

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΑΤΑ - Γ ΕΠΑΛ

Άσκηση 1

Να υπολογίσετε τα παρακάτω ολοκληρώματα :

$$A = \int_1^3 x dx$$

$$B = \int_2^4 x^3 dx$$

$$\Gamma = \int_3^5 5 dx$$

$$\Delta = \int_{-1}^2 x^2 dx$$

$$E = \int_{-1}^2 x^2 dx$$

$$\Sigma\tau = \int_0^2 y^5 dy$$

$$Z = \int_0^1 e^x dx$$

$$H = \int_1^e \ln x dx$$

$$\Theta = \int_4^9 \frac{1}{2\sqrt{x}} dx$$

$$I = \int_0^{\pi/2} \eta\mu y dy$$

$$K = \int_0^{\pi/2} \sigma\upsilon\nu\omega d\omega$$

$$\Lambda = \int_0^1 x^{\frac{3}{4}} dx$$

$$M = \int_1^2 \sqrt[3]{x^2} dx$$

$$N = \int_0^1 x^{-\frac{5}{2}} dx$$

Άσκηση 2

Να υπολογίσετε τα παρακάτω ολοκληρώματα :

$$A = \int_2^3 4x dx$$

$$B = \int_0^2 5x^2 dx$$

$$\Gamma = \int_{16}^{25} \frac{1}{\sqrt{x}} dx$$

$$\Delta = \int_{\pi/4}^{\pi/3} 4\eta\mu x dx$$

$$E = \int_3^8 6 dx$$

$$\Sigma T = \int_{-4}^{-2} 10 dx$$

$$Z = \int_{-4}^4 \frac{3}{8} dx$$

$$H = \int_{-4}^4 e^2 dx$$

$$\Theta = \int_{-4}^4 \ln 6 dx$$

$$I = \int_{-4}^4 7^3 dx$$

$$K = \int_2^4 \frac{2\eta\mu x + e^x}{x^2 + \ln x} dx$$

$$\Lambda = \int_1^{e^2} \frac{3}{x} dx$$

Άσκηση 3

Να υπολογίσετε τα παρακάτω ολοκληρώματα :

$$A = \int_1^3 (4x^3 + 3x^2 - 2x + 1) dx$$

$$B = \int_0^5 (3x^2 - 6x + 7) dx$$

$$\Gamma = \int_0^1 (x^2 + 3x - 2) dx$$

$$\Delta = \int_0^1 (e^x - 3x^2 + x^{3/2}) dx$$

$$E = \int_1^9 (3x^2 - \frac{1}{4} + 4x) dx$$

$$\Sigma\tau = \int_{-1}^1 (x^3 + x^2 + x + 2011) dx$$

$$Z = \int_{-2}^2 2x + 3 dx$$

$$H = \int_1^2 (\frac{4}{3}x^3 + \frac{3}{5}x^2 - \frac{10}{4}x + 8) dx$$

$$\Theta = \int_1^2 \frac{2x^2 + 3x + 6}{x} dx$$

$$I = \int_{-1}^3 (\frac{1}{x} + \frac{3}{x^2} + x) dx$$

Άσκηση 4

Δίνεται μια συνάρτηση f συνεχής στο R . Να γραφούν στην μορφή

$\int_a^b f(x)dx$ οι παραστάσεις

$$A = \int_1^3 f(x)dx + \int_3^5 f(x)dx \qquad B = \int_{-3}^5 f(x)dx + \int_5^8 f(x)dx - \int_{12}^5 f(x)dx$$

Άσκηση 5

Αν $\int_2^5 f(x)dx = -1$ και $\int_8^5 f(x)dx = -2$ και $\int_8^{10} f(x)dx = 4$, να υπολογιστούν τα ολοκληρώματα

$$A = \int_2^5 f(u)du \qquad B = \int_2^{10} f(t)dt \qquad \Gamma = \int_5^{10} f(x)dx$$

$$\Delta = \int_2^8 f(x)dx \qquad E = \int_5^8 f(u)du$$

Άσκηση 6

Αν $\int_1^5 f(x)dx = 3$ και $\int_1^5 g(x)dx = 2$ να υπολογιστούν τα ολοκληρώματα

$$A = \int_1^5 (f(x) - g(x)) dx \qquad B = \int_1^5 (2f(x) - 3g(x))dx$$

Άσκηση 7

Να αποδείξετε ότι $\int_1^4 \frac{3x^2 + 10}{x^2 + 2} dx - \int_1^4 \frac{4}{x^2 + 2} dx = 9$

Άσκηση 8

Να υπολογίσετε τα παρακάτω ολοκληρώματα :

$$A = \int_1^2 \frac{(x+2)'}{x+2} dx \qquad B = \int_1^3 \frac{3x^2 + x}{x^3 + 1} dx \qquad \Gamma = \int_0^{\frac{1}{3}} 3e^{3x} dx$$

$$\Delta = \int_0^\pi \eta\mu 3x dx \qquad E = \int_1^3 \frac{2x+1}{\sqrt{x^2+x}} dx \qquad \Sigma T = \int_0^2 (5x^3 + 3)^4 \cdot x^2 dx$$

Άσκηση 9

Να υπολογίσετε τα παρακάτω ολοκληρώματα :

$$A = \int_0^{\pi/2} x \sigma\upsilon\nu x dx \qquad B = \int_1^e x \ln x dx \qquad \Gamma = \int_0^1 x e^x dx$$

Άσκηση 10

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} 3x^2 + 1, & x \geq 1 \\ 6x - 2, & x < 1 \end{cases}$

α) Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$

β) Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ και το $f(1)$

γ) Να εξετάσετε εάν η συνάρτηση $f(x)$ είναι συνεχής στο 1.

δ) Να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα $\int_0^2 f(x) dx$

Άσκηση 11

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2, & x \geq 3 \\ x + 2a, & x < 3 \end{cases}$

α) Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$

β) Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$ και το $f(3)$

γ) Να βρείτε το a ώστε η συνάρτηση $f(x)$ να είναι συνεχής στο 3.

δ) Για $a = 2$ να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα $\int_1^4 f(x) dx$

Άσκηση 12

Για μια συνάρτηση $f(x)$ ισχύει ότι $f'(x) = 2x + 5 - 5x^3$.

α) Να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα $\int_2^3 f'(x) dx$

β) Αν $f(0) = 2$, να υπολογίσετε το $f(1)$

Άσκηση 13

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2 \ln x$

α) Να υπολογίσετε την $f'(x)$

β) Να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα $\int_1^e (2x \ln x + x) dx$

Άσκηση 14

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{2x+3}{x+1}$

α) Να υπολογίσετε την $f'(x)$

β) Να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα $\int_1^2 \frac{-1}{(x+1)^2} dx$

Άσκηση 15

Να βρεθεί το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από την γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = x^2 + 1$, του άξονα xx' και των ευθειών $x=1$ και $x = 3$.

Άσκηση 16

Να βρεθεί το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από την γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = -e^x$, του άξονα xx' και των ευθειών $x=0$ και $x = 1$.

Άσκηση 17

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 4x - 4$.

α) Να αποδείξετε ότι για $x > 1$ είναι $f(x) > 0$ και για $x < 1$ είναι $f(x) < 0$

β) Να βρεθεί το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από την γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x)$, του άξονα xx' και των ευθειών $x = -1$ και $x = 2$.

Άσκηση 18

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2 - 9$.

α) Να λύσετε την ανίσωση $f(x) > 0$

β) Να βρεθεί το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από την γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x)$, του άξονα xx' και των ευθειών $x = -4$ και $x = 2$.

Άσκηση 19

Να βρεθεί το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από την γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = x^2 - 3x + 2$, του άξονα xx' και των ευθειών $x=0$ και $x = 3$.

Άσκηση 20

Να βρεθεί το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $f(x) = x^2$, $g(x) = x^2 - 2x$ και των ευθειών $x=0$ και $x = 4$.

Άσκηση 21

Να βρεθεί το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $f(x) = x^2$, $g(x) = 4x$ και των ευθειών $x = -1$ και $x = 2$.

Άσκηση 22

Να βρεθεί το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από την γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = 4 - x^2$, και τον άξονα $x x'$.

Άσκηση 23

Να βρεθεί το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από την γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = x^3 - 3x + 2$, και τον άξονα $x x'$.

Άσκηση 24

Να βρεθεί το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $f(x) = 3x - x^2$, $g(x) = x$