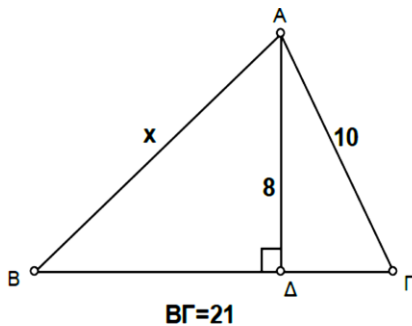


ΑΝΔΡΕΣΑΚΗΣ ΔΗΜΗΤΡΗΣ

**ΑΣΚΗΣΗ 1**

Στο παρακάτω τρίγωνο να βρεθεί α) Το μήκος ΔΓ β) Το μήκος x

Λύση



α) Εφαρμόζουμε το Πυθαγόρειο Θεώρημα στο τρίγωνο ΑΔΓ:

$$AG^2 = AD^2 + GD^2 \quad \text{άρα}$$

$$10^2 = 8^2 + GD^2 \quad \text{άρα} \quad 100 = 64 + GD^2$$

$$\text{άρα } GD^2 = 100 - 64 \quad \text{άρα } GD^2 = 36 \quad \text{άρα}$$

$$GD = \sqrt{36} \quad \text{άρα} \quad \boxed{GD = 6}$$

Αφού  $GD = 6$  και  $BG = 21$  άρα  $BD = 21 - 6 = 15$   
 άρα  $\boxed{BD = 15}$

β) Για να βρούμε τώρα το x θα εφαρμόσουμε Π.Θ στο τρίγωνο ΑΒΔ . Έχουμε:

$$AB^2 = AD^2 + BD^2 \quad \text{άρα} \quad x^2 = 8^2 + 15^2 \quad \text{άρα} \quad x^2 = 64 + 225 \quad \text{άρα} \quad x^2 = 289 \quad \text{άρα}$$

$$x = \sqrt{289} \quad \text{άρα} \quad \boxed{x = 17} \quad , \text{αφού } 17^2 = 289$$

**ΑΣΚΗΣΗ 2**

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με περίμετρο 48cm. Αν  $AB = 3x - 3$ ,  $AG = 3x + 1$  και  $BG = 4x$

(α) Να βρεθεί το x

(β) Να εξετάσετε αν το τρίγωνο είναι ορθογώνιο

α) Το τρίγωνο ΑΒΓ έχει περίμετρο 48 cm . Άρα Αν προσθέσω τα μήκη των τριών πλευρών του θα έχουν άθροισμα 48 cm . Οπότε:  $AB + BG + AG = 48$  cm  
 άρα  $(3x - 3) + (4x) + (3x + 1) = 48$      άρα  $3x - 3 + 4x + 3x + 1 = 48$   
 άρα  $3x + 4x + 3x = 48 - 1 + 3$      Άρα  $10x = 50$      Οπότε :  $x = \frac{50}{10}$  και τελικά  $\boxed{x=5}$

β) Αφού  $x = 5$  οι πλευρές του τριγώνου θα είναι :  
 $AB = 3x - 3 = 3 \cdot 5 - 3 = 15 - 3 = 12$  cm ,  $AG = 3x + 1 = 3 \cdot 5 + 1 = 15 + 1 = 16$  cm ,  $BG = 4x = 4 \cdot 5 = 20$  cm

Άρα λοιπόν  $AB = 12$ cm ,  $AG = 16$ cm ,  $BG = 20$ cm

Για να εξετάσουμε αν αυτό το τρίγωνο είναι ορθογώνιο θα χρησιμοποιήσουμε το αντίστροφο του Πυθαγορείου Θεωρήματος.

Παίρνουμε την μεγαλύτερη πλευρά στο τετράγωνο  $BG^2 = 20^2 = 400$

Παίρνουμε το άθροισμα των τετραγώνων των δύο άλλων πλευρών :

$$AB^2 + AG^2 = 12^2 + 16^2 = 144 + 256 = 400$$

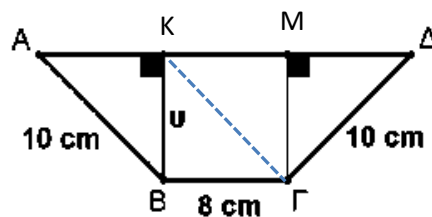
Αφού το τετράγωνο της υποτεινουσας είναι ίσο με το άθροισμα των τετραγώνων των δυο άλλων πλευρών το τρίγωνο είναι ορθογώνιο

### ΑΣΚΗΣΗ 3

Σε ισοσκελές τραπέζιο με  $AD \parallel BG$  και  $AB = GD$  δίνονται  $AD = 24 \text{ cm}$ ,  $BG = 8 \text{ cm}$ ,  $GD = 10 \text{ cm}$  και  $AK = MD$

Να υπολογίσετε

- α) το ύψος του τραpezίου.  
β) το εμβαδό (ΑΒΓΔ) του τραpezίου.



γ) Το μήκος του ΚΓ

δ) Το εμβαδόν του παραλληλογράμμου ΑΒΓΚ

ε) Να εξετάσετε αν το τρίγωνο ΚΓΔ είναι ορθογώνιο

α) Η πλευρά  $AD = 24 \text{ cm}$  και το  $KMGB$  είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο .  
Άρα  $KM = 8 \text{ cm}$  . Οπότε τα  $AK$  και  $MD$  μαζί και τα δύο θα είναι  $24 - 8 = 16 \text{ cm}$  .

Όμως αφού τα  $AK$  και  $MD$  είναι ίσα άρα το καθένα θα είναι  $8 \text{ cm}$  .

Εφαρμόζουμε τώρα Π.Θ στο  $AKB$

$AB^2 = KA^2 + KB^2$  άρα  $10^2 = 8^2 + v^2$  άρα  $v^2 = 100 - 64$  άρα  $v^2 = 36$  άρα  $v = \sqrt{36}$   
οπότε  $v = 6$

β) Είναι  $E = \frac{(B+\beta)v}{2} = \frac{(AD+BG)v}{2} = \frac{(24+8)6}{2} = \frac{32 \cdot 6}{2} = 96 \text{ cm}^2$

γ) Με Π.Θ στο  $KBG$  έχουμε :

$KG^2 = BG^2 + KB^2$  άρα  $KG^2 = 8^2 + 6^2$  άρα  $KG^2 = 64 + 36$  άρα  $KG^2 = 100$  άρα  
 $KG = \sqrt{100}$  οπότε  $KG = 10$

δ) Το εμβαδόν παραλληλογράμμου ισούται με το γινόμενο της βάσης επί το αντίστοιχο ύψος

Άρα  $(ΑΒΓΚ) = BG \cdot v = 8 \cdot 6 = 48 \text{ cm}^2$

ε) Για να εξετάσουμε αν το τρίγωνο  $KGD$  είναι ορθογώνιο θα χρησιμοποιήσουμε το αντίστροφο του Πυθαγορείου Θεωρήματος.

Καταρχήν:  $KG = 10$  ,  $GD = 10$  ,  $KD = KM + MD = 8 + 8 = 16$

Παίρνουμε την μεγαλύτερη πλευρά στο τετράγωνο  $KD^2 = 16^2 = 256$

Παίρνουμε το άθροισμα των τετραγώνων των δύο άλλων πλευρών :

$$KG^2 + GD^2 = 10^2 + 10^2 = 100 + 100 = 200$$

Αφού το τετράγωνο της υποτείνουσας δεν είναι ίσο με το άθροισμα των τετραγώνων των δυο άλλων πλευρών το τρίγωνο δεν είναι ορθογώνιο