	10
Αριθμοί ↓					
312111					
3895					
36450					
4955					
2246					

- Ένας αριθμός διαιρείται με το 9 όταν το άθροισμα των ψηφίων του είναι διαιρετό με το 9
- Ένας αριθμός διαιρείται με το 3 όταν το άθροισμα των ψηφίων του είναι διαιρετό με το 3.
- Ένας αριθμός διαιρείται με το 2 όταν τελειώνει σε 0,2,4,6,8
- Ένας αριθμός διαιρείται με το 5 όταν τελειώνει σε 0 ή 5

(9) Συμπλήρωσε το κενό με κατάλληλο ψηφίο ώστε ο αριθμός που θα σχηματισθεί να διαιρείται με το 9.

(α) 6...1 (β) 69...3 (γ) 601...

(10) Στη θέση να βάλεις ένα κατάλληλο ψηφίο ώστε:

- α) 0 5 6 να διαιρείται με το 3
 β) 0 3 4..... να διαιρείται με το 2 και με το 3
 γ) 0 4 9 να διαιρείται με το 3 και με το 5

(11) α αναλυθούν οι ακόλουθοι αριθμοί σε γινόμενο πρώτων παραγόντων

(α) 90 (β) 84 (γ) 120 (δ) 184

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

90 = 2 · 3² · 5
 45 = 3² · 5
 15 = 3 · 5
 5 = 5
 1 = 1

84 =

120 =

184 =

Άρα 90 = 2 · 3² · 5 ,

84 =

120 = ,

184 =

(12) Να βρεθεί ο ΜΚΔ των αριθμών 84 και 120 με ανάλυση σε γινόμενο πρώτων παραγόντων

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Για να βρούμε το ΜΚΔ δύο ή περισσότερων φυσικών αριθμών, μπορούμε να αναλύσουμε τους αριθμούς , εδώ το 84 και 120 ,σε γινόμενο πρώτων παραγόντων και ακολούθως: σχηματίζουμε το γινόμενο των κοινών πρώτων παραγόντων τους με εκθέτη καθενός τον μικρότερο από τους εκθέτες του.

Είναι (από την προηγούμενη άσκηση)

84 =

120 =

ΜΚΔ (84,120) =

(13) Να βρεθεί το ΕΚΠ των αριθμών 12 και 8 με ανάλυση σε γινόμενο πρώτων παραγόντων
ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Για να βρούμε το ΕΚΠ δύο ή περισσότερων φυσικών αριθμών, μπορούμε να αναλύσουμε τους αριθμούς, εδώ το 12 και το 8 σε γινόμενο πρώτων παραγόντων και ακολούθως: σχηματίζουμε το γινόμενο των κοινών και μη κοινών πρώτων παραγόντων τους με εκθέτη καθενός του μεγαλύτερο από τους εκθέτες του

Είναι

$$12 =$$

$$8 =$$

$$\text{ΕΚΠ} (12,8) =$$

12

8

(14) Βρείτε το ΜΚΔ και το ΕΚΠ των αριθμών 10 ,30 ,60 (Με ανάλυση σε γινόμενο πρώτων παραγόντων)

10

30

60

$$10 = \dots\dots\dots$$

$$30 = \dots\dots\dots$$

$$60 = \dots\dots\dots$$

$$\text{ΜΚΔ} (10,30,60) = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

$$\text{ΕΚΠ} (10,30,60) = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

(15) Ένας κτηνοτρόφος έχει περίπου 120 πρόβατα . Ο γιος του μια μέρα τα μέτρησε τρία-τρία και βρήκε ακριβώς πόσες τριάδες ήταν, την δεύτερη μέρα τα μέτρησε πέντε-πέντε και ξαναχωρίστηκαν τα πρόβατα σε πεντάδες. Το ίδιο έγινε όταν τα μέτρησε επτά –επτά. Μπορείς να βρεις ακριβώς πόσα πρόβατα ήταν;

ΚΕΦΑΛΑΙΟ Α1 ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΓΙΑ ΛΥΣΗ

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

1. Ένας μαθητής έγραψε $7 + 2 \cdot 3 = 9 \cdot 3 = 27$. Συμφωνείτε μαζί του ; Αν όχι γιατί ;

2. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα :

α	β	γ	$\alpha\beta$	$\alpha\gamma$	$\alpha\beta+\alpha\gamma$	$\alpha \cdot (\beta+\gamma)$
2	4	2				
4	3	3				
5	2	5				
7	1	6				

Τι παρατηρείτε . Ποια ιδιότητα επαληθεύεται;

3. Να εκτελέσετε τις πράξεις :

α) $237 \cdot 7 + 237 \cdot 3$ β) $65 \cdot 119 - 65 \cdot 19$ γ) $123 \cdot 98 + 123 \cdot 2$ δ) $53 \cdot 153 - 53 \cdot 53$

4. Να υπολογίσετε τα γινόμενα :

α) $14 \cdot 11$ β) $25 \cdot 19$ γ) $12 \cdot 101$
 δ) $52 \cdot 99$ ε) $12 \cdot 999$ δ) $63 \cdot 101$

5. Να γράψετε με την μορφή δυνάμεων τα γινόμενα :

α) $x \cdot x \cdot x \cdot x$ β) $\alpha + \alpha + \alpha + \alpha + \alpha + \alpha$
 γ) $\alpha \cdot \alpha \cdot \alpha$ δ) $x + x + x + x$ ε) $\alpha \cdot \alpha \cdot \alpha \cdot \beta \cdot \beta \cdot \beta \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$

6. Να γράψετε πιο σύντονα τις παραστάσεις:

α) $6x + 4x$ β) $6x - 4x$ γ) $13x + 12x$ δ) $2\gamma + 6\gamma$ ε) $3\omega - \omega$ στ) $7\kappa + \kappa$
 ζ) $13x - 12x$ η) $4x + 5x + 7x$ θ) $14x + 6x - 15x$ ι) $\mu + 2\mu + 3\mu - 5\mu$

7. Να βρείτε την τιμή των παρακάτω δυνάμεων

α) 10^3 β) 10^8 γ) 10^{10} δ) 10^1 ε) 10^{23}

8. Με ποια δύναμη του 10 ισούνται οι αριθμοί:

α) 1.000.000 β) 10.000 γ) 1.000.000.000 δ) 100.000.000

9. Ποιος είναι ο αριθμός $6 \cdot 10^4 + 3 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10 + 5$;

10. Να γράψετε σε μορφή δυνάμεων του 10 τον αριθμό 72965

11. Να γίνουν οι πράξεις :

α) $2 \cdot 5^2 + 2^3 - (4+2)^2$ β) $2^2 + 2^3 + 3^2 + 3^4$ (Απ : $\alpha = 23$ $\beta = 102$)

12. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης :

$A = (2 \cdot 3 - 1)^2 - 4 \cdot 3 + 16 : 2$ (Απ : $A = 21$)

13. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης :

$$B = 3^2 + 3^3 - 2^2 + 2^3 - 4 \cdot 10 \quad (\text{Απ: } B = 0)$$

14. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης :

$$\Gamma = (2 + 3)^1 + 1^{11} - 1^{17} + 5^1 - 4^1 + 1^{2014} \quad (\text{Απ: } \Gamma = 7)$$

15. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης :

$$\Delta = 14 - (5^3 - 11^2) + 3 \cdot 7^2 - 15^2 : 3 - 3^3 \quad (\text{Απ: } \Delta = 55)$$

16. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης :

$$E = 5 \cdot 6 + \frac{(13^2 - 19)}{5} - 3 \cdot (37 - 5^2) \quad (\text{Απ: } E = 24)$$

17. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης

$$H = 2 \cdot 5^2 + 2^3 - (4 + 2)^2 \quad (\text{Απ: } H = 22)$$

A.1.4. Ευκλείδεια διαίρεση - Διαιρετότητα

1. Να εκτελέσετε τις διαιρέσεις

α) $19 : 6$ β) $20 : 3$ γ) $32 : 7$ β) $127 : 34$ β) $150 : 30$ β) $200 : 150$

Να βρείτε το ηλίκο και το υπόλοιπο και να γράψετε τον τύπο της ευκλείδειας διαίρεσης

2. Να συμπληρώσετε τον διπλανό πίνακα

3. Να βρείτε ποια είναι τα πιθανά υπόλοιπα της διαίρεσης ενός αριθμού με το 7.

4. Ποιος αριθμός όταν διαιρεθεί με το 9 δίνει ηλίκο 5 και υπόλοιπο 3;

5. Ποιος αριθμός όταν διαιρεθεί με το 18 δίνει ηλίκο 21 και υπόλοιπο 7;

6. Ποιοι αριθμοί όταν διαιρούνται με το 5 δίνουν ηλίκο 6;

7. Να βρείτε τρεις αριθμούς που όταν διαιρούνται με το 8 δίνουν υπόλοιπο 3.

8. Να εξετάσετε ποιες από τις παρακάτω ισότητες παριστάνουν ΕΔ

α) $80 = 9 \cdot 8 + 8$ β) $65 = 7 \cdot 9 + 2$ γ) $44 = 4 \cdot 8 + 12$ δ) $35 = 5 \cdot 6 + 5$ ε) $88 = 7 \cdot 11 + 11$

9. Ένα σχολείο επέλεξε 76 μαθητές της Α τάξης, για να παρακολουθήσουν μια θεατρική παράσταση. Ένας καθηγητής μπορεί να συνοδεύει μέχρι και 20 μαθητές. Να βρείτε τον μικρότερο αριθμό καθηγητών που χρειάζονται, για να συνοδεύσουν τα παιδιά.

10. Ένα τετράγωνο έχει περίμετρο 304 μέτρα. Να βρεθεί το μήκος της πλευράς του.

11. Σήμερα είναι η τελευταία Παρασκευή του μήνα Νοεμβρίου. Να βρείτε:

(α) τι ημέρα θα έχουμε ύστερα από 30 ημέρες

(β) τι μήνα θα έχουμε ύστερα από 30 μήνες.

Διαιρετέος	1992	2000		814	1821
Διαιρέτης	48		207	16	3
Ηλίκο		41	43		
Υπόλοιπο			12	14	0

12. Να μελετήσετε το ημερολόγιο και να βρείτε τι μέρα θα έχουμε ύστερα από 245 ημέρες από σήμερα και τι μέρα θα έχουμε ύστερα από 400 ημέρες από σήμερα.

**A.1.5 Χαρακτήρες διαιρετότητας ,ΜΚΔ ΕΚΠ
Ανάλυση σε γινόμενο πρώτων παραγόντων**

1. Να βρείτε τα πολλαπλάσια του 12 μεταξύ του 40 και του 140.
2. Είναι $28 : 7 = 4$. Άρα:
Ο αριθμός 28 είναι Του 7 . Ο αριθμός 4 είναι Του 28
3. Είναι $66 : 11 = 6$. Άρα:
Ο αριθμός 66 είναι Του 11 . Ο αριθμός 6 είναι Του 66
4. Γράψτε τρία κοινά πολλαπλάσια των παρακάτω αριθμών
α) 2 και 5 β) 3 και 4 γ) 10 και 15
5. α)Να βρείτε τους διαιρέτες του 12
β) Να βρείτε τους διαιρέτες του 18
γ) Να γράψετε όλους τους κοινούς διαιρέτες του 12 και του 18
6. α)Βρείτε τα 10 πρώτα πολλαπλάσια του 6
β) Βρείτε τα 10 πρώτα πολλαπλάσια του 8
γ) Βρείτε τον Ελάχιστο κοινό πολλαπλάσιο των 6 και 8
7. Βρείτε το ελάχιστο κοινό πολλαπλάσιο των αριθμών
(α) 5 και 6 (β) 2 και 7 (γ) 3 και 8 (δ) 4 και 10 (ε) 9 και 4
(ζ) 6 και 7 (η) 6 και 8 (θ) 9 και 12 (ι) 15 και 40 (κ) 12 και 20
(λ) 13 και 4 μ) 18 και 6 (ν) 2,3,5 (ξ) 2,3,4,5,6 (ο) 5,6,9
8. α)Βρείτε τους διαιρέτες του 8
β) Βρείτε τους διαιρέτες του 12
γ) Βρείτε τον Μέγιστο κοινό διαιρέτη των 8 και 12
9. Βρείτε το Μέγιστο κοινό διαιρέτη των αριθμών
(α) 4 και 14 (β) 6 και 9 (γ) 12 και 8 (d) 9 και 21 (ε) 6 και 5
(ζ) 30 και 45 (η) 40 και 60 (θ) 24 και 36 (ι) 18 και 45 (κ) 150 και 200
(λ) 90 και 270 μ) 18 , 6 , 12 (ν) 8 ,20,12 (ξ) 9,36,45 (ο) 100,125,200
10. Να αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων αριθμών τους αριθμούς
α) 36 β) 30 γ) 108 δ) 420 ε) 90
11. Βρείτε το ΕΚΠ των αριθμών (Με ανάλυση σε γινόμενο πρώτων παραγόντων)
α) 3,10 β) 3,6,10 γ) 16,12 δ) 18,30 ε)54 ,18 , 27 στ) 2,3,4,5
12. Βρείτε το ΜΚΔ των αριθμών (Με ανάλυση σε γινόμενο πρώτων παραγόντων)
α) 24 ,36 β) 16 , 40 γ) 9 ,32 δ) 22 ,32, 50 ε)10 ,30 ,60
13. Υπολογίστε το ΕΚΠ και τον ΜΚΔ των αριθμών 36 και 80 (Με ανάλυση σε γινόμενο πρώτων παραγόντων)
14. Βρείτε δύο αριθμούς πρώτους μεταξύ τους μεγαλύτερους του 50 .

15. Έχουμε τον αριθμό $32x1x$. Ποιο ψηφίο πρέπει να πάρει την θέση του x ώστε ο αριθμός να διαιρείται α) με το 3, β) με το 9
16. Να συμπληρώσετε κατάλληλα τα ψηφία στους παρακάτω αριθμούς:
 α) $\dots 8 \dots 2$ ώστε να διαιρείται με το 3 και το 9
 β) $2 \dots 3 \dots$ ώστε να διαιρείται με το 3 και το 5
 γ) $2 \dots 3 \dots$ ώστε να διαιρείται με το 5 και το 9
 δ) $2 \dots 3 \dots$ ώστε να διαιρείται με το 2 και το 9.
17. Αποφασίσαμε να μεταφέρουμε καρέκλες από την τάξη μας στην κεντρική αίθουσα εκδηλώσεων. Αν για τη Μαρία περνάνε 12 δευτερόλεπτα για κάθε διαδρομή της, για τον Δήμο 15 δευτερόλεπτα για κάθε διαδρομή και για την Ανίτα 18 για κάθε διαδρομή, σε πόσο χρόνο θα συναντηθούν και οι τρεις μαζί κατά την μεταφορά των καρεκλών; πόσες θα έχει κάνει ως τότε ο καθένα τους;
18. Αποφασίσαμε να κάνουμε πάρτυ στο σχολείο μας. Γι' αυτό αγοράσαμε σοκολατάκια. Έτσι πήραμε 48 αμυγδάλου, 60 φουντουκιού και 24 με λικέρ. Θέλουμε να τα μοιράσουμε ισότιμα σε μπουλ. Πόσα μπουλ χρειαζόμαστε να φέρουμε και πόσα από το κάθε είδος σοκολατάκια θα έχει το κάθε μπουλ;
19. Ένας κτηνοτρόφος έχει περίπου 120 πρόβατα. Ο γιος του μια μέρα τα μέτρησε τρία-τρία και βρήκε ακριβώς πόσες τριάδες ήταν, την δεύτερη μέρα τα μέτρησε πέντε-πέντε και ξαναχωρίστηκαν τα πρόβατα σε πεντάδες. Το ίδιο έγινε όταν τα μέτρησε επτά-επτά. Μπορείς να βρεις ακριβώς πόσα πρόβατα ήταν;
20. Το γινόμενο δύο πρώτων αριθμών είναι πρώτος ή σύνθετος;
21. Να συμπληρώσετε τον πίνακα:

Διαιρούνται με	2	3	5	9	10
Αριθμοί					
312111					
3895					
36450					
4955					
2246					

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ 1^{ΟΥ} ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ ΑΛΓΕΒΡΑΣ- λύσεις

Άσκηση 1.

Να εξετάσετε ποιες από τις παρακάτω ισότητες παριστάνουν Ευκλείδειες διαιρέσεις

α) $80 = 9 \cdot 8 + 8$

β) $65 = 7 \cdot 9 + 2$

γ) $44 = 4 \cdot 8 + 12$

δ) $35 = 5 \cdot 6 + 5$

ε) $88 = 7 \cdot 11 + 11$

α) όχι γιατί $u = \delta$ (το 8) β) Είναι γ) όχι γιατί $12 > 8$, $12 > 4$ δ) όχι ε) όχι

Άσκηση 2.

Να βρείτε τρεις αριθμούς που όταν διαιρούνται με το 8 δίνουν υπόλοιπο 3.

Αφού οι αριθμοί διαιρούνται με το 8 θα είναι $\delta = 8$ και υπόλοιπο 3 άρα $u = 3$.

Όμως $\Delta = \delta \cdot \pi + u$ άρα $\Delta = 8 \cdot \pi + 3$. Αν βάλουμε τώρα στην θέση του π τρεις οποιουσδήποτε αριθμούς θα βρούμε τους αριθμούς που ζητούνται.

Για παράδειγμα για $\pi = 1$ είναι $\Delta = 8 \cdot 1 + 3 = 8 + 3 = 11$

για $\pi = 2$ είναι $\Delta = 8 \cdot 2 + 3 = 16 + 3 = 19$

για $\pi = 3$ είναι $\Delta = 8 \cdot 3 + 3 = 24 + 3 = 27$

Άσκηση 3.

Ποιοι αριθμοί όταν διαιρούνται με το 5 δίνουν πηλίκο 6;

Αφού οι αριθμοί διαιρούνται με το 5 θα είναι $\delta = 5$ και το πηλίκο είναι 6 άρα $\pi = 6$.

Όμως $\Delta = \delta \cdot \pi + u$ άρα $\Delta = 5 \cdot 6 + u$ άρα $\Delta = 30 + u$

Όμως ξέρουμε ότι το υπόλοιπο είναι πάντα μικρότερο του διαιρέτη, άρα $u < \delta$ δηλαδή $u < 5$ δηλαδή $u = 0, 1, 2, 3,$

Αν βάλουμε τώρα στην θέση του $u = 0, 1, 2, 3, 4$ θα βρούμε τους αριθμούς που ζητούνται

για $u = 0$ $\Delta = 30 + 0 = 30$

για $u = 1$ $\Delta = 30 + 1 = 31$

για $u = 2$ $\Delta = 30 + 2 = 32$

για $u = 3$ $\Delta = 30 + 3 = 33$

για $u = 4$ $\Delta = 30 + 4 = 34$

Άσκηση 4.

Δίνονται οι παραστάσεις:

$$\alpha = 3^3 + 23 + 5 \cdot (9 - 7) + 8^2 \text{ και } \beta = 10^2 + 8 \cdot 7 - 4 \cdot 5^2$$

α) Να αποδείξετε ότι $\alpha = 124$ και $\beta = 56$

β) Να εξετάσετε εάν ο αριθμός $\kappa = \alpha + \beta$ διαιρείται συγχρόνως με το 2 το 3 το 5 και το 9

γ) Να βρείτε το ΜΚΔ των αριθμών α : 4 και β : 4

α) Με την χρήση της προτεραιότητας των πράξεων (παρενθέσεις, δυνάμεις, πολλαπλασιασμοί – διαιρέσεις, προσθέσεις – αφαιρέσεις) έχουμε :

$$\alpha = 3^3 + 23 + 5 \cdot 2 + 8^2 = 27 + 23 + 10 + 64 = 124$$

$$\begin{aligned} \beta &= 10^2 + 8 \cdot 7 - 4 \cdot 5^2 = 10^2 + 8 \cdot 7 - 4 \cdot 5^2 \\ &= 100 + 8 \cdot 7 - 4 \cdot 25 = 100 + 56 - 100 = 56 \end{aligned}$$

β) Ο αριθμός κ είναι $\kappa = \alpha + \beta = 124 + 56 = 180$. Διαιρείται με το 2 αφού λήγει σε 2 και με το 3 αφού το άθροισμα των ψηφίων του είναι 3, δηλαδή πολλαπλάσιο του 3

$$\gamma) \frac{\alpha}{4} = \frac{124}{4} = 31 \text{ και } \frac{\beta}{4} = \frac{56}{4} = 14.$$

$$\text{Οπότε } \text{ΜΚΔ}\left(\frac{\alpha}{4}, \frac{\beta}{4}\right) = \text{ΜΚΔ}(31, 14)$$

Όμως με ανάλυση σε γινόμενο πρώτων παραγόντων έχουμε :

$$31 = 1 \cdot 31$$

$$14 = 2 \cdot 7$$

$$\text{Άρα } \text{ΜΚΔ}(31, 14) = 2 \cdot 7 \cdot 31 = 434$$

Άσκηση 5.

α) Να υπολογίσετε την παράσταση : $\alpha = 3^3 - (3 + 2)^2 + 4 \cdot 6$

β) Να υπολογίσετε την παράσταση : $\beta = 3 \cdot (1 + 3)^2 + 2^2 + 2^3$

γ) Αν $\alpha = 26$ και $\beta = 60$ να αναλύσετε τους α, β σε γινόμενο πρώτων παραγόντων.

δ) Να βρείτε το ΕΚΠ (α, β) και το ΜΚΔ(α, β)

ε) Να εξετάσετε αν οι αριθμοί Α και Β είναι πρώτοι ή σύνθετοι και αν είναι πρώτοι μεταξύ τους

α) Με την χρήση της προτεραιότητας των πράξεων (παρενθέσεις, δυνάμεις, πολλαπλασιασμοί – διαιρέσεις, προσθέσεις – αφαιρέσεις) έχουμε :

$$\begin{aligned} \alpha &= 3^3 - (3 + 2)^2 + 4 \cdot 6 = 3^3 - 5^2 + 4 \times 6 = 27 - 25 + 4 \times 6 \\ &= 27 - 25 + 24 = 26 \end{aligned}$$

β) Με την χρήση της προτεραιότητας των πράξεων (παρενθέσεις, δυνάμεις, πολλαπλασιασμοί – διαιρέσεις, προσθέσεις – αφαιρέσεις) έχουμε :

$$\begin{aligned} \beta &= 3 \cdot (1 + 3)^2 + 2^2 + 2^3 = 3 \times 4^2 + 2^2 + 2^3 = 3 \times 16 + 4 + 8 = \\ &48 + 4 + 8 = 60 \end{aligned}$$

$$\gamma) \alpha = 26 = 2 \cdot 13$$

$$\beta = 60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 2^2 \times 3 \times 5$$

$$\delta) \text{ΕΚΠ}(26, 60) = 2^2 \times 3 \times 5 \times 13 = 780$$

$$\text{ΜΚΔ}(26, 60) = 2$$

ε) Αφού $\text{ΜΚΔ}(\alpha, \beta) = 2$ οι α, β δεν είναι πρώτοι μεταξύ τους. Για να ήταν θα έπρεπε $\text{ΜΚΔ}(\alpha, \beta) = 1$

Άσκηση 6.

Αποφασίσαμε να μεταφέρουμε καρέκλες από την τάξη μας στην κεντρική αίθουσα εκδηλώσεων. Αν για τη Μαρία περνάνε 12 δευτερόλεπτα για κάθε διαδρομή της, για τον Θανάση 15 δευτερόλεπτα για κάθε διαδρομή και για την Ανίτα 18 δευτερόλεπτα για κάθε διαδρομή, σε πόσο χρόνο θα συναντηθούν και οι τρεις μαζί κατά την μεταφορά των καρεκλών; Πόσες καρέκλες θα έχει μεταφέρει ως τότε ο καθένα τους;

Οι τρεις μαθητές ξεκίνησαν μαζί να μεταφέρουν καρέκλες .

Ο χρόνος που θα κάνει η Μαρία για να μεταφέρει καρέκλες θα είναι πολλαπλάσιο του 12 ,

Ο χρόνος που θα κάνει ο Θανάσης για να μεταφέρει καρέκλες θα είναι πολλαπλάσιο του 15,

Ο χρόνος που θα κάνει η Ανίτα για να μεταφέρει καρέκλες θα είναι πολλαπλάσιο του 18

Η πρώτη φορά που θα συναντηθούν και οι τρεις μαζί θα είναι το ΕΚΠ(12,15,18)

Όμως

$$12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$$

$$15 = 3 \cdot 5$$

$$18 = 2 \cdot 3 \cdot 3$$

$$\text{Άρα ΕΚΠ}(12,15,18) = 2^2 \times 3^2 \times 5 = 180$$

Άρα θα συναντηθούν και οι τρεις μαζί κατά την μεταφορά των καρεκλών μετά από 180 λεπτά

Οι καρέκλες που θα έχουν μεταφέρει ως τότε θα είναι

$$\text{Μαρία} : \frac{180}{12} = 15, \quad \text{Θανάσης} \frac{180}{15} = 12, \quad \text{Ανίτα} \frac{180}{18} = 10$$

18

Άσκηση 7.

Να συμπληρώσετε κατάλληλα τα ψηφία στους παρακάτω αριθμούς:

α) ...8...2 ώστε να διαιρείται με το 3 και το 9

β) 2...3... ώστε να διαιρείται με το 3 και το 5

γ) 2...3... ώστε να διαιρείται με το 5 και το 9

δ) 2...3... ώστε να διαιρείται με το 2 και το 9.

α) π.χ 5842 (έχει και άλλες λύσεις , πρέπει το άθροισμα των ψηφίων πολλαπλάσιο του 9)

β) π.χ 2430 , 2235

γ) 2430 , 2835

δ) π.χ 2232 5842 (έχει και άλλες λύσεις , πρέπει το άθροισμα των ψηφίων πολλαπλάσιο του 9 και να λήγει σε 2,4,6,8,0)

Άσκηση 8.

α) Να υπολογίσετε την παράσταση

$$A = 2 \cdot 3^2 \cdot (4^2 - 15) + 2 - 3(4 \cdot 5 - 18 + 4) + 2 \cdot 5$$

(Απάντηση A= 12)

β) Να υπολογίσετε την παράσταση $B = 3^3 - 2^2 \cdot 4 + 7$

(Απάντηση B =18)

γ) Αν $A = 12$ και $B = 18$ να αναλύσετε τους A και B σε γινόμενο πρώτων παραγόντων

δ) Να βρείτε τον ΜΚΔ(A, B) και τον ΕΚΠ (A,B)

ε) Να γράψετε την ευκλείδεια διαίρεση του $A + B$ με το $B - A + 1$

στ) Να εξετάσετε εάν ο αριθμός $(3 \cdot B - 2 \cdot A) + (B - A)^2$ διαιρείται με το 2 και το 3

α) Με την χρήση της προτεραιότητας των πράξεων (παρενθέσεις, δυνάμεις, πολλαπλασιασμοί – διαιρέσεις, προσθέσεις – αφαιρέσεις) έχουμε

$$\begin{aligned} A &= 2 \times 3^2 \times (16 - 15) + 2 - 3 \times (20 - 18 + 4) + 2 \times 5 = \\ &= 2 \times 3^2 \times 1 + 2 - 3 \times 6 + 2 \times 5 = \\ &= 2 \times 9 \times 1 + 2 - 3 \times 6 + 2 \times 5 = \\ &= 18 + 2 - 18 + 10 = 12 \end{aligned}$$

β) Με την χρήση της προτεραιότητας των πράξεων (παρενθέσεις, δυνάμεις, πολλαπλασιασμοί – διαιρέσεις, προσθέσεις – αφαιρέσεις) έχουμε

$$B = 3^3 - 2^2 \cdot 4 + 7 = 27 - 4 \times 4 + 7 = 27 - 16 + 7 = 18$$

γ) $12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$, $18 = 2 \cdot 3 \cdot 3$

δ) $\text{ΜΚΔ}(12,18) = 2 \times 3 = 6$

$\text{ΕΚΠ}(12,18) = 2^2 \times 3^2 = 4 \times 9 = 36$

ε) $A+B = 12+18 = 30$ $B-A+1 = 18-12+1 = 7$ και η ευκλείδεια διαίρεση του 30 με το 7 είναι $30 = 4 \cdot 7 + 2$

στ) $(3 \cdot B - 2 \cdot A) + (B - A)^2 = (3 \cdot 18 - 2 \cdot 12) + (18 - 12)^2 = (54 - 24) + 6^2 = 30 + 36 = 66$
ο οποίος διαιρείται και με το 2 και με το 3

ΚΕΦΑΛΑΙΟ Α . 2

ΤΑ ΚΛΑΣΜΑΤΑ

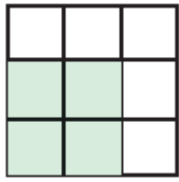
ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

1. Ποια κλάσματα λέγονται ισοδύναμα;
2. Με ποιους τρόπους μπορούμε να φτιάξουμε ισοδύναμα κλάσματα;
3. Ποια διαδικασία ονομάζουμε απλοποίηση ενός κλάσματος;
4. Πότε ένα κλάσμα λέγεται ανάγωγο;
5. Ποια κλάσματα λέγονται ομώνυμα;
6. Ποια κλάσματα λέγονται ετερόνυμα;
7. Πως συγκρίνουμε ομώνυμα και πως ετερόνυμα κλάσματα;
8. Πως συγκρίνουμε κλάσματα με τον ίδιο αριθμητή;
9. Πως προσθέτουμε ομώνυμα και πως ετερόνυμα κλάσματα;
10. Πως αφαιρούμε ομώνυμα και πως ετερόνυμα κλάσματα;
11. Ποιος αριθμός λέγεται μεικτός;
12. Πως πολλαπλασιάζουμε δύο ή περισσότερα κλάσματα;
13. Πότε δύο κλάσματα λέγονται αντίστροφα;
14. Πως διαιρούμε δύο κλάσματα;

ΦΥΛΛΑ ΕΡΓΑΣΙΑΣ ΚΛΑΣΜΑΤΑ

2.1Η ΕΝΝΟΙΑ ΤΟΥ ΚΛΑΣΜΑΤΟΣ

- ① Το κλάσμα $\frac{\kappa}{\nu}$ εκφράζει τα κ μέρη από τα ν ίσα μέρη στα οποία έχει χωριστεί μία ποσότητα.



= —

Αριθμητής

Παρονομαστής

- ② Το $\frac{1}{\nu}$ ονομάζεται **κλασματική μονάδα**

③ $\frac{\alpha}{1} = \dots\dots\dots$, $\frac{0}{\alpha} = \dots\dots\dots$ $\frac{\alpha}{\alpha} = \dots\dots\dots$

④ $\frac{\kappa}{\nu} = \kappa \cdot \frac{1}{\nu}$. Άρα $\frac{5}{4} = 5 \cdot \frac{1}{4}$ $\frac{3}{8} =$

- ⑤ Κάθε κλάσμα παριστάνει και το πηλίκο της διαίρεσης του αριθμητή διά του παρονομαστή. Γενικά ισχύει $\frac{\kappa}{\nu} = \kappa : \nu$ όπου κ, ν φυσικοί αριθμοί και $\nu \neq 0$

Έτσι $3:4 = \frac{3}{4}$. $5:8 =$, $\frac{12}{113} =$

- ⑥ Εάν ένα κλάσμα έχει αριθμητή μεγαλύτερο από τον παρονομαστή τότε είναι **μεγαλύτερο της μονάδας**

Έτσι $\frac{8}{5} > 1$, $\frac{3}{4} \dots\dots 1$, $\frac{8}{8} \dots\dots 1$

- ⑦ Α) Ποιο μέρος της εβδομάδας είναι οι 4 ημέρες; $\dots\dots\dots$
 Β) Ποιο μέρος του χρόνου είναι οι 3 μήνες; $\dots\dots\dots$

- ⑧ Το $\frac{1}{8}$ ενός πουκάμισου στοιχίζει 5 €. Πόσο στοιχίζει όλο το πουκάμισο;

Όλο το πουκάμισο θα στοιχίζει τα $\frac{8}{8}$ και αφού $\frac{8}{8} = 8 \cdot \frac{1}{8}$ άρα όλο το πουκάμισο θα στοιχίζει $\dots \dots \dots = \dots \dots \dots$ €

- ⑨ Τα $\frac{3}{5}$ των παιδιών μιας τάξης παίζουν ποδόσφαιρο. Τα παιδιά αυτά είναι 18 . Πόσα παιδιά έχει όλη η τάξη;

Βρίσκουμε πρώτα πόσα παιδιά αποτελούν το $\frac{1}{5}$ της τάξης $\dots\dots\dots$

Βρίσκουμε πόσα παιδιά είναι όλα , δηλαδή τα $\frac{5}{5} \dots\dots\dots$

- ⑩ Σε ένα τσουβάλι ελιές το $\frac{1}{30}$ ζυγίζει το κουκούτσι . Αν ένα τσουβάλι ζυγίζει 60 κιλά πόσο ζυγίζει το κουκούτσι;

Τα $\frac{30}{30}$ ζυγίζουν 60 κιλά , άρα το $\frac{1}{30}$ θα ζυγίζει $\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ κιλά

- ⑪ Τα $\frac{2}{7}$ ενός πριόντος στοιχίζει 18 € . Πόσο στοιχίζουν τα $\frac{8}{9}$ του κιλού;

Το $\frac{1}{7}$ θα στοιχίζει : $\dots\dots\dots$

Τα $\frac{7}{7}$ θα στοιχίζουν $\dots\dots\dots$

Τα $\frac{9}{9}$ θα στοιχίζουν $\dots\dots\dots$

Το $\frac{1}{9}$ θα στοιχίζει $\dots\dots\dots$

Τα $\frac{8}{9}$ θα στοιχίζουν $\dots\dots\dots$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΟΥ ΒΙΒΛΙΟΥ
1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 10, 11

ΣΕΛΙΔΑ 36 - 37



2.2 ΙΣΟΔΥΝΑΜΑ ΚΛΑΣΜΑΤΑ



① Δύο κλάσματα $\frac{\alpha}{\beta}$ και $\frac{\gamma}{\delta}$ λέγονται **ισοδύναμα ή ίσα** όταν εκφράζουν το ίδιο τμήμα ενός μεγέθους ή ίσων μεγεθών. Επειδή ακριβώς εκφράζουν το ίδιο τμήμα ενός μεγέθους είναι και ίσα και γράφουμε $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta}$

② Αν δυο κλάσματα είναι ίσα τότε τα χιαστί γινόμενα είναι ίσα $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$ τότε $2 \cdot 6 = 3 \cdot 4$

③ Να εξετάσετε εάν τα κλάσματα $\frac{4}{5}$ και $\frac{8}{10}$ είναι ισοδύναμα

④ Να εξετάσετε εάν τα κλάσματα $\frac{3}{4}$ και $\frac{5}{6}$ είναι ισοδύναμα

⑤ **Για να προκύψει ισοδύναμο κλάσμα πολλαπλασιάζουμε ή διαιρούμε και τους δύο όρους του κλάσματος με τον ίδιο αριθμό**

Να συμπληρώσετε τις ισότητες ώστε να προκύψουν ισοδύναμα κλάσματα

$$\frac{1}{7} = \frac{\quad}{14} \quad \frac{1}{7} = \frac{\quad}{35} \quad \frac{1}{7} = \frac{\quad}{63} \quad \frac{5}{6} = \frac{\quad}{12} \quad \frac{5}{6} = \frac{\quad}{24}$$

⑥ Να απλοποιήσετε τα κλάσματα :

$$\frac{4}{8} = \frac{9}{12} = \frac{25}{35} = \frac{42}{49} = \frac{18}{72} = \frac{72}{8}$$

⑦ Να μετατρέψετε το κλάσμα $\frac{15}{9}$ σε ισοδύναμο κλάσμα με παρονομαστή το 3 : $\frac{15}{9} =$

⑧ Να μετατρέψετε το κλάσμα $\frac{3}{4}$ σε ισοδύναμο κλάσμα με παρονομαστή το 20 : $\frac{3}{4} =$

⑨ **Το κλάσμα εκείνο που δεν μπορεί να απλοποιηθεί (δεν υπάρχει άλλος κοινός διαιρέτης αριθμητή και παρονομαστή εκτός από τη μονάδα) λέγεται ανάγωγο**

⑩ Ποιο από τα κλάσματα $\frac{2}{8}, \frac{13}{18}, \frac{15}{14}, \frac{28}{52}$ είναι ανάγωγα;

⑪ Όταν δύο ή περισσότερα κλάσματα έχουν τον ίδιο παρονομαστή λέγονται ομώνυμα και όταν έχουν διαφορετικούς παρονομαστές ονομάζονται ετερώνυμα.

⑫ Να γίνουν ομώνυμα τα κλάσματα $\frac{3}{5}, \frac{4}{9}$
 Είναι $\frac{3}{5}$, $\frac{4}{9}$
 ΕΚΠ(5,9) =..... $\frac{\quad}{\quad} : 5 =$: 9 =

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΟΥ ΒΙΒΛΙΟΥ
1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10

ΣΕΛΙΔΑ 40



6

- α) Να βρείτε το Ε.Κ.Π. των αριθμών 3, 6, 11
 β) Να κάνετε τα κλάσματα της α' στήλης του παρακάτω πίνακα ισοδύναμα με κλάσματα που να έχουν τον ίδιο αριθμητή και να τα γράψετε στη β' στήλη του.
 γ) Βάλτε σε διάταξη από το μικρότερο προς το μεγαλύτερο τα κλάσματα της α'

ΚΛΑΣΜΑΤΑ	ΙΣΟΔΥΝΑΜΑ ΟΜΩΝΥΜΑ
$\frac{2}{3}$	
$\frac{5}{6}$	
$\frac{10}{11}$	

στήλης του παραπάνω πίνακα.

7

Συμπληρώστε τα παρακάτω κενά με ένα κατάλληλο κλάσμα:

$$\frac{1}{5} < \dots < \frac{4}{5} \qquad \frac{7}{8} < \dots < \frac{9}{8} \qquad \frac{1}{5} < \dots < \frac{1}{3}$$

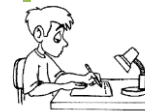
$$\frac{3}{7} < \dots < \frac{3}{5} \qquad \frac{2}{3} < \dots < 1$$

1. α) Να βρείτε το Ε.Κ.Π. των αριθμών 2, 4, 5, 10

- β) Να κάνετε ομώνυμα τα κλάσματα της α' στήλης του παρακάτω πίνακα συμπληρώνοντας τη δεύτερη στήλη αυτού.

ΚΛΑΣΜΑΤΑ	ΙΣΟΔΥΝΑΜΑ - ΟΜΩΝΥΜΑ
$\frac{1}{2}$	
$\frac{3}{4}$	
$\frac{4}{5}$	
$\frac{9}{10}$	

- γ) Βάλτε σε διάταξη από το μικρότερο προς το μεγαλύτερο τα κλάσματα της α' στήλης



2.4 ΠΡΟΣΘΕΣΗ ΚΑΙ ΑΦΑΙΡΕΣΗ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ

Προσθέτουμε δύο ή περισσότερα ομώνυμα κλάσματα προσθέτοντας τους αριθμητές τους, αφήνοντας τον ίδιο παρονομαστή.

$$\frac{a}{\gamma} + \frac{\beta}{\gamma} = \frac{a+\beta}{\gamma}$$

Αφαιρούμε δύο ομώνυμα κλάσματα αφαιρώντας τους αριθμητές τους, αφήνοντας τον ίδιο παρονομαστή.

$$\frac{a}{\gamma} - \frac{\beta}{\gamma} = \frac{a-\beta}{\gamma}$$

Αφαιρούμε δύο ετερόνυμα κλάσματα αφού τα μετατρέψουμε πρώτα σε ομώνυμα.

Προσθέτουμε ετερόνυμα κλάσματα αφού πρώτα τα μετατρέψουμε σε ομώνυμα.

Μικτός αριθμός ονομάζεται το άθροισμα ενός ακεραίου με ένα κλάσμα μικρότερο της μονάδας και

συμβολίζεται $a \frac{\beta}{\gamma}$. Παραδείγματα μικτών αριθμών: $1 + \frac{4}{5} = 1 \frac{4}{5}$, $3 + \frac{2}{3} = 3 \frac{2}{3}$

① $\frac{2}{7} + \frac{3}{7} = \frac{5}{7}$

② $\frac{3}{8} + \frac{1}{8} = \frac{4}{8} = \frac{4 : 4}{8 : 4} = \frac{1}{2}$

③ Να υπολογίσετε το άθροισμα $\frac{2}{3} + \frac{7}{3} =$

④ Να υπολογίσετε το άθροισμα $3 + \frac{1}{5} =$

⑤ Να υπολογίσετε το άθροισμα $\frac{1}{5} + \frac{2}{5} + 2 =$

⑥ Να υπολογίσετε το άθροισμα $\frac{1}{2} + \frac{3}{4} =$

⑦ Να υπολογίσετε τη διαφορά $\frac{4}{3} - \frac{1}{4} =$

⑧ Να μετατραπεί ο μικτός αριθμός $2 \frac{3}{4}$ σε κλάσμα

⑨ Να μετατραπεί το κλάσμα $\frac{13}{4}$ σε μικτό κλάσμα

Κάνουμε την Ευκλείδεια διαίρεση του Αριθμητή με τον παρονομαστή $13 = 4 \cdot 3 + 1$ και είναι

$$\frac{13}{4} = 3 \frac{1}{4}$$

⑩. Να μετατραπεί το κλάσμα $\frac{28}{9}$ σε μικτό κλάσμα

Κάνουμε την Ευκλείδεια διαίρεση του Αριθμητή με τον παρονομαστή _____ και είναι $\frac{28}{9} =$

-

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΟΥ ΒΙΒΛΙΟΥ

1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9

ΣΕΛΙΔΑ 46- 47



2.5 ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ

Το γινόμενο δύο κλασμάτων είναι το κλάσμα που έχει αριθμητή το γινόμενο των αριθμητών και παρονομαστή το γινόμενο των παρονομαστών.

$$\frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{\gamma}{\delta} = \frac{\alpha \cdot \gamma}{\beta \cdot \delta}$$

Το γινόμενο ενός φυσικού αριθμού επί ένα κλάσμα είναι το κλάσμα με αριθμητή το γινόμενο του αριθμητή επί τον φυσικό αριθμό και με τον ίδιο παρονομαστή.

$$\lambda \cdot \frac{\alpha}{\beta} = \frac{\alpha}{\beta} \cdot \lambda = \frac{\alpha \cdot \lambda}{\beta}$$

ΓΙΑ ΝΑ ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑ ΣΟΥΜΕ ΔΥΟ ΚΛΑΣΜΑΤΑ ΔΕΝ ΕΙΝΑΙ ΑΝΑΓΚΗ ΝΑ ΕΙΝΑΙ ΟΜΩΝΥΜΑ!!!

① $\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{4} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 4} = \frac{10}{12} = \frac{10:2}{12:2} = \frac{5}{6}$

② Να βρεθεί το γινόμενο: $\frac{2}{7} \cdot \frac{70}{4} \cdot \frac{9}{5}$

1^{ος} τρόπος

$$\frac{2}{7} \cdot \frac{70}{4} \cdot \frac{9}{5} = \frac{2 \cdot 70 \cdot 9}{7 \cdot 4 \cdot 5} = \frac{2 \cdot 630}{7 \cdot 20} = \frac{1.260}{140} = 9$$

2^{ος} τρόπος

$$\frac{\overset{1}{\cancel{2}}}{7} \cdot \frac{\overset{10}{\cancel{70}}}{\underset{2}{\cancel{4}}} \cdot \frac{9}{5} = \frac{1}{1} \cdot \frac{10}{2} \cdot \frac{9}{5} = 1 \cdot 5 \cdot \frac{9}{5} = 9$$

③ Να βρείτε τα γινόμενα

$$\frac{6}{5} \cdot \frac{5}{3} =$$

$$3 \cdot \frac{4}{7} =$$

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{7}{3} \cdot \frac{1}{8} =$$

④ Να βρείτε τα γινόμενα

$$2 \frac{3}{5} \cdot \frac{4}{3} =$$

$$3 \frac{1}{5} \cdot 2 \frac{4}{7} =$$

Δύο κλάσματα λέγονται αντίστροφα όταν έχουν γινόμενο 1.

Επειδή $\frac{\gamma}{\delta} \cdot \frac{\delta}{\gamma} = 1$ τα κλάσματα $\frac{\gamma}{\delta}$ και $\frac{\delta}{\gamma}$ είναι αντίστροφα.

⑤

Τα κλάσματα $\frac{5}{8}$ και $\frac{8}{5}$ είναι αντίστροφα αφού $\frac{5}{8} \cdot \frac{8}{5} = \frac{40}{40} = 1$

Τα κλάσματα $\frac{1}{2}$ και 2 είναι αντίστροφα

⑥

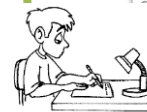
Συμπληρώστε τον παρακάτω πίνακα

ΚΛΑΣΜΑ	$\frac{13}{4}$	$\frac{6}{4}$	$\frac{1}{7}$	9	$3 \frac{1}{7}$	1
ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΟ ΚΛΑΣΜΑ						

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΟΥ ΒΙΒΛΙΟΥ

1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9

ΣΕΛΙΔΑ 48-49



7. Να βρείτε τα $\frac{2}{5}$ των 20 κιλών

Για να βρούμε το κλάσμα $\frac{\kappa}{\nu}$ μιας ποσότητας α κάνω τον πολλαπλασιασμό $\alpha \cdot \frac{\kappa}{\nu}$

$$\text{Άρα τα } \frac{2}{5} \text{ των 20 κιλών είναι } 20 \cdot \frac{2}{5} = \frac{20}{1} \cdot \frac{2}{5} = \frac{40}{5} = 8 \text{ κιλά}$$

8. Ένα σχολείο έχει 160 μαθητές. Τα $\frac{5}{8}$ είναι αγόρια. Πόσα είναι τα αγόρια;

9. Να υπολογίσετε την παράσταση $\frac{2}{3} \cdot \left(\frac{1}{4} + \frac{3}{2}\right)$

$$\frac{2}{3} \cdot \left(\frac{1}{4} + \frac{3}{2}\right) =$$

Θυμόμαστε την προτεραιότητα των πράξεων

ΠΑΡΕΝΘΕΣΕΙΣ

ΠΟΛΛ/ΜΟΙ – ΔΙΑΡΕΣΕΙΣ

ΠΡΟΣΘΕΣΕΙΣ - ΑΦΑΙΡΕΣΕΙΣ

10. Να υπολογίσετε την παράσταση $\frac{1}{4} \cdot \left(\frac{17}{4} - \frac{1}{8}\right) + \frac{3}{8}$

2.6 ΔΙΑΙΡΕΣΗ ΚΛΑΣΜΑΤΩΝ

Για να διαιρέσουμε δύο κλάσματα αρκεί να πολλαπλασιάσουμε τον διαιρέτο με τον αντίστροφο του διαιρέτη.

$$\frac{a}{\beta} : \frac{\gamma}{\delta} = \frac{a}{\beta} \cdot \frac{\delta}{\gamma}$$

Μετατροπή σύνθετον σε απλό

Ένα κλάσμα, του οποίου ένας τουλάχιστον όρος του είναι κλάσμα, ονομάζεται σύνθετο κλάσμα.

$$\frac{\frac{a}{\beta}}{\frac{\gamma}{\delta}} = \frac{a \cdot \delta}{\beta \cdot \gamma}$$

$$\frac{\frac{7}{3}}{\frac{5}{4}} = \frac{7 \cdot 4}{3 \cdot 5} = \frac{28}{15}$$

① Να γίνει η διαίρεση $\frac{5}{6} : \frac{4}{3}$ Είναι $\frac{5}{6} : \frac{4}{3} = \frac{5}{6} \cdot \frac{3}{4} = \frac{15}{24} = \frac{5}{8}$

② Να γίνουν απλά τα σύνθετα κλάσματα : (α) $\frac{5}{3}$ (β) $\frac{5}{7}$ (γ) $\frac{7}{3}$

(α) $\frac{2}{\frac{5}{3}} = \frac{2 \cdot 3}{5} = \frac{6}{5}$ (β) $\frac{5}{\frac{7}{4}} = \frac{5 \cdot 4}{7} = \frac{20}{7}$

(γ) $\frac{5}{\frac{7}{3}} = \frac{5 \cdot 3}{7} = \frac{15}{7}$

③ Να γίνει η διαίρεση $\frac{4}{7} : \frac{5}{8} =$

④ Να γίνει η διαίρεση $\frac{14}{17} : 2 =$

⑤ Να γίνει η διαίρεση $5 : \frac{5}{8} =$

⑥ Να μετατρέψετε τα σύνθετα κλάσματα σε απλά:

(α) $\frac{4}{\frac{5}{5}} =$ (β) $\frac{12}{\frac{5}{2}} =$ (γ) $\frac{12}{\frac{4}{3}} =$

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΟΥ ΒΙΒΛΙΟΥ
1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9

ΣΕΛΙΔΑ 51



ΚΕΦΑΛΑΙΟ Α2 ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΓΙΑ ΛΥΣΗ

- Τα $\frac{3}{5}$ των παιδιών μιας τάξης παίζουν ποδόσφαιρο. Τα παιδιά αυτά είναι 18. Πόσα παιδιά έχει όλη η τάξη;
- Το $\frac{1}{8}$ ενός πουκαμίσου στοιχίζει 5 €. Πόσο στοιχίζει όλο το πουκάμισο;
- Τα $\frac{2}{7}$ ενός πριόντος στοιχίζει 18 €. Πόσο στοιχίζουν τα $\frac{8}{9}$ του κιλού;
- Να βρείτε μεταξύ ποιων φυσικών αριθμών βρίσκονται τα κλάσματα που δίνονται παρακάτω:

$$\dots < \frac{1}{3} < \dots, \quad \dots < \frac{7}{2} < \dots, \quad \dots < \frac{4}{3} < \dots$$

- Συμπληρώστε τα παρακάτω κενά με ένα κατάλληλο κλάσμα:

$$\frac{1}{5} < \dots < \frac{4}{5}, \quad \frac{7}{8} < \dots < \frac{9}{8}, \quad \frac{1}{5} < \dots < \frac{1}{3}, \quad \frac{3}{7} < \dots < \frac{3}{5}, \quad \frac{2}{3} < \dots < 1$$

- Να υπολογίσετε τα αθροίσματα α) $\frac{1}{2} + \frac{3}{4}$ β) $\frac{1}{5} + \frac{2}{5} + 2$ γ) $3 + \frac{2}{5}$

- Να υπολογίσετε τις διαφορές α) $\frac{4}{3} - \frac{1}{4}$, β) $2 - \frac{1}{3}$, γ) $\frac{5}{3} - 1$, δ) $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$

- Να μετατραπεί ο μικτός αριθμός $2\frac{3}{4}$ σε κλάσμα

- Να μετατραπούν τα κλάσματα $\frac{13}{4}$ και $\frac{28}{9}$ σε μικτό κλάσμα

- Να βρείτε τα γινόμενα

$$\frac{6}{5} \cdot \frac{5}{3} =$$

$$3 \cdot \frac{4}{7} =$$

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{7}{3} \cdot \frac{1}{8} =$$

- Να βρείτε τα γινόμενα

$$2\frac{3}{5} \cdot \frac{4}{3} =$$

$$3\frac{1}{5} \cdot 2\frac{4}{7} =$$

- Συμπληρώστε τον παρακάτω πίνακα

ΚΛΑΣΜΑ	$\frac{13}{4}$	$\frac{6}{4}$	$\frac{1}{7}$	9	$3\frac{1}{7}$	1
ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΟ ΚΛΑΣΜΑ						

- Να βρείτε τα $\frac{2}{5}$ των 20 κιλών

14. Ένα σχολείο έχει 160 μαθητές. Τα $\frac{5}{8}$ είναι αγόρια. Πόσα είναι τα αγόρια;

15. Να υπολογίσετε την παράσταση $\frac{2}{3} \cdot \left(\frac{1}{4} + \frac{3}{2}\right)$

16. Να υπολογίσετε την παράσταση $\frac{1}{4} \cdot \left(\frac{17}{4} - \frac{1}{8}\right) + \frac{3}{8}$

17. Να γίνει η διαίρεση $\frac{4}{7} : \frac{5}{8} =$

18. Να γίνει η διαίρεση $\frac{14}{17} : 2 =$

19. Να γίνει η διαίρεση $5 : \frac{5}{8} =$

20. Να μετατρέψετε τα σύνθετα κλάσματα σε απλά:

(α) $\frac{\frac{4}{5}}{\frac{5}{7}} =$ (β) $\frac{\frac{12}{5}}{\frac{2}{2}} =$ (γ) $\frac{\frac{12}{4}}{\frac{3}{3}} =$

21. Να υπολογίσετε την κλασματική παράσταση $\frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}$

Επαναληπτικές ασκήσεις στα κλάσματα

Άσκηση 1

A) Να υπολογίσετε το κλάσμα : $A = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$ και να το συγκρίνετε με την μονάδα

B) Να υπολογίσετε το γινόμενο $B = 2\frac{1}{3} \cdot 1\frac{1}{4}$ και να βρείτε το αντίστροφό του

Γ) Να υπολογίσετε την παράσταση $\Gamma = A + B + 2$ και να μετατρέψετε το αποτέλεσμα σε μεικτό κλάσμα

Δ) Να συγκρίνετε τα κλάσματα A και B

A) $A = \frac{1}{6}$

B) $B = \frac{35}{12}$

Γ) $\Gamma = 5\frac{1}{12}$

Δ) $A < B$

Άσκηση 2

A) Να υπολογίσετε την παράσταση $A = 2^2 + 3(4 - 2) - 3^2 + 1^5$

B) Να υπολογίσετε την Παράσταση $B = 5 \cdot 3^2 + 2^3 : 2 - (4+2)^2 - 3^2$

Γ) Να συγκρίνετε τα κλάσματα $\frac{A}{3}$ και $\frac{B}{5}$

A) $A = 2$

B) $B = 4$

Γ) $\frac{A}{3} < \frac{B}{5}$

Δ) $2\frac{5}{6}$

Δ) Να υπολογίσετε την παράσταση $A + \frac{B}{3} - \frac{A}{4}$ και να την μετατρέψετε σε μεικτό κλάσμα

Άσκηση 3

Να υπολογίσετε τις παραστάσεις:

$$A = \frac{2}{5} + \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2}, \quad B = \left(\frac{2}{5} + \frac{3}{5}\right) \cdot \frac{1}{2}, \quad \Gamma = \frac{2}{5} \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right)$$

$$\Delta = \frac{2}{3} \cdot \left(3 - \frac{5}{2}\right) + \left(\frac{7}{6} - 1\right) \cdot 5 - \frac{2}{3}, \quad E = \frac{7-2 \cdot 3}{2} \cdot \left(\frac{2^3}{3} - 1\right)$$

$$A = \frac{7}{10}, \quad B = \frac{1}{2}$$

$$\Gamma = \frac{1}{15}, \quad \Delta = \frac{1}{2},$$

$$E = \frac{5}{6}$$

Άσκηση 4

Να υπολογίσετε τις παραστάσεις:

$$A = \left(\frac{111}{222} - \frac{111}{333}\right) \cdot \left(2 - \frac{111}{555}\right)$$

$$B = \left(3\frac{1}{4} - 2\right) \cdot 2\frac{2}{7}$$

$$\Gamma = \left(\frac{2}{3}\right)^2, \quad \Delta = \left(\frac{3}{4} - \frac{2}{3}\right)^2, \quad E = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \left(1 - \frac{1}{3}\right)^2$$

$$A = \frac{3}{10}, \quad B = \frac{5}{7}$$

$$\Gamma = \frac{4}{9}, \quad \Delta = \frac{1}{144},$$

$$E = \frac{1}{9}$$

Άσκηση 5

Από τους 180 μαθητές ενός σχολείου τα $\frac{3}{5}$ παίζουν Μπάσκετ και από αυτούς το $\frac{1}{4}$ είναι κορίτσια. Πόσα αγόρια παίζουν Μπάσκετ; **(27 Κορίτσια και 81 αγόρια παίζουν μπάσκετ)**

Άσκηση 6

Να υπολογίσετε τις παρακάτω παραστάσεις:

$$A = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) : \frac{5}{6} - \frac{1}{2} \cdot \frac{6}{5} - \frac{1}{6} : \frac{5}{3}$$

$$B = \frac{1}{2} : \frac{5}{2} + 3 \cdot \frac{7}{2} - \frac{3}{2} : \left(1 + \frac{1}{5}\right)$$

$$\Gamma = \frac{1}{2} : 2\frac{2}{3} + \left(\frac{1}{5} : \frac{5}{3}\right)$$

$$\Delta = \left(\frac{1}{\frac{2}{9} + 2}\right) \cdot \left(2\frac{1}{3} \cdot 1\frac{2}{3}\right)$$

$$E = \left(\frac{4}{7} - \frac{1}{2}\right) : \frac{2}{5}$$

$$A = \frac{3}{10}, \quad B = \frac{189}{20}$$

$$\Gamma = \frac{45}{112}, \quad \Delta = \frac{7}{4}$$

$$E = \frac{5}{28}$$

Άσκηση 7

Από τους 150 υπαλλήλους μιας εταιρίας, το $\frac{1}{3}$ πηγαίνει στη δουλειά του με λεωφορείο, τα $\frac{3}{5}$ με μετρό και οι υπόλοιποι με ΙΧ αυτοκίνητο. Να υπολογίσετε:

A) Λεωφ = 50 Μετρό = 90 Αυτ = 10 B) $\frac{1}{15}$

A. τον αριθμό των υπαλλήλων που χρησιμοποιεί το κάθε μέσο.

B. το μέρος του συνόλου των υπαλλήλων που χρησιμοποιεί ΙΧ.

Άσκηση 8

Να κάνετε τις πράξεις : $1 + \left(\frac{1}{8} + \frac{3}{8}\right) : \frac{3}{5} - \left(\frac{1}{5} : \frac{1}{3} + \frac{3}{8} : \frac{3}{5}\right)$

$\frac{73}{120}$

Άσκηση 9.

Αν $\frac{\kappa}{\lambda} = 2$ να απλοποιήσετε το κλάσμα : $\frac{2\kappa+3\lambda}{4\lambda}$

$\frac{7}{4}$

Άσκηση 10.

Αν $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{3}{4}$ να απλοποιήσετε το κλάσμα : $\frac{5\alpha+\beta}{2\beta}$

$\frac{19}{8}$

Άσκηση 11.

Να απλοποιήσετε τα κλάσματα : α) $A = \frac{8+2\alpha}{4+\alpha}$ β) $B = \frac{10+5x}{20+10x}$ γ) $\Gamma = \frac{4\alpha+8\beta}{6\alpha+12\beta}$

$(A = 2, B = \frac{1}{2}, \Gamma = \frac{2}{3})$
--

Άσκηση 12.

Να υπολογίσετε την παράσταση: $A = \left(1 - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{4}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 - \frac{1}{10}\right)$

$A = \frac{1}{10}$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ Α . 3

ΔΕΚΑΔΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

- Πότε ένα κλάσμα λέγεται δεκαδικό;
- Πως στρογγυλοποιούμε ένα δεκαδικό αριθμό;
- Πως πολλαπλασιάζουμε έναν αριθμό με 0,1, 0,01, 0,001 κ.τ.λ.;
- Πως διαιρούμε έναν αριθμό με 0,1, 0,01, 0,001 κ.τ.λ.;
- Πως πολλαπλασιάζουμε έναν αριθμό με 10, 100, 1.000 κ.τ.λ.;
- Πως διαιρούμε έναν αριθμό με 10, 100, 1.000 κ.τ.λ.;

ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

ΕΝΟΤΗΤΑ Α.3.5. ΜΟΝΑΔΕΣ ΜΕΤΡΗΣΗΣ

1. Να συμπληρώσετε τα κενά:

$32\text{cm} = \dots\dots\dots\text{m}$ $54\text{m} = \dots\dots\dots\text{dm}$ $38\text{mm} = \dots\dots\dots\text{cm}$

$512\text{m} = \dots\dots\dots\text{Km}$ $2,3\text{ Km} = \dots\dots\dots\text{cm}$ $3876\text{mm} = \dots\dots\dots\text{Km}$

2. Να συμπληρώσετε τα κενά:

$22\text{dm}^2 = \dots\dots\dots\text{m}^2$ $13\text{ cm}^2 = \dots\dots\dots\text{mm}^2$ $38\text{m}^2 = \dots\dots\dots\text{στρέμματα}$

$32,6\text{ στρέμματα} = \dots\dots\dots\text{Km}$ $2,3\text{ Km} = \dots\dots\dots\text{cm}$ $3876\text{mm} = \dots\dots\dots\text{Km}$

3. Ένα οικόπεδο έχει σχήμα τετραγώνου με πλευρά 300 m .Να υπολογίσεις το εμβαδόν του σε m^2 και στρέμματα.

4. Το ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο του διπλανού σχήματος έχει μήκος 3 m , πλάτος 50 cm και ύψος 20 dm

- α) Να βρείτε τον όγκο του σε m^3
- β) Πόσα λίτρα νερό θα χωρέσει αν το γεμίσουμε;



5. Συμπλήρωσε τα κενά

(α) $3\text{h } 52\text{ min} = \dots\dots\dots\text{min} = \dots\dots\dots\text{s}$

(β) $3\text{h } 12\text{ min } 30\text{ s} = \dots\dots\dots\text{min} = \dots\dots\dots\text{s}$

6. Να υπολογίσετε πόσα λεπτά βρίσκεστε στο σχολείο από τις 8.10 έως τις 13.45

7. Διαθέτουμε σταθμά των 20g , 50 g . Πως θα ζυγίσουμε ένα βάρος

(α) 60 g και (β) 220 g και Γ) 120 g δ) 110 g

8

Μία δεξαμενή σχήματος ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου έχει μήκος 2,5m, πλάτος 1,4m και ύψος 1,6m.

α. Να υπολογίσετε σε πόση ώρα θα γεμίσει από μία βρύση που παρέχει 40 λίτρα νερό το λεπτό.

β. Να βρείτε σε πόση ώρα το νερό στη δεξαμενή θα έχει φτάσει σε ύψος 40cm.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ Α3

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΓΙΑ ΛΥΣΗ

1. Να γίνει η πρόσθεση: $27,314 + 5,32$
2. Να γίνει ο πολλαπλασιασμός: $13,82 \cdot 2,4$
3. Να γίνει η διαίρεση $579:48,3$
4. Να γίνει η διαίρεση $534,78: 23,2$
5. Να στρογγυλοποιήσετε τους παρακάτω αριθμούς στο ψηφίο των δεκάτων:
(α) 24,35 (β) 9,768 (γ) 13,917 (δ) 23,99
6. Να στρογγυλοποιηθούν στη δεκάδα:
4781 35949 59398 359,75 9999 9898 32109 280,91
7. Να στρογγυλοποιηθούν στο δέκατο:
73,486 0,7345 1,999 0,98 2,314 3,081 2,991 0,981
8. Να στρογγυλοποιηθούν στη δεκάδα:
53613 3667 12728 20825 51330 29897
9. Να στρογγυλοποιηθούν στη χιλιάδα:
623165 273526 399089
10. Να στρογγυλοποιήσετε τους αριθμούς στη τάξη ψηφίου που είναι μαυρισμένο.
2,321 35,0992 32,0150
9,728 9,992109 7,000210 9,987 0,99103 35291,954
11. Να γραφούν τα κλάσματα που ακολουθούν, ως δεκαδικοί αριθμοί, με την εκτέλεση των αντιστοίχων διαιρέσεων: (α) $\frac{48}{4}$ (β) $\frac{70}{8}$ (γ) $\frac{420}{63}$
12. Να γραφούν, ως κλάσματα, οι δεκαδικοί αριθμοί: (α) 2,35 (β) 0,348
13. Να γραφούν, ως δεκαδικοί αριθμοί, τα κλάσματα: (α) $\frac{316}{100}$ (β) $\frac{759}{1000}$
14. Να μετατραπεί το κλάσμα $\frac{20}{16}$ σε δεκαδικό κλάσμα:
15. Να μετατρέψετε τα κλάσματα $\frac{3}{8}$ και $\frac{17}{15}$ σε δεκαδικούς αριθμούς με προσέγγιση: (α) δέκατου
(β) εκατοστού
16. Να γράψετε ως δεκαδικούς τα κλάσματα :
 $\frac{12}{10}$, $\frac{625}{100}$, $\frac{105}{1000}$, $\frac{327}{100}$, $\frac{15}{1000}$, $\frac{3}{10}$, $\frac{3467}{10.000}$

17. Να γράψετε ως κλάσματα τους δεκαδικούς :
 $3,7$, $16,25$, $85,6$, $0,61$, $0,0002$, $0,3$, $1,055$

18. Να γράψετε ως δεκαδικούς τα κλάσματα :
 $\frac{3}{5}$, $\frac{250}{150}$, $\frac{9}{4}$, $\frac{23}{16}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{3}{50}$

19. Να γράψετε ως δεκαδικούς τα κλάσματα με προσέγγιση εκατοστού :
 $\frac{2}{11}$, $\frac{7}{13}$, $\frac{1}{7}$

20. Να γράψετε τα κλάσματα με όρους φυσικούς αριθμούς :
 $\frac{25}{8}$, $\frac{3,1}{2,75}$, $\frac{7,8}{0,25}$

21. Να βρείτε τα αποτελέσματα:
 α) $384 \cdot 0,1 =$ β) $84,2 \cdot 0,01 =$
 γ) $2745,34 \cdot 0,001 =$ δ) $28,42 \cdot 10 =$
 ε) $395,78 \cdot 100 =$ στ) $7,492 \cdot 1000 =$

22. Να βρείτε τα αποτελέσματα:
 α) $(3,2)^2$ β) $(4,13)^2 =$
 γ) $\left(\frac{1}{2}\right)^2$ δ) $\left(\frac{2}{5}\right)^2 =$

23. Να γίνουν οι πράξεις :
 $382 \cdot 0,1 + 7,5 \cdot 100 =$

24. Να υπολογίσετε την παράσταση ως δεκαδικό αριθμό
 $22 \cdot 3 - 4 + 52,1 : 2 + \left(\frac{2}{3}\right)^2 =$

25. Να υπολογίσετε την παράσταση
 $(10,4 : 2) + 0,2 \cdot 4 + (1,5)^2 - 25 : 100 =$

26. Να κάνετε τις πράξεις :
 α) $\frac{275}{129} + \frac{35}{158} + \frac{152}{351}$ β) $\frac{15}{8} \cdot \frac{7}{23} - \frac{1}{19} \cdot \frac{4}{17}$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ Α . 4

ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

- Τι ονομάζουμε εξίσωση με ένα άγνωστο;
- Τι ονομάζουμε λύση (ή ρίζα) μιας εξίσωσης;
- Τι ονομάζουμε επίλυση μιας εξίσωσης;
- Ποια εξίσωση λέγεται ταυτότητα ή αόριστη;
- Ποια εξίσωση λέγεται αδύνατη;
- Πως λύνουμε την εξίσωση $x + \alpha = \beta$;
- Πως λύνουμε την εξίσωση $\alpha + x = \beta$;
- Πως λύνουμε την εξίσωση $x - \alpha = \beta$;
- Πως λύνουμε την εξίσωση $\alpha - x = \beta$;
- Πως λύνουμε την εξίσωση $x \cdot \alpha = \beta$, για $\alpha \neq 0$;
- Πως λύνουμε την εξίσωση $\alpha \cdot x = \beta$, για $\alpha \neq 0$;
- Πως λύνουμε την εξίσωση $x : \alpha = \beta$, για $\alpha \neq 0$;
- Πως λύνουμε την εξίσωση $\alpha : x = \beta$, για $\beta, x \neq 0$;

ΚΕΦΑΛΑΙΟ Α.4 ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΓΙΑ ΛΥΣΗ

1. Να γραφούν οι παρακάτω εκφράσεις με τη βοήθεια μιας μεταβλητής:

Εκφράσεις	Μαθηματικές εκφράσεις
Το τετραπλάσιο ενός αριθμού	
Το μισό ενός αριθμού, αυξημένο κατά 10, είναι ίσο με 30	
Το 12 μειωμένο κατά έναν αριθμό μας δίνει αριθμό μεγαλύτερο του 2	
Ένας αριθμός ελαττωμένος κατά 2 ισούται με τον αριθμό 10	
Το διπλάσιο ενός αριθμού μειωμένο κατά 3 μας δίνει 11	

2. Διατυπώστε με λόγια τις ακόλουθες μαθηματικές εκφράσεις:

(α) $3x - 15$ (β) $\frac{x}{3} - 2 = 8$ (γ) $\alpha - 3\beta$ (δ) $3k + 8k = 33$

3. Να γραφούν με απλούστερη μορφή οι μαθηματικές εκφράσεις

(α) $5x + 8x$ (β) $8x + 13x + 21x$ (γ) $13\omega + 5\omega - 7\omega$

4. Να γράψετε τις παρακάτω φράσεις σαν μαθηματικές εκφράσεις χρησιμοποιώντας μεταβλητές:

- α) Ένας αριθμός είναι άρτιος.
 β) Ένας αριθμός είναι περιττός.
 γ) Το τριπλάσιο ενός αριθμού.
 δ) Το διπλάσιο ενός αριθμού αυξημένο κατά 2.
 ε) Το μισό ενός αριθμού ελαττωμένο κατά 1.

5. Να γράψετε με λόγια τις παρακάτω εκφράσεις:

α) $3x - 10$ β) $4x = 12$ γ) $5 + 2x$
 δ) $x + 6$ ε) $x - 12$ στ) $x < 5$
 ζ) $x + 6 = 13$ η) $4x - 5$

6. Να γράψετε με μαθηματικές εκφράσεις χρησιμοποιώντας μεταβλητές τις παρακάτω φράσεις:

- α) Το διπλάσιο ενός αριθμού αυξημένο κατά 2 μας κάνει 20.
 β) Ένας αριθμός αυξημένος κατά 2 είναι μικρότερος του 20.
 γ) Σε ένα αριθμό προσθέτουμε 4 και βρίσκουμε 17.

δ) Το άθροισμα δύο αριθμών είναι 50.

7. Να λυθούν οι εξισώσεις:

α) $x+3=5$, β) $x-4=7$, γ) $8-x=3$ δ) $7 \cdot x=21$, ε) $\frac{8}{x}=5$, στ) $\frac{x}{9}=3$

8. Να λυθούν οι εξισώσεις: α) $x+\frac{2}{3}=7$, β) $x \cdot \frac{1}{5}=3$, γ) $\frac{6}{x}=\frac{3}{4}$

9. Να λυθούν οι εξισώσεις: α) $\frac{x+4}{3}=\frac{5}{3}$, β) $\frac{1}{4}+\frac{x}{20}=\frac{3}{5}$

10. Τα παρακάτω προβλήματα να τα εκφράσετε με εξισώσεις και να βρείτε τη λύση τους.

α) Αν στην ηλικία του Νίκου προσθέσουμε 5 χρόνια θα βρούμε 17. Ποια είναι η ηλικία του β) Το τετραπλάσιο ενός αριθμού είναι 44. Ποιός είναι ο αριθμός ;

γ) Από το τριπλάσιο ενός αριθμού αφαιρούμε 1 και βρίσκουμε 14. Ποιος είναι ο αριθμός ;

δ) Αν στο διπλάσιο ενός αριθμού προσθέσουμε το τριπλάσιό του, τότε βρίσκουμε 10. Ποιός είναι ο αριθμός ;

ΚΕΦΑΛΑΙΟ Α . 5

ΠΟΣΟΣΤΑ

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

- Τι σημαίνει το σύμβολο $\alpha\%$;
- Με τι ισούται το $\alpha\%$ του β ;

Ανδρεσάκης Δημήτρης

7) Ένα παντελόνι κόστιζε 50 ευρώ και το αγοράσαμε 30

α) τι ποσό έκπτωσης μας έγινε ;.....

β) τι ποσοστό έκπτωσης μας έγινε;

$$\text{Ποσοστό έκπτωσης} = \frac{\text{ποσό έκπτωσης}}{\text{αρχική τιμή}} =$$

8) Ένα tablet κόστιζε 80 ευρώ και η τιμή του αυξήθηκε σε 85

α) τι ποσό αύξησης έγινε ;.....

β) τι ποσοστό αύξησης έγινε;

$$\text{Ποσοστό αύξησης} = \frac{\text{ποσό αύξησης}}{\text{αρχική τιμή}} =$$

9) Ένα πουλόβερ κοστίζει 40 ευρώ και μας γίνεται έκπτωση 20%. Πόσο θα το αγοράσουμε ;

α) βρίσκουμε το ποσό της έκπτωσης , το 20% του 40

β) βρίσκουμε την τελική τιμή

$$\text{Τελική τιμή} = \text{αρχική τιμή} - \text{ποσό έκπτωσης} =$$

10) Ένα ποδήλατο κοστίζει 40 ευρώ και γίνεται αύξηση 15%. Πόσο θα το αγοράσουμε ;

α) βρίσκουμε το ποσό της αύξησης το 15% του 40

β) βρίσκουμε την τελική τιμή

$$\text{Τελική τιμή} = \text{αρχική τιμή} + \text{ποσό αύξησης} =$$

11) Ένα βιβλίο αξίζει 20 ευρώ . Πόσο θα κοστίζει εάν του επιβληθεί ΦΠΑ 23%

α) Βρίσκω το ποσό της αύξησης

β) Βρίσκω την τελική τιμή

ΚΕΦΑΛΑΙΟ Α5 ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΓΙΑ ΛΥΣΗ

1. Να γράψετε με μορφή ποσοστών τα κλάσματα :

$$\frac{1}{10}, \frac{3}{20}, \frac{7}{50}, \frac{3}{4}, \frac{33}{25}, \frac{27}{5}, \frac{1}{3}, \frac{4}{7}$$

2. Να γράψετε ως κλάσματα τα ποσοστά :

$$5\%, 12\%, 2\%, 80\%, 100\%, 0\%, 25\%$$

$$50\%, 7,5\%, 200\%, 180\%, 50\text{‰}, 550\text{‰}, 110,5\text{‰}$$

- Να υπολογίσετε :
- α) το 10 % του 40 β) το 25 % του 60 γ) το 50 % του 1
 δ) το 100 % του 763,5 ε) το 0,2 % του 1000 στ) το 300 % του 25
 ζ) το 4 ‰ του 100 η) το 2 ‰ του 3.000.000

3. Να υπολογίσετε :

- α) το 25 % των 2000 ευρώ. β) το 50 % των 20 km γ) το 35 % των 5 lt

4. Σε ένα σχολείο υπάρχουν 250 μαθητές . Από αυτούς το 8% είναι αριστούχοι . Πόσους αριστούχους μαθητές έχει το Σχολείο αυτό;

5. Τι ποσοστό είναι τα 50 ευρώ στα 200 ευρώ;

6. Σε μια τάξη υπάρχουν 20 παιδιά . Τα 8 είναι κορίτσια . Τι ποσοστό αποτελούν ;

7. Να συμπληρώσετε τον διπλανό πίνακα που παριστάνει τα αποτελέσματα μιας δημοσκόπησης σε μαθητές της Α Γυμνασίου με το ερώτημα με ποιο άθλημα ασχολούνται

Απαντήσεις	Αριθμός	%
Μπάσκετ	70	
Ποδόσφαιρο	90	
Βόλλευ	40	
Σύνολο	200	100

8. Να βρείτε πόσο θα γίνει ο αριθμός 80 εάν
 α) αυξηθεί κατά 15% β) ελαττωθεί κατά 20%

9. Να βρείτε πόσο θα γίνει ο αριθμός 120 εάν
 α) αυξηθεί κατά 20% β) ελαττωθεί κατά 30%

10. (*) Να βρείτε το αριθμό που όταν αυξηθεί κατά 20% γίνεται 180.

11. Ένα παντελόνι κόστιζε 50 ευρώ και το αγοράσαμε 30

- α) τι ποσό έκπτωσης μας έγινε β) τι ποσοστό έκπτωσης μας έγινε;

12. Ένα tablet κόστιζε 80 ευρώ και η τιμή του αυξήθηκε σε 85

- α) τι ποσό αύξησης έγινε ; β) τι ποσοστό αύξησης έγινε;

13. Ένα πουλόβερ κοστίζει 40 ευρώ και μας γίνεται έκπτωση 20% .

- α) Βρείτε το ποσό της έκπτωσης β) Βρείτε την τελική τιμή

14. Ένα ποδήλατο κοστίζει 40 ευρώ και γίνεται αύξηση 15% . Πόσο θα το αγοράσουμε ;

- 30.** Ποσό 1500 ευρώ κατά τέθηκε σε λογαριασμό με επιτόκιο 4%.
Πόσος είναι ο τόκος που θα αποδώσει το κεφάλαιο αυτό μετά από
α) 1 χρόνο , β) 2 χρόνια
- 31.** Ο Χάρης που είναι μαθητής της Α' Γυμνασίου θέλει να αγοράσει έναν ηλεκτρονικό υπολογιστή, ο οποίος κοστίζει 1.080€. Ο πατέρας του όμως αποφασίζει να περιμένει τις εκπτώσεις τον μήνα Αύγουστο, όπου ο υπολογιστής πωλείται με έκπτωση 20%.
α) Πόσο αγόρασε τον υπολογιστή ο Χάρης
β) Μαζί με τον υπολογιστή ο Χάρης αγόρασε και ένα εκτυπωτή που του κόστισε το $\frac{1}{6}$ της αρχικής τιμής του υπολογιστή. Πόσο αγόρασε τον εκτυπωτή;
γ) Αν ο εκτυπωτής είχε αρχική τιμή αγοράς 300€, με τι ποσοστό έκπτωσης αγοράσθηκε ο εκτυπωτής;
δ) Ένας συμμαθητής του Χάρη, ο Ισίδωρος αγόρασε τον ίδιο εκτυπωτή, δίνοντας τα ίδια χρήματα που έδωσε και ο Χάρης, σε ένα άλλο κατάστημα, μετά από έκπτωση 25%. Να βρείτε την αρχική τιμή του εκτυπωτή που αγόρασε ο Ισίδωρος.
- 32.** Σε ένα σχολείο από τους 40 μαθητές της Α Γυμνασίου το 60 % μαθαίνει Αγγλικά , το $\frac{1}{4}$ μαθαίνει Γαλλικά και οι υπόλοιποι μαθαίνουν Γερμανικά.
α) Πόσοι μαθητές μαθαίνουν Αγγλικά;
β) Πόσοι μαθητές μαθαίνουν Γαλλικά , και τι ποσοστό αποτελούν;
γ) Πόσοι μαθητές μαθαίνουν Γερμανικά , και τι ποσοστό αποτελούν;
- 33.** Μια τάξη έχει 30 κορίτσια και 20 αγόρια .
α) Πόσα παιδιά έχει η τάξη;
β) Τι ποσοστό της τάξης είναι τα αγόρια; Τι ποσοστό της τάξης είναι κορίτσια;
γ) Το 30 % των κοριτσιών παίζουν βόλεϊ. Πόσα είναι τα κορίτσια που παίζουν βόλεϊ.
δ) Το 25 % των αγοριών ασχολούνται με το μπάσκετ. Πόσα αγόρια είναι αυτά που δεν ασχολούνται με το μπάσκετ;
ε) Αν τα κορίτσια της τάξης μειωθούν κατά 10 % , και τα αγόρια κατά 35 % , πόσα θα είναι τα κορίτσια στην τάξη και πόσα τα αγόρια ;
Τι ποσοστό της τάξης θα αποτελούν τώρα τα κορίτσια;
Τι ποσοστό της τάξης θα αποτελούν τώρα τα αγόρια;
(Τα ποσοστά να έχουν ένα δεκαδικό ψηφίο
- 34.** Από τους 150 μαθητές ενός γυμνασίου το 60% ασχολείται με το ποδόσφαιρο , το 70% των υπολοίπων ασχολείται με το μπάσκετ και οι υπόλοιποι με το τέννις.
α) Πόσοι μαθητές ασχολούνται με το ποδόσφαιρο ;
β) Πόσοι μαθητές ασχολούνται με το μπάσκετ;
γ) Πόσοι μαθητές ασχολούνται με το τέννις;
δ) Ποιο το ποσοστό των παιδιών του γυμνασίου που ασχολούνται με το τέννις;
ε) Αν οι μαθητές που παίζουν ποδόσφαιρο μειωθούν κατά 20% πόσοι είναι οι μαθητές που παίζουν μπάσκετ;

ΚΕΦΑΛΑΙΟ Α . 7

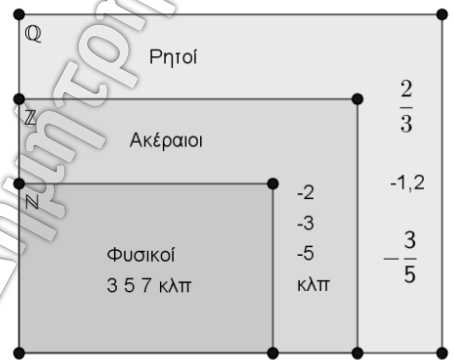
ΡΗΤΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

1. Ποιους αριθμούς ονομάζουμε ομόσημους και ποιους ετερόσημους;
2. Ποιους αριθμούς ονομάζουμε ακέραιους;
3. Ποιους αριθμούς ονομάζουμε ρητούς;
4. Τι ονομάζουμε απόλυτη τιμή ενός ρητού αριθμού;
5. Τι παριστάνει η απόλυτη τιμή ενός ρητού αριθμού;
6. Πότε δύο αριθμοί ονομάζονται αντίθετοι;
7. Από δύο θετικούς ρητούς ποιος είναι ο μεγαλύτερος;
8. Από δύο αρνητικούς ρητούς ποιος είναι ο μεγαλύτερος;
9. Ποιος ρητός είναι μεγαλύτερος ; Ένας θετικός ή ένας αρνητικός;
10. Πως προσθέτουμε δύο ρητούς αριθμούς;
11. Πως αφαιρούμε δύο ρητούς αριθμούς;
12. Πως πολλαπλασιάζουμε δύο ρητούς αριθμούς;
13. Πως πολλαπλασιάζουμε πολλούς (πάνω από δύο) ρητούς αριθμούς;
14. Ποιοι ρητοί ονομάζονται αντίστροφοι ;
15. Πώς διαιρούμε δυο ρητούς ;

A.7.1. ΘΕΤΙΚΟΙ ΚΑΙ ΑΡΝΗΤΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ

- α. **Πρόσημα** λέγονται τα σύμβολα « + » και « - » και τα γράφουμε πριν από τους αριθμούς εκτός από το μηδέν.
- β. **Θετικός αριθμός** λέγεται ο αριθμός που έχει πρόσημο « + »
- γ. **Αρνητικός αριθμός** λέγεται ο αριθμός που έχει πρόσημο « - »
- δ. Το μηδέν δεν είναι ούτε θετικός ούτε αρνητικός
- ε. Όταν μπροστά από έναν αριθμό δεν έχουμε κανένα πρόσημο, εννοούμε ότι είναι θετικός, δηλαδή έχει πρόσημο « + »
- στ. **Ομόσημοι** λέγονται οι αριθμοί που έχουν το ίδιο πρόσημο
- ζ. **Ετερόσημοι** λέγονται οι αριθμοί που έχουν διαφορετικό πρόσημο
- η. **Ακέραιοι αριθμοί** είναι οι φυσικοί μαζί με τους αντίστοιχους αρνητικούς
- θ. **Ρητοί αριθμοί** είναι αυτοί που μπορούν να γραφούν σε μορφή κλάσματος με ακέραιους όρους και παρονομαστή διάφορο του μηδενός
- ι. Οι φυσικοί αριθμοί περιέχονται στους ακέραιους, και οι ακέραιοι στους ρητούς
- ια. Άξονα $x'x$ ονομάζουμε τον ημιάξονα Ox (δεξιά του O) και τον αντικείμενο του Ox' (αριστερά του O) μαζί.
- ιβ. Θετικός ημιάξονας ονομάζεται ο ημιάξονας Ox
- ιγ. Αρνητικός ημιάξονας ονομάζεται ο ημιάξονας Ox'
- ιδ. Σε κάθε ρητό αριθμό αντιστοιχεί ένα σημείο A ενός άξονα $x'Ox$, ο ρητός αυτός αριθμός ονομάζεται τετμημένη του σημείου A



ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Συμπλήρωσε τον παρακάτω πίνακα με τους αριθμούς :

$2, -7, +9, -11, 9, \frac{9}{8}, -\frac{12}{7}$

Θετικοί αριθμοί	
Αρνητικοί Αριθμοί	

2. Στον παρακάτω πίνακα να σημειώσετε το είδος του κάθε αριθμού που αναφέρεται στην πρώτη στήλη

Αριθμός	Φυσικός	Ακέραιος	Ρητός	Θετικός	Αρνητικός
3					
-8					
-11,2					
$\frac{5}{3}$					
$-\frac{2}{4}$					
$\frac{8}{2}$					

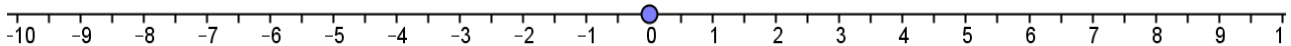
3. Στον παρακάτω πίνακα να σημειώσετε εάν οι αριθμοί της πρώτης στήλης είναι Ομόσημοι ή ετερόσημοι

Αριθμοί	Ομόσημοι	Ετερόσημοι
2, -4		
3, +4		
$-6, \frac{7}{8}$		

+1821,- 2016		
999 , 512		
-11 , -23.7		
8 , -4, -19		
-12 , -20 , -89		
7 , 9,+ 11		

4. Στον παρακάτω άξονα των ρητών αριθμών να τοποθετήσετε τους αριθμούς

$$\alpha = -3, \beta = 1, \gamma = 8.5, \delta = -6, \epsilon = -7, \zeta = -\frac{11}{2}, \eta = \frac{6}{2}, \theta = \frac{5}{2}, \iota = -\frac{250}{10},$$



5. Ένας έμπορος στο τέλος του μήνα διαπίστωσε ότι εισέπραξε 2300€ και ότι χρωστάει στους προμηθευτές 2500 €. Μπορείς να βρεις έναν αριθμό που να εκφράζει το κέρδος ή την ζημία του εμπόρου για τον μήνα αυτό;

6. Στον παρακάτω άξονα των ρητών αριθμών να τοποθετήσετε τα σημεία :

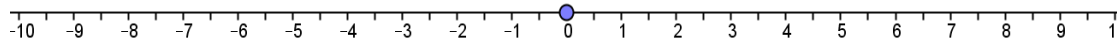
A με τετμημένη 6

B με τετμημένη -5

Γ με τετμημένη -2

Δ με τετμημένη 4

και στην συνέχεια να βρείτε τα συμμετρικά τους σημεία ως προς το σημείο O , καθώς και την τετμημένη αυτών



Τα αποτελέσματά σας να τα καταγράψετε στον επόμενο πίνακα

Σημείο	Τετμημένη	Συμμετρικό σημείο	Τετμημένη Συμμετρικού
A	6		
B	-5		
Γ	-2		
Δ	-4		

7. Μια μέρα του περσινού Φεβρουαρίου η θερμοκρασία κυμάνθηκε από -2 έως 5 βαθμούς Κελσίου . Αν συμβολίσουμε την θερμοκρασία με x να βρείτε τις ακέραιες τιμές που μπορεί να πάρει ο x.

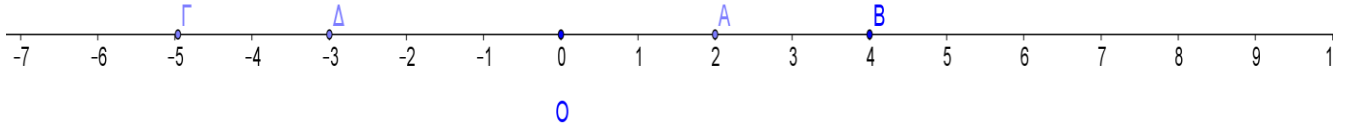
8. Ένας ακέραιος αριθμός α είναι ανάμεσα από το -2,5 και το 3,8 .Μπορείτε να τον βρείτε

ΘΥΜΟΜΑΣΤΕ – ΜΑΘΑΙΝΟΥΜΕ ΣΕΛ 115

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΟΥ ΣΕΛ 117 : 1, 2,3,4,5,6,

Α.7.2. ΑΠΟΛΥΤΗ ΤΙΜΗ – ΑΝΤΙΘΕΤΟΙ – ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΡΗΤΩΝ

ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ



- Πόσες μονάδες απέχει από την αρχή 0 το σημείο Α;.....
- Πόσες μονάδες απέχει από την αρχή 0 το σημείο Β;.....
- Πόσες μονάδες απέχει από την αρχή 0 το σημείο Γ;.....
- Πόσες μονάδες απέχει από την αρχή 0 το σημείο Δ;.....

Απόλυτη τιμή ενός ρητού αριθμού α είναι η απόσταση που έχει το σημείο με τετμημένη α από την αρχή 0 του άξονα.

Την απόλυτη τιμή του αριθμού α την συμβολίζουμε με $|α|$.

Άρα

- $|+4| = \dots\dots\dots$
- $|-4| = \dots\dots\dots$
- $|+3| = \dots\dots\dots$
- $|-2,5| = \dots\dots\dots$
- $|-3| = \dots\dots\dots$

Αντίθετοι είναι οι αριθμοί που είναι ετερόσημοι και έχουν ίδια απόλυτη τιμή

Έτσι αντίθετοι είναι οι +3 και -3

αντίθετοι είναι οι.....και.....

αντίθετοι είναι οι.....και.....

Γενικά ο αντίθετος του x είναι ο -x

Έτσι ο αντίθετος του +2 είναι ο -2

ο αντίθετος του +6 είναι ο

ο αντίθετος του -2 είναι ο

ο αντίθετος του -9 είναι ο



Γενικά :

A) Η απόλυτη τιμή ενός θετικού αριθμού είναι ο ίδιος ο αριθμός .

B) Η απόλυτη τιμή ενός αρνητικού αριθμού είναι ο αντίθετός του αριθμός .

Γ) Η απόλυτη τιμή του 0 είναι το 0

$|+7,4| = \dots\dots\dots$

$|- 2,1| = \dots\dots\dots$

$|-2019| = \dots\dots\dots$

$|+ 341,5| = \dots\dots\dots$

Βρες δυο αριθμούς που έχουν απόλυτη τιμή το 12.....

Βρες δυο αριθμούς που έχουν απόλυτη τιμή το 4.....



ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΡΗΤΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

Για να συγκρίνω δυο ρητούς αριθμούς :

- Μεγαλύτερος από δύο ρητούς αριθμούς είναι εκείνος που βρίσκεται δεξιότερα πάνω στον άξονα
- Κάθε θετικός ρητός είναι μεγαλύτερος από κάθε αρνητικό ρητό
- Το 0 είναι από κάθε θετικό αριθμό
- Το 0 είναι από κάθε αρνητικό αριθμό



Να βάλετε το σύμβολο $>$ ή $<$ σε καθένα από τα παρακάτω:

$0 \dots\dots 3$

$-3 \dots\dots +6$

$8 \dots\dots -1,4$

$-2 \dots\dots 0$

$6 \dots\dots -11$

$-21 \dots\dots 1$

Ακόμη :



- Αν έχω δύο θετικούς αριθμούς μεγαλύτερος είναι εκείνος που έχει την μεγαλύτερη απόλυτη τιμή
- Αν έχω δύο αρνητικούς αριθμούς μεγαλύτερος είναι εκείνος που έχει την μικρότερη απόλυτη τιμή

Να βάλετε το σύμβολο $>$ ή $<$ σε καθένα από τα παρακάτω:

$+2 \dots\dots 3$ γιατί

$-3 \dots\dots - 8$ γιατί

$-10 \dots\dots - 1$ γιατί

$+2 \dots\dots 11$ γιατί

$-626 \dots\dots -11$ γιατί

$-1,5 \dots\dots - 1,6$ γιατί

$-1 \dots\dots - 2$ γιατί

$-19 \dots\dots -18$ γιατί

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

9. Να βρείτε την απόλυτη τιμή των αριθμών :

$$+7, -8, -\frac{3}{4}, -7.8, +2019, -2018, -0.0001, \frac{34}{56}$$

10. Να βρείτε ποιοι αριθμοί έχουν απόλυτη τιμή 23.....

11. Να βρείτε ποιοι αριθμοί έχουν απόλυτη τιμή 0.....

12. Υπάρχει ρητός αριθμός με απόλυτη τιμή -3;.....

13. Να γράψετε όλους τους ακέραιους που έχουν απόλυτη τιμή μικρότερη του 6
.....

14. Να γράψετε όλους τους ακέραιους που έχουν απόλυτη τιμή μικρότερη ή ίση του του 4
.....

15. Να γράψετε όλους τους φυσικούς που έχουν απόλυτη τιμή μικρότερη του 8
.....

16. Να γράψετε 3 αρνητικούς ρητούς με απόλυτη τιμή μεγαλύτερη του 12
.....

17. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα

Αριθμός	1	9	-8	6	-110
Αντίθετος αριθμού					
Απόλυτη τιμή Αριθμού					

18. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα

Αριθμός	-8		802			$\frac{3}{5}$	$\frac{2}{7}$
Αντίθετος αριθμού		9	-11		2,1		
Απόλυτη τιμή Αριθμού				7			$\frac{8}{3}$

19. Να συγκρίνετε τους παρακάτω αριθμούς :

$$\begin{array}{l} 5 \quad \dots \quad 7 \\ -3 \quad \dots \quad 6 \\ -8 \quad \dots \quad -4 \\ -11 \quad \dots \quad -32 \\ 0 \quad \dots \quad +3 \\ -23 \quad \dots \quad 0 \\ 7 \quad \dots \quad -2 \end{array}$$

20. Να συμπληρώσετε το σύμβολο < ή > ή = στα παρακάτω

$$\begin{array}{l} 0 \dots 2, \quad -3 \dots 0, \quad +3 \dots 5, \quad -6 \dots +8, \\ 12 \dots -13, \quad -11 \dots -12, \quad -2 \dots -1, \quad |-3| \dots 3, \\ |-34| \dots -34, \quad -\frac{1}{3} \dots -\frac{2}{3}, \quad -(-3) \dots +3, \quad -(-2) \dots 2, \end{array}$$

$-(+8) \dots +8$ $-(-4) \dots 4$ $-(-(-5)) \dots 5$

21. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα

x	2	-3	8	-4	0
 x 					
-x					
-(-x)					
- x 					

22. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα

x	-11				
 x 		12			
-x			13		
-(-x)				14	
- x 					-5

23. Να γράψετε από τον μικρότερο προς τον μεγαλύτερο τους παρακάτω αριθμούς :

$-4, 6, \frac{9}{2}, -\frac{1}{3}, 8, -13, -\frac{8}{3}, 5$

.....

24. Να βρείτε τους ακέραιους x για τους οποίους $-4 < x < 5$

.....

25. Να βρείτε τους ακέραιους x για τους οποίους $|x| < 7$

.....

ΘΥΜΟΜΑΣΤΕ – ΜΑΘΑΙΝΟΥΜΕ ΣΕΛ 118 - 119

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΟΥ ΣΕΛ 120- 121 : 1, 2,3,4,5,6,7,9,11,12,13

A.7.3. ΠΡΟΣΘΕΣΗ ΡΗΤΩΝ

ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Το μήνα Φεβρουάριο στις 23 του μήνα σε κάποιες πόλεις παρατηρήθηκαν οι εξής αυξομειώσεις της θερμοκρασίας :

ΑΘΗΝΑ: Στις 23 του μήνα η θερμοκρασία ήταν 7 βαθμοί Κελσίου και την επόμενη μέρα μειώθηκε κατά 2 βαθμούς.

ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗ: Στις 23 του μήνα η θερμοκρασία ήταν - 3 βαθμοί Κελσίου και την επόμενη μέρα αυξήθηκε κατά 5 βαθμούς.

ΜΟΝΕΜΒΑΣΙΑ : Στις 23 του μήνα η θερμοκρασία ήταν 8 βαθμοί Κελσίου και την επόμενη μέρα αυξήθηκε κατά 2 βαθμούς.

ΦΛΩΡΙΝΑ : Στις 23 του μήνα η θερμοκρασία ήταν - 6 βαθμοί Κελσίου και την επόμενη μέρα μειώθηκε κατά 3 βαθμούς.

Να συμπληρώσετε ,με βάση τα παραπάνω δεδομένα ,τον πίνακα:

ΠΟΛΗ	ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑ 23 ΦΕΡΒΡΟΥΑΡΙΟΥ	ΜΕΤΑΒΟΛΗ	ΠΡΑΞΗ	ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑ 24 ΦΕΡΒΡΟΥΑΡΙΟΥ
ΑΘΗΝΑ				
ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗ				
ΜΟΝΕΜΒΑΣΙΑ				
ΦΛΩΡΙΝΑ				

Τι παρατηρείτε ;

- Για να προσθέσουμε δυο **ομόσημους** ρητούς αριθμούς, προσθέτουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο άθροισμα βάζουμε το πρόσημό τους.
- Για να προσθέσουμε δύο **ετερόσημους** ρητούς αριθμούς, αφαιρούμε από τη μεγαλύτερη τη μικρότερη απόλυτη τιμή και στη διαφορά βάζουμε το πρόσημο του ρητού με τη μεγαλύτερη απόλυτη τιμή.

Παραδείγματα 1

$$(-3) + (-7) = \dots\dots\dots$$

$$(+2) + (-5) = \dots\dots\dots$$

$$(+7) + (-4) = \dots\dots\dots$$

$$(+8) + (+1) = \dots\dots\dots$$

$$(-5) + (+4) = \dots\dots\dots$$

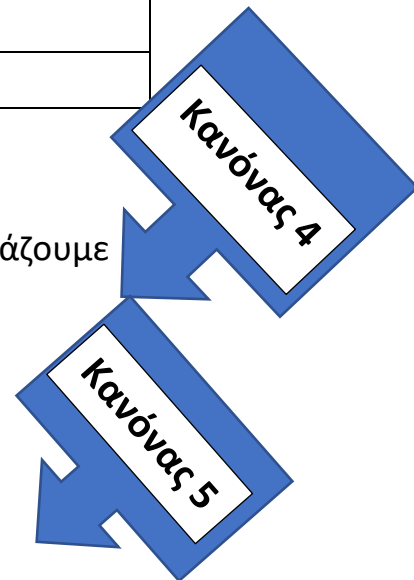
$$(-31) + (-17) = \dots\dots\dots$$

$$(+12,1) + (3,5) = \dots\dots\dots$$

$$(+2,5) + (-8,1) = \dots\dots\dots$$

$$(+18) + (+21) = \dots\dots\dots$$

$$\left(-\frac{1}{2}\right) + \left(+\frac{5}{2}\right) = \dots\dots\dots$$



• Παραδείγματα 2

<ul style="list-style-type: none"> $(-3)+(+1) = \dots$ $(+1)+(-3) = \dots$ 	<p>Γενικά Ισχύει ότι $\alpha + \beta = \beta + \alpha$ Αντιμεταθετική ιδιότητα</p>
<ul style="list-style-type: none"> $(-2)+(-3)+(+7) = (\dots)+(+7)$ $= \dots$ $(-2)+(-3)+(+7) = (-2)+(\dots)$ $= \dots$ 	<p>Γενικά Ισχύει ότι $\alpha + (\beta + \gamma) = (\alpha + \beta) + \gamma$ Προσεταιριστική ιδιότητα</p>
<ul style="list-style-type: none"> $(-8,4)+0 = \dots$ $(7,9)+0 = \dots$ 	<p>Γενικά Ισχύει ότι $\alpha + 0 = 0 + \alpha$ Το άθροισμα ενός ρητου με το 0 είναι ο ίδιος ο ρητός</p>
<ul style="list-style-type: none"> $(-7)+(+7) = \dots$ $(+5,6)+(-5,6) = \dots$ $\left(+\frac{8}{3}\right) + \left(-\frac{8}{3}\right) = \dots$ 	<p>Γενικά Ισχύει ότι $\alpha + (-\alpha) = (-\alpha) + \alpha = 0$ Το άθροισμα δυο αντιθέτων είναι 0</p>

Παραδείγματα 2

- $(-7) + (+6) + (+7) + (-8) = \dots =$
 $= \dots$
- $(-8) + (-3) + (+5) + (+9) = \dots =$
 $= \dots$
- $(-8) + (+7) + (-5) + (+6) = \dots =$
 $= \dots$
- $(-5) + (+3) + (+6) + (+9) + (-11) + (+14) + (-9) + (+31) =$
 $= \dots =$
 $= \dots$
- Να υπολογίσετε τα αθροίσματα:
 α) $(+20)+(-12)+(-35)+(+50) = \dots$
 β) $(-7)+(+2) + (-13)+(+25)+(-2)+(-31) = \dots$
 γ) $(+16,3)+(-10,7)+(+5,4)+(-2,7) = \dots$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

26. Να βρείτε τα αποτελέσματα

$$(-6) + (-9) = \dots\dots\dots$$

$$(-31) + (-17) = \dots\dots\dots$$

$$(+2) + (-6) = \dots\dots\dots$$

$$(+16,5) + (23,5) = \dots\dots\dots$$

$$(+9) + (-3) = \dots\dots\dots$$

$$(+5,5) + (-6,1) = \dots\dots\dots$$

$$(+8) + (+9) = \dots\dots\dots$$

$$(+18,3) + (-21,5) = \dots\dots\dots$$

$$(-15) + (+4) = \dots\dots\dots$$

$$\left(-\frac{1}{3}\right) + \left(+\frac{5}{4}\right) = \dots\dots\dots$$

27. Να υπολογίσετε τα αθροίσματα:

α) $(+10) + (-13) + (-55) + (+40) + (+13) =$

β) $(-8) + (-12) + (+15) + (-27) =$

γ) $(+29) + (-15) + (+11) + (-18) + (+5) =$

28. Να υπολογίσετε τα παρακάτω

α) $\left(+\frac{3}{5}\right) + \left(-\frac{1}{2}\right)$

β) $\left(-\frac{2}{5}\right) + \left(-\frac{3}{4}\right)$

γ) $(-3) + \left(+\frac{2}{3}\right)$

29. Να υπολογίσετε τις παρακάτω παραστάσεις:

$$A = (-35) + (-7) + (+15) + (-2) + (+50)$$

$$B = (+3,9) + (-2,1) + (23,1) + (+0,8)$$

$$\Gamma = \left(+\frac{3}{4}\right) + \left(+\frac{5}{8}\right) + (-8,5) + (+17) + \left(-\frac{5}{2}\right)$$

$$\Delta = (-20) + (+3,7) + \left(+4\frac{6}{3}\right) + (-6,75)$$

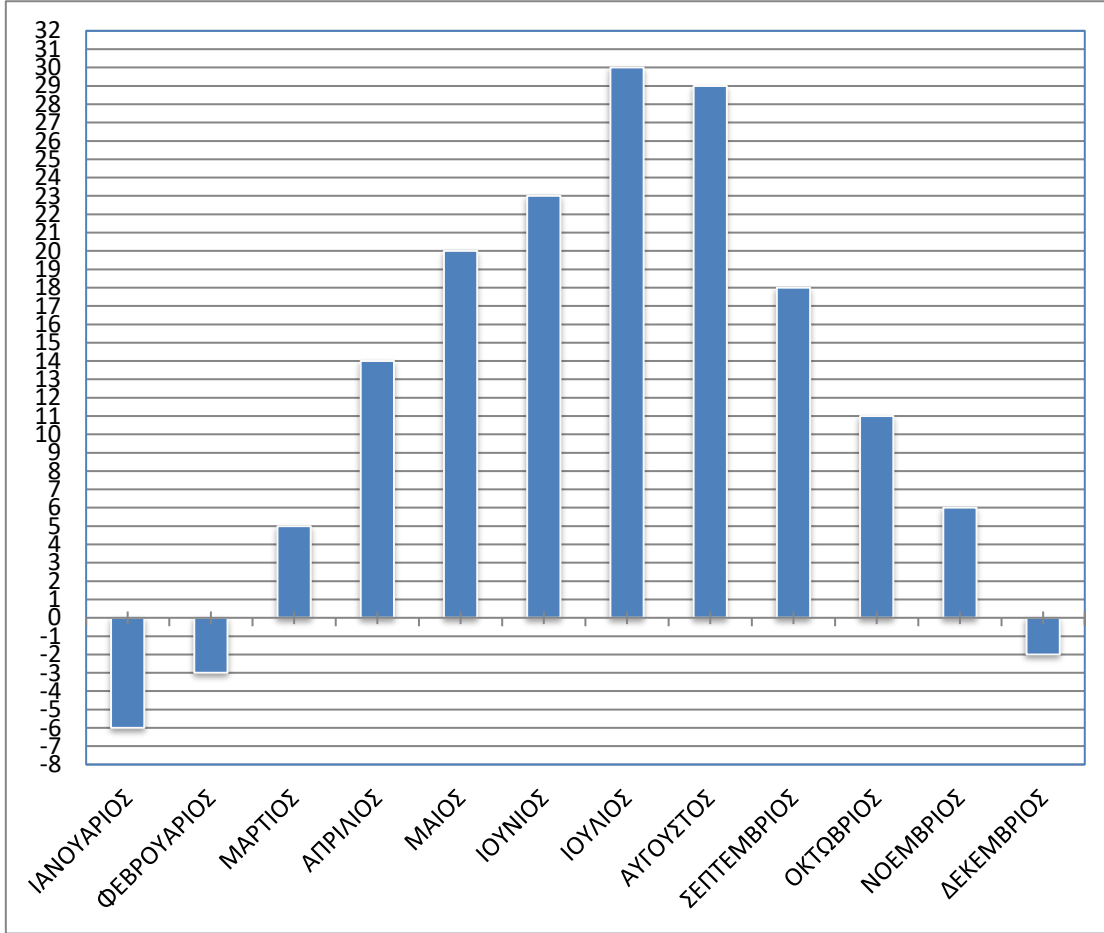
ΘΥΜΟΜΑΣΤΕ – ΜΑΘΑΙΝΟΥΜΕ ΣΕΛ 122-123

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΟΥ ΣΕΛ 125 : 1, 2, 4, 5, 8

Α.7.4. ΑΦΑΙΡΕΣΗ ΡΗΤΩΝ

ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Στο σχήμα βλέπουμε τη μέση θερμοκρασία μιας περιοχής για τους 12 μήνες του χρόνου σε συγκεκριμένη ώρα της ημέρας



Να συμπληρώσετε ,με βάση τα παραπάνω δεδομένα ,τον πίνακα:

ΜΗΝΕΣ	ΠΡΑΞΗ	ΠΡΑΞΗ 2	ΔΙΑΦΟΡΑ ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑΣ
ΑΥΓΟΥΣΤΟΣ - ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΣ	29 -18 = 11	29+(-18)	11
ΙΟΥΝΙΟΣ - ΜΑΙΟΣ			
ΙΟΥΛΙΟΣ - ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΣ			

Για να αφαιρέσουμε από τον αριθμό α τον αριθμό β, προσθέτουμε στον α τον αντίθετο του β.

ΔΗΛΑΔΗ $\alpha - \beta = \alpha + (-\beta)$



Παραδείγματα

Να υπολογίσετε τα εξαγόμενα:

- α) $(+2)-(+3) = \dots\dots\dots + \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ β) $(+5)-(+8) = \dots\dots\dots + \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$
 γ) $(+6)-(+10) = \dots\dots\dots + \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ δ) $(-5)-(-3) = \dots\dots\dots + \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$
 ε) $(-9)-(-7) = \dots\dots\dots + \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ στ) $(-4)-(-1) = \dots\dots\dots + \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$
 ζ) $-12 - \left(+\frac{1}{2} \right) = \dots\dots\dots + \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ η) $-13,2 - (+6,2) = \dots\dots\dots + \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$
 θ) $0 - (-8) = \dots\dots\dots + \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ ι) $0 - (+4) = \dots\dots\dots + \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$
 ια) Ένας Ρωμαίος γεννήθηκε το 30 π.χ και πέθανε το 50 μ.χ .Πόσα χρόνια έζησε;



Απλούστερη μορφή αθροίσματος :

Ένα άθροισμα μπορεί να γραφεί σε απλούστερη μορφή εάν παραλείψουμε το σύμβολο της πρόσθεσης και τις παρενθέσεις και γράψουμε τον ένα δίπλα στον άλλο με το πρόσημό τους

- $(+3)+(-4)+(-6)+(+8) = 3-4-6+8 = 11-10=1$
- $(-3)+(+2)-(-7)-(+8) = (-3)+(+2)+(-7)+(-8) = -3+2-7-8 = -18+2 = -16$
- $5-(-7)+(-9)-(-10) = \dots\dots\dots$
- $-(-9)+(-5)-(+6)+(-9)-(+9)-(-15) = \dots\dots\dots$
- $20-(-30)-(+10)+(-25)+(-20)=\dots\dots\dots$



Απαλοιφή παρενθέσεων

Όταν μια παρένθεση έχει μπροστά της το + (ή δεν έχει πρόσημο), μπορούμε να την απαλείψουμε μαζί με το + (αν έχει) και να γράψουμε τους όρους που περιέχει με τα πρόσημά τους.

Όταν μια παρένθεση έχει μπροστά της το -, μπορούμε να την απαλείψουμε μαζί με το - και να γράψουμε τους όρους που περιέχει με αλλαγμένα πρόσημα.

- $-(3+4-6) = -3-4+6 = -7+6 = -1$
- $+(2-6-8) = 2-6-8 = 2-14 = -12$
- $-(-3-7+4+8-7) = \dots\dots\dots$
- $3+(4-5-8) = \dots\dots\dots$
- $(1+3-7)-(4-6-11) = \dots\dots\dots$
- $-(-4-6+5)+(-2+5)-(-4-7+3) = \dots\dots\dots$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

30. Να υπολογίσετε τα εξαγόμενα:

- α) $(+5)-(+8) = \dots\dots\dots + \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$
 β) $(+4)-(+9) = \dots\dots\dots + \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$
 γ) $(+16)-(+11) = \dots\dots\dots + \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$
 δ) $(-26)-(-18) = \dots\dots\dots + \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$
 ε) $(-6)-(-9) = \dots\dots\dots + \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$
 στ) $(-8)-(-3) = \dots\dots\dots + \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$
 ζ) $-22 - \left(+\frac{1}{2}\right) = \dots\dots\dots + \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$
 η) $-13,2 - (+6,2) = \dots\dots\dots + \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$
 θ) $0 - (-8) = \dots\dots\dots + \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$
 ι) $0 - (+4) = \dots\dots\dots + \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

31. Να υπολογίσετε την παράσταση : $-4 + 6 - 9 + 12 - 7 - 5 - 8 + 4 - 2$

32. Να υπολογίσετε τις παρακάτω παραστάσεις:

$$A = -6 + 5,9 - 13 + 0,1 + \frac{3}{5} + 13 - \frac{3}{5}$$

$$B = 0,7 - 2 + \frac{3}{2} + 3,2 - 1,5 + 8$$

$$\Gamma = \frac{1}{8} + \frac{2}{4} - \frac{3}{4} + \frac{7}{8} + \frac{4}{8} - \frac{5}{4}$$

33. Να γίνουν οι πράξεις:

- α) $5 - (+7) + (-9) - (-10) =$ β) $- (+10) - (-28) + (-3) + (-4) =$
 γ) $- (-9) + (-5) - (+6) + (-9) - (+9) - (-15) =$ δ) $3,85 - (+14) + (+2,8) - (+3,85) - (-11,2) =$
 ε) $20 + (-8) - (+4) + (-9) + (+12) =$
 στ) $- (+5) + (-30) + (+9) - (-14) =$
 ζ) $20 - (-30) - (+10) + (-25) + (-20) =$

34. Να κάνετε τις πράξεις:

α) $\left(-\frac{4}{6}\right) + \left(+\frac{3}{5}\right) - \left(+\frac{8}{10}\right) - \left(-2\frac{5}{2}\right) =$ β) $\left(+\frac{13}{4}\right) - \left(-\frac{6}{5}\right) + \left(-\frac{9}{4}\right) - \left(+\frac{4}{5}\right) =$

35. Αν $\alpha = 0,5$ $\beta = -\frac{7}{2}$ $\gamma = -3$ να βρείτε τις τιμές των παραστάσεων:

$$A = \alpha + \beta + \gamma - (\alpha + \beta) - (\beta + \gamma) - (\gamma + \alpha)$$

$$B = -\alpha + \beta - (\gamma + \alpha)$$

36. Να υπολογίσετε τις παραστάσεις:

$$A = - [(- 3 + 8) - (- 5 + 3)] - (3 + 15)$$

$$B = -(12+5-16)-[9+5-(5+6-9)]$$

$$\Gamma = -[-25-(5+9-8)+(-19+1)]-(+12-2)$$

$$\Delta = -[(20+2)-(-1-3)]-[5+9-(-2+6+3)]$$

37. Εάν $x = -2$, $y = 3$, $z = -1$ να υπολογίσετε την παράσταση:

$$A = -[-x+2-(-y+x)]-(-x-z)$$

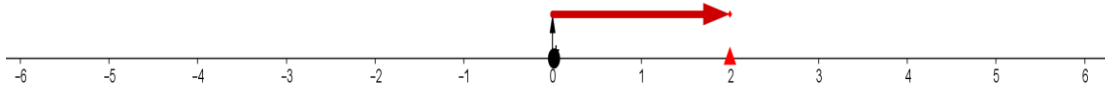
ΘΥΜΟΜΑΣΤΕ – ΜΑΘΑΙΝΟΥΜΕ ΣΕΛ 126

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΟΥ ΣΕΛ 128 : 1, 2, 3,4,5,6, 8

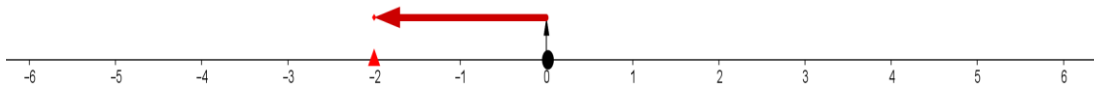
Ανδρεσάκης Δημήτρης

Α.7.5 . ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ ΡΗΤΩΝ

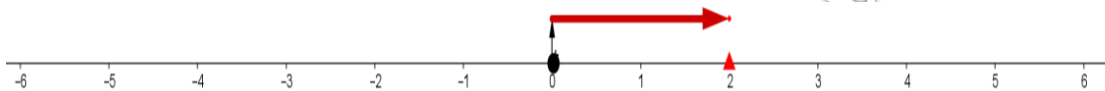
ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ



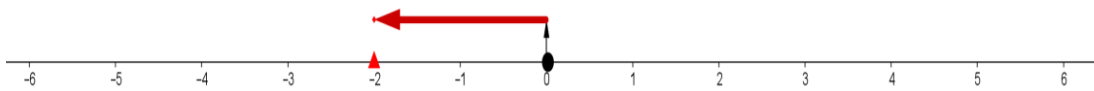
$3 \times 2 =$



$3 \times (-2) =$



$(-3) \times 2 =$



$(-3) \times (-2) =$

Κανόνες προσήμων



$+$	\bullet	$+$	$=$	$+$
$+$	\bullet	$-$	$=$	$-$
$-$	\bullet	$+$	$=$	$-$
$-$	\bullet	$-$	$=$	$+$

$(+1) \cdot (-2) =$

$(+6) \cdot (-4) =$

$(-1) \cdot (-2) =$

$(-1) \cdot (-8) =$

$(-10) \cdot (-3) =$

$(+7) \cdot (+9) =$

$(-13) \cdot (+2) =$

$(-11) \cdot (+2) =$

$(+1) \cdot (-7) =$

ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΥ

• $(+7) \cdot (-8) =$, $(-8) \cdot (+7) =$

$$\alpha \cdot \beta = \beta \cdot \alpha$$

Τι παρατηρείτε ;

Η ιδιότητα αυτή ονομάζεται

• $[(+3) \cdot (-2)] \cdot (-5) =$, $(+3) \cdot [(-2) \cdot (-5)] =$

$$(\alpha \cdot \beta) \cdot \gamma = \alpha \cdot (\beta \cdot \gamma)$$

Τι παρατηρείτε ;

Η ιδιότητα αυτή ονομάζεται

• $(+1) \cdot (-5) =$

$$\alpha \cdot 1 = 1 \cdot \alpha = \alpha$$

Τι παρατηρείτε ;

το γινόμενο ενός ρητού με την μονάδα ισούται με

• $0 \cdot (-23) =$

$$\alpha \cdot 0 = 0 \cdot \alpha = 0$$

Τι παρατηρείτε ;

το γινόμενο ενός ρητού με το 0 ισούται με

• $(-\frac{2}{3}) \cdot (+\frac{3}{2}) =$, $(\frac{1}{3}) \cdot (-3) =$

$$\alpha \cdot \frac{1}{\alpha} = 1$$

Δύο ρητοί αριθμοί με γινόμενο ίσο με την μονάδα λέγονται

• $[(-1)+(-4)] \cdot (+5) =$
 $(-1) \cdot (+5) + (-4) \cdot (+5) =$

$$\alpha \cdot (\beta + \gamma) = \alpha \cdot \beta + \alpha \cdot \gamma$$

Τι παρατηρείτε ;

Η ιδιότητα αυτή ονομάζεται επιμεριστική ιδιότητα

• **ΓΙΝΟΜΕΝΟ ΠΟΛΛΩΝ ΠΑΡΑΓΟΝΤΩΝ**

$(-2) \cdot (-3) \cdot (+6) =$, $(-2) \cdot (-3) \cdot (+6) \cdot (-1) =$

Για να υπολογίσουμε ένα γινόμενο πολλών παραγόντων (που κανένας δεν είναι μηδέν), πολλαπλασιάζουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο γινόμενο βάζουμε:

- Το πρόσημο +, αν το πλήθος των αρνητικών παραγόντων είναι άρτιο (ζυγό).
- Το πρόσημο -, αν το πλήθος των αρνητικών παραγόντων είναι περιττό (μονό).

— Αν τουλάχιστον ένας παράγοντας είναι μηδέν, τότε και το γινόμενο είναι ίσο με μηδέν.

Το σημείο του πολλαπλασιασμού «_» μεταξύ των γραμμάτων και των παρενθέσεων παραλείπεται.

$(-5) \cdot (-3) \cdot (-6) \cdot (+2) =$

$(-1) \cdot (+7) \cdot (-4) \cdot (+3) \cdot (+2) =$

$(-20) \cdot (-5) \cdot (-10) \cdot (-3) =$



ΑΣΚΗΣΕΙΣ

38. Να υπολογίσετε τα γινόμενα :

α) $(+5)(+2)=$

β) $(-8)(-6)=$

γ) $(-6)(+7)=$

δ) $(-0,25)(-5,2)=$

ε) $\left(-\frac{1}{2}\right)\left(+\frac{2}{3}\right)=$

στ) $\left(-1\frac{4}{3}\right)(-0,2)=$

ζ) $(-362)(+0,12)=$

η) $(-6)0=$

θ) $(-1)(-1)=$

ι) $(+1)(-100)=$

39. Να υπολογίσετε τα γινόμενα

α) $(-6)(-2)(-7)(-6) =$

β) $(+2)(+3)0(-1)(-6) =$

γ) $2(-1)3(-4)5(-6) =$

δ) $(-1)(-2)(-3) \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 =$

40. Να κάνετε τις πράξεις :

α) $-1-5+3(-2) =$

β) $-[1-5+3(-2)] =$

γ) $(-1-5+3)(-2) =$

δ) $-1-(5+3)(-2) =$

ε) $-1-[(5+3)(-2)] =$

στ) $(-1-5)(+3-2) =$

41. Να γίνουν οι πράξεις:

α) $5-(+7)+(-9)-(-10)=$

β) $-(+10)-(-28)+(-3)+(-4)=$

γ) $-(-9)+(-5)-(+6)+(-9)-(+9)-(-15)=$

δ) $3,85-(+14)+(+2,8)-(+3,85)-(-11,2)=$

ε) $20+(-8)-(+4)+(-9)+(+12)=$

στ) $-(+5)+(-30)+(+9)-(-14)=$

ζ) $20-(-30)-(+10)+(-25)+(-20)=$

42. Να υπολογίσετε τις παραστάσεις :

$$A = \left[13 - \left(\frac{1}{2} - 3 \right) + \frac{1}{4} \right] \cdot (-5) - \frac{31}{2} \cdot \left(-1 + \frac{1}{2} \right),$$

$$B = (-5) \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{3} + 5 \right) + \frac{1}{3} \cdot \left(-\frac{5}{2} + \frac{5}{4} \right)$$

$$\Gamma = 6 \cdot (-1) + 2 \cdot \left[-2 \cdot \left(-\frac{1}{5} + \frac{1}{2} \right) + \frac{1}{3} (-1 - 8) \right] =$$

43. Να υπολογίσετε τα γινόμενα :

α) $(-1)(-5)(+2) =$

β) $\left(\frac{3}{4} \right) \cdot \left(-\frac{8}{5} \right) \cdot \left(-\frac{1}{2} \right) =$

γ) $(-3) \cdot \left(\frac{2}{7} \right) \cdot \left(-\frac{1}{2} \right) =$

δ) $(-5,6) \left(\frac{1}{9} \right) (-8) \cdot 0 \cdot (-1992) =$

44. Να υπολογίσετε τις παραστάσεις :

$$A = (-3)(-3)(-3)(-3)(-3) =$$

$$B = \left(-\frac{1}{2} \right) \cdot \left(-\frac{2}{3} \right) \left(-\frac{3}{4} \right) \left(-\frac{4}{5} \right) \left(-\frac{5}{6} \right) =$$

$$\Gamma = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot \left(-\frac{1}{2} \right) \cdot \left(-\frac{1}{3} \right) \cdot \left(-\frac{1}{2} \right) =$$

45. Να βρείτε τους αντίθετους και τους αντίστροφους των αριθμών :

-5, 1, -1, $-\frac{1}{8}$, +0,2, $3\frac{2}{4}$, 0.

ΘΥΜΟΜΑΣΤΕ – ΜΑΘΑΙΝΟΥΜΕ ΣΕΛ 130

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΟΥ ΣΕΛ 132 : 1, 2, 3,4,5,7

A.7.6 . ΔΙΑΙΡΕΣΗ ΡΗΤΩΝ

ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Για να διαιρέσουμε δύο ρητούς αριθμούς, διαιρούμε τις απόλυτες τιμές τους και στο πηλίκο βάζουμε:

το πρόσημο +, αν είναι ομόσημοι. Δηλαδή:

$$+ : + = + \text{ και } - : - = +$$

το πρόσημο -, αν είναι ετερόσημοι. Δηλαδή:

$$+ : - = - \text{ και } - : + = -$$

Να υπολογίσετε τα πηλικά :

- α) $(+49) : (+7) =$
- β) $(-5) : (-5) =$
- γ) $(+6) : (+6) =$
- δ) $(-3) : (+1) =$
- ε) $(-40) : (-5) =$
- στ) $\frac{+81}{-27} =$
- ζ) $\frac{-1000}{-10} =$
- η) $(2500) : (-25) =$
- θ) $(-3000) : 30 =$

Κανόνας 11

Κανόνας 12

65

Η διαίρεση $\frac{a}{b}$ μπορεί και να γραφεί $a \cdot \frac{1}{b}$, επομένως για να διαιρέσουμε δύο ρητούς αριθμούς, αρκεί να πολλαπλασιάσουμε τον διαιρετέο με τον αντίστροφο του διαιρέτη.

$$\frac{a}{b} = a \cdot \frac{1}{b}$$

$$\frac{3}{5} = 3 \cdot \frac{1}{5}$$

$$\left(-\frac{3}{5}\right) : \left(+\frac{2}{7}\right) = \quad =$$

$$\left(-\frac{4}{3}\right) : \left(-\frac{1}{5}\right) = \quad =$$

$$\left(+\frac{3}{7}\right) : (-9) = \quad =$$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

46. Να βρείτε τα πηλικά:

$$\begin{array}{lll} \alpha) \frac{+100}{-50} = & \beta) \frac{-120}{+40} = & \gamma) \frac{+96}{-30} = \\ \delta) \frac{-48}{-6} = & \epsilon) \frac{-5}{+4} = & \sigma\tau) \frac{0}{-5} = \end{array}$$

47. Να κάνετε τις διαιρέσεις :

$$\alpha) \frac{3}{8} : \left(-\frac{5}{2}\right) =$$

$$\beta) \frac{3}{15} : \left(-\frac{4}{5}\right) =$$

$$\gamma) \left(-\frac{6}{5}\right) : \frac{1}{10} =$$

$$\delta) -\frac{4}{3} : \left(-\frac{2}{9}\right) =$$

$$\epsilon) 5 : \left(-\frac{1}{5}\right) =$$

$$\sigma\tau) \frac{1}{2} : (-4) =$$

48. Να κάνετε τις πράξεις :

$$\alpha) \frac{-4}{5} : \frac{9}{-2} = \quad \beta) \frac{7}{-2} : \frac{-1}{14} = \quad \gamma) \frac{-1}{3} : \left(-\frac{9}{2}\right) =$$

$$\delta) \frac{-1}{5} : \frac{-3}{-3} = \quad \epsilon) \frac{-5}{2} : \frac{-2}{5} = \quad \sigma\tau) \frac{-1}{6} : \frac{1}{6} =$$

49. Να κάνετε τις πράξεις :

$$\alpha) \frac{-8}{3} - \frac{-2}{4} + \frac{4}{-12} = \quad \beta) \frac{(-3)(-1)(-5)}{-6 \cdot 2} = \quad \gamma) \frac{+5 - (-8)(-1)}{3 \cdot (-4) + 5} =$$

$$\delta) \left(\frac{-5}{6} + \frac{3}{-2}\right) : \left(\frac{-2}{4}\right) = \quad \epsilon) \left(\frac{7}{3} \cdot \frac{2}{4}\right) : \left(\frac{1}{5} + \frac{4}{10} - \frac{3}{2}\right) =$$

$$\sigma\tau) \left(\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{3} - \frac{3}{15}\right) : \left(\frac{1}{5} + \frac{4}{10} - \frac{3}{2}\right) =$$

50. Να υπολογίσετε τις παραστάσεις :

$$A = 7:3+8:3-5 =$$

$$B = -20:8+25:5-21:2 =$$

$$\Gamma = (21-7):2+(-6+3):(-3) =$$

$$\Delta = (x+1) \cdot 3+(3x+2):(-1) =$$

$$Ε = 2 \cdot [3 - (-1)] - [10 : (-2)] \cdot \frac{4}{5} = \quad Z = [5(-8) + 15 - (-4)] : [(-0,4) \cdot (-0,5) - (0,1)]$$

$$Η = 8 - [(-2) \cdot 5] - 10 + [6 : (-3)] =$$

51. Να υπολογιστεί η τιμή της παράστασης :

$$A = \frac{\left(2 - \frac{1}{3}\right) : \left(\frac{3}{2} + \frac{5}{4} - \frac{1}{8}\right)}{\left(\frac{9}{3} - \frac{2}{6}\right) : \left(3 - \frac{4}{5} + \frac{2}{10}\right)} = \quad B = \frac{\left(-\frac{4}{2} + 5 - \frac{3}{4}\right) \cdot \left(\frac{3}{2} + \frac{1}{6}\right)}{\left(-\frac{4}{7}\right) : \left(\frac{5}{7}\right)} =$$

ΘΥΜΟΜΑΣΤΕ – ΜΑΘΑΙΝΟΥΜΕ ΣΕΛ 133

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΧΟΛΙΚΟΥ ΣΕΛ 125 : 1, 2, 4, 5, 6, 7

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Να συμπληρώσετε τον πιο κάτω πίνακα:

ΑΡΙΘΜΟΣ	ΑΝΤΙΘΕΤΟΣ	ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΟΣ	ΑΠΟΛΥΤΗ ΤΙΜΗ
-5			
	$+\frac{5}{7}$		
0,3			
		-13	
$3\frac{2}{7}$			

2. Να βάλετε το κατάλληλο σύμβολο (<, =, >) στο κενό.

α) $(-4)(+3) \dots (-2)(+6)$

β) $(-3)(-8) \dots -3-8$

γ) $|+11| \dots |-11|$

δ) $8-5-3 \dots (7-3)(-2)$

ε) $|-13| \dots 0$

στ) $-\frac{1}{2} \dots -\frac{2}{11}$

ζ) $-\frac{2}{5} \dots \left| \frac{2-7}{5} \right|$

η) $0 \dots -\frac{1}{5}$

3. Να κάνετε τις πράξεις.

α) $(-7) + (-5) =$

β) $(-4)(-9) =$

γ) $(+56) : (-8) =$

δ) $|-4| + 12 - 17 - 6 =$

ε) $\left(-\frac{1}{11}\right)\left(-\frac{33}{5}\right) =$

στ) $\left(-\frac{51}{3}\right) : (-51) =$

ζ) $(-17 + 3) - (-4 + 11) =$

η) $-(-2)(-6)(-5) =$

4. Αν μια από τις παρακάτω φράσεις είναι σωστή κυκλώστε το γράμμα Σ, αν πάλι είναι λάθος, κυκλώστε το Λ.

- | | | |
|--|---|---|
| α) Ο αριθμός -21 είναι φυσικός. | Σ | Λ |
| β) Δύο αντίθετοι αριθμοί είναι ομόσημοι. | Σ | Λ |
| γ) Δύο αριθμοί που έχουν διαφορετικό πρόσημο λέγονται ετερόσημοι. | Σ | Λ |
| δ) Το άθροισμα δύο αντίστροφων αριθμών είναι ίσο με μηδέν. | Σ | Λ |
| ε) Το γινόμενο δύο ετερόσημων αριθμών είναι θετικός αριθμός. | Σ | Λ |
| στ) Το άθροισμα δύο αρνητικών αριθμών είναι αρνητικός αριθμός. | Σ | Λ |
| ζ) Το γινόμενο δύο αντίθετων αριθμών είναι ίσο με +1. | Σ | Λ |
| η) Μεταξύ δύο αρνητικών αριθμών μεγαλύτερος είναι εκείνος με τη μεγαλύτερη απόλυτη τιμή. | Σ | Λ |

5. Να υπολογισθούν οι τιμές των πιο κάτω αριθμητικών παραστάσεων.

α) $-9 + 5 - 3 - 10 + 14 + 2 =$

$$\beta) (-7)(-4) - (-5)(-5) + (+18) : (-3) =$$

$$\gamma) -(-1,2) + (+4,6) - (+2,8) =$$

$$\delta) -(+9-2) - [-(-4+18) + (+3-8)] - (-5) =$$

$$\epsilon) \left[2 - \left(-\frac{1}{4} \right) \right] (-4) - \left[\left(-\frac{2}{3} \right) (+9) + \left(-\frac{4}{5} \right) : \left(-\frac{2}{5} \right) \right] =$$

$$\sigma\tau) 3 \left[(-10) : \left(+\frac{1}{4} \right) \right] (-4) - \left[\left(-\frac{2}{3} \right) (+9) + \left(-\frac{4}{5} \right) : \left(-\frac{2}{5} \right) \right] =$$

$$\zeta) \left(-\frac{1}{3} \right) \left(-\frac{5}{2} \right) + \left(+\frac{1}{7} \right) : \frac{6}{7} - (-4) : \left(-\frac{1}{4} - \frac{3}{4} \right) =$$

$$\eta) \frac{[(-10) - (-3)] : (-1) + (-3) - (-4)}{(-6) : (-2) - (-7)(-1)} =$$

$$\theta) \frac{-[-4 + (-8 + 3) : (4 - 3)] - 4 \left(-\frac{1}{2} \right)}{-\frac{4}{5} + 5 \left(-\frac{1}{3} + \frac{1}{5} \right)} =$$

$$\iota) -\frac{(-2)(-3)(+4)(+5)(-13)}{(+60)(-26)}$$

$$\kappa\alpha) \frac{(-2)(-4)(+3) - (-1)(+3)(-4)}{(-2)(-5)} =$$

6. Αν $\alpha = -3$, $\beta = 4$ και $\gamma = -1$ να βρείτε.

$$\alpha) \alpha + \beta - \gamma = \quad \beta) 2\alpha - \beta\gamma + \gamma = \quad \gamma) \frac{-4\gamma + \alpha\gamma - \beta\gamma}{\beta + 2\gamma} =$$

7. Αν $x = 1$ και $y = -\frac{1}{2}$ να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης $A = \frac{x - 5x + 2xy}{x + y}$

8. Αν $\alpha + \beta = -7$ και $x - y = -3$ να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης $B = 13 - [5 + (y - x)] - [-\alpha - (\beta + 2)]$

9.

Παράσταση	Αποτέλεσμα
1) $+3 - 4 - (-1 - 6) + 4 + (-2 - 8) =$	0
2) $-6 - [(-32) : (-8) + (-4) : (-2)] : (-2) =$	-3
3) $(+3) + (-6) + (-2) + (+4) + (-5) =$	-6
4) $(-5) + (-3) + (+5) + (+6) + (-3) =$	0
5) $-15 - (-10 + 4 - 9) - (-18 + 24) + (-10 + 9 - 12) =$	-19
6) $-23 - (+13 - 15 - 4) - (-16 + 20) + (-11 + 9) =$	-23
7) $24 - \{ [(8 + 3) - (5 - 8)] - [4 - (6 - 13) - (2 + 16) - (7 + 8)] \} =$	-12
8) $-6 + [-4 + (-5 + 7 - 8) + 1] + (-6 - 4 + 13) =$	-12
9) $(+12) : (-2) + [-4 + (-5 + 7 - 8) + 1] : (-2 + 8 - 7 + 4) =$	-9
10) $-(-6) : (-3) + (+14 - 8 + 3 - 5) : (-2) + (-17 + 8 - 5) : (-7) =$	-2

- 11) $-3 - [-(+2) \cdot (+7) + (+16) : (-2) + 3 - (-3 - 2) - (-7) \cdot (+2)] : (-2) = -3$
- 12) $3 \cdot 2 + (8 : 4 - 9 : 3) \cdot 5 - (-6 : 2 - 44 : 4) : (-7) = -1$
- 13) $(-3) \cdot (-2) \cdot (6 - 8) - 9 \cdot (+2)(-2) + (-7 + 5) \cdot (+6) = 12$
- 14) $-8 + (-2) \cdot (-5) - (+7) - (+3) \cdot (-4 + 1) - (-24) : (+3) = 12$
- 15) $-\frac{5}{2} - \frac{3}{2} + 1 + \frac{4}{3} - \frac{1}{3} + 2 = 0$
- 16) $-\frac{5}{7} - \left(\frac{3}{7} - \frac{1}{35} + 1\right) - \left(\frac{6}{7} - 2 - \frac{1}{5}\right) = -\frac{27}{35}$
- 17) $\left[3 \cdot \left(-\frac{2}{3} - 2 \cdot \frac{3}{4}\right)\right] : \left[2 \cdot \left(-\frac{2}{3} - \frac{3}{4}\right)\right] = \frac{39}{17}$
- 18) $\frac{23}{5} - \frac{13}{5} + \left(\frac{2}{5} + \frac{1}{4} + \frac{17}{20}\right) - \left(\frac{9}{2} - \frac{3}{5}\right) = \frac{42}{25}$
- 19) $\left[\left(\frac{4}{3} - 2\right) \cdot \left(-\frac{3}{4}\right)\right] : \left[\left(-\frac{1}{2} - 4\right) : \left(-2 + \frac{5}{7}\right)\right] = \frac{1}{7}$
- 20) $1 - \left[\frac{4}{5} + \left(-\frac{2}{21} - \frac{8}{14}\right) - \left(\frac{4}{3} - \frac{11}{5} + 1\right)\right] + \frac{15}{6} - \left(3 + \frac{7}{9} - \frac{5}{3}\right) - \frac{7}{18} = 1$
- 21) $\left[\left(\frac{13}{3} + \frac{3}{2}\right) : \left(-\frac{5}{3}\right)\right] \cdot \left(\frac{6}{7} - 1\right) = \frac{1}{2}$
- 22) $-\left[\left(\frac{1}{3} - 2\right) \cdot \left(\frac{5}{2} - \frac{7}{6}\right) - \left(1 - \frac{4}{3}\right) \cdot \left(-1 - \frac{1}{3}\right)\right] : \left(-\frac{16}{3}\right) = -\frac{1}{2}$
- 23) $-\left(1 - \frac{1}{9}\right) - \left[\frac{4}{7} - \frac{3}{14} - \left(-\frac{1}{2}\right)\right] + \frac{8}{9} - \left[\frac{9}{5} + \left(-\frac{1}{2}\right) - \left(+\frac{1}{3}\right) + \left(-\frac{5}{6}\right)\right] + \frac{6}{7} = -\frac{2}{15}$
- 24) $\left[\left(\frac{3}{4} - \frac{1}{20} - \frac{7}{5}\right) - \left(3 - \frac{5}{2} - \frac{8}{5}\right)\right] + \left(-\frac{1}{10}\right) - \frac{1}{10} \cdot \left(-\frac{5}{2}\right) = \frac{11}{20}$