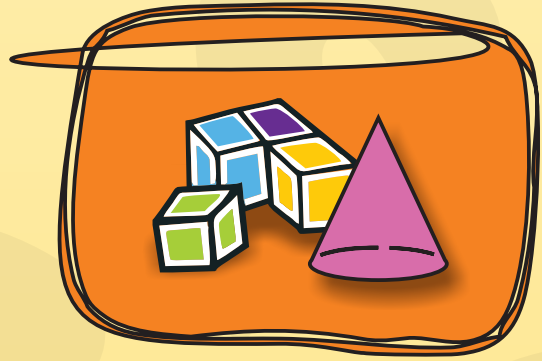
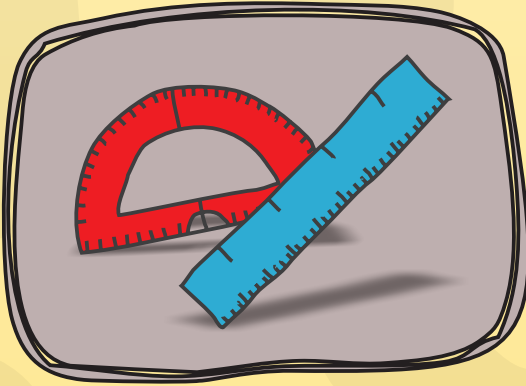


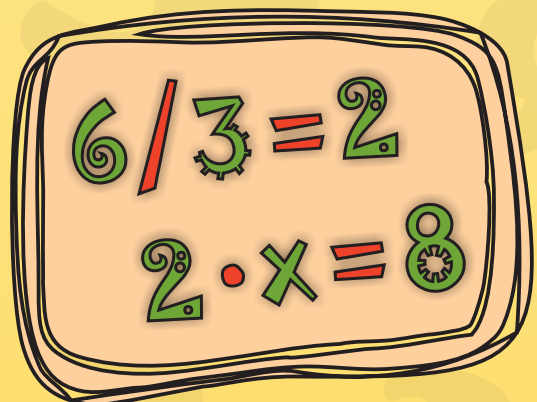
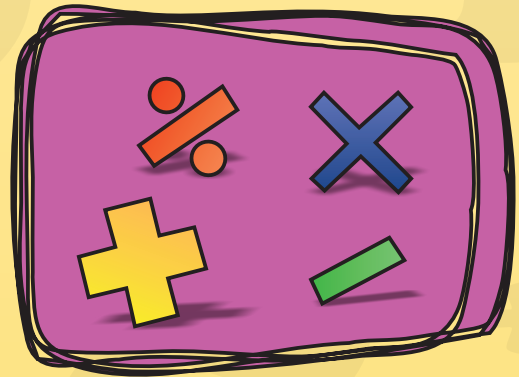
Όλγα Κασσώτη

Πέτρος Κλιάπης

Θωμάς Οικονόμου



Στ' Δημοτικού



Μαθηματικά ΣΤ΄ Δημοτικού

Τετράδιο εργασιών

α΄ τεύχος

ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΑΡΧΙΚΗΣ ΕΚΔΟΣΗΣ

ΣΥΓΓΡΑΦΕΙΣ

Όλγα Κασσώτη, Εκπαιδευτικός
Πέτρος Κλιάπης, Εκπαιδευτικός
Θωμάς Οικονόμου, Εκπαιδευτικός

ΚΡΙΤΕΣ-ΑΞΙΟΛΟΓΗΤΕΣ

Δέσποινα Πόταρη, Καθηγήτρια του Πανεπιστημίου Πατρών
Δέσποινα Αγγελοπούλου, Σχολική Σύμβουλος
Κωνσταντίνος Βρυώνης, Εκπαιδευτικός

ΕΙΚΟΝΟΓΡΑΦΗΣΗ

Ανδρέας Κατσαούνης, Σκίτσογράφος - Εικονογράφος

ΦΙΛΟΛΟΓΙΚΗ ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ

Ευφροσύνη Ξιξή, Φιλολόγος

ΥΠΕΥΘΥΝΟΣ ΤΟΥ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ ΚΑΤΑ ΤΗ ΣΥΓΓΡΑΦΗ

Γεώργιος Τύπας, Μόνιμος Πάρεδρος του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου

ΥΠΕΥΘΥΝΟΣ ΤΟΥ ΥΠΟΕΡΓΟΥ

Αθανάσιος Σκούρας, Μόνιμος Πάρεδρος του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου

ΕΞΕΦΥΛΛΟ

Νικόλαος Ναυρίδης, Εικαστικός Καλλιτέχνης

ΠΡΟΕΚΤΥΠΩΤΙΚΕΣ ΕΡΓΑΣΙΕΣ

ACCESS Γραφικές Τέχνες Α.Ε.

Στη συγγραφή του δεύτερου μέρους (1/3) έλαβε μέρος και ο
Κώστας Ζιώγας, Εκπαιδευτικός

Γ' Κ.Π.Σ. / ΕΠΕΑΕΚ II / Ενέργεια 2.2.1 / Κατηγορία Πράξεων 2.2.1.α:
«Αναμόρφωση των προγραμμάτων σπουδών και συγγραφή νέων εκπαιδευτικών πακέτων»

ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟ ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ
Μιχάλης Αγ. Παπαδόπουλος
Ομότιμος Καθηγητής του Α.Π.Θ.
Πρόεδρος του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου

Πράξη με τίτλο:

«Συγγραφή νέων βιβλίων και παραγωγή
υποστηρικτικού εκπαιδευτικού υλικού με βάση
το ΔΕΠΠΣ και τα ΑΠΣ για το Δημοτικό και το Νηπιαγωγείο»

Επιστημονικός Υπεύθυνος Έργου
Γεώργιος Τύπας
Μόν. Πάρεδρος του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου

Αναπληρωτής Επιστημονικός Υπεύθυνος Έργου
Γεώργιος Οικονόμου
Μόν. Πάρεδρος του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου

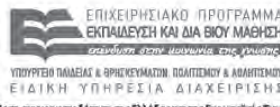
Έργο συγχρηματοδοτούμενο 75% από το Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο και 25% από εθνικούς πόρους.

ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΕΠΑΝΕΚΔΟΣΗΣ

Η επανέκδοση του παρόντος βιβλίου πραγματοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Τεχνολογίας Υπολογιστών & Εκδόσεων «Διόφαντος» μέσω ψηφιακής μακέτας, η οποία δημιουργήθηκε με χρηματοδότηση από το ΕΣΠΑ / ΕΠ «Εκπαίδευση & Διά Βίου Μάθηση» / Πράξη «ΣΤΗΡΙΖΩ».



Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ
ανάπτυξη στην κοινωνία της γνώσης
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΣΠΑ
2007-2013
Πρόγραμμα για την ανάπτυξη
ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

Οι διορθώσεις πραγματοποιήθηκαν κατόπιν έγκρισης του Δ.Σ. του Ινστιτούτου Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΕΡΕΥΝΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ
ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΗΣ ΠΟΛΙΤΙΚΗΣ

Πέτρος Κλιάπης Όλγα Κασσώτη Θωμάς Οικονόμου

ΑΝΑΔΟΧΟΣ ΣΥΓΓΡΑΦΗΣ: ΕΛΛΗΝΙΚΑ ΓΡΑΜΜΑΤΑ Α.Ε.



Η συγγραφή και η επιστημονική επιμέλεια του βιβλίου πραγματοποιήθηκε
υπό την αιγίδα του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου

Μαθηματικά ΣΤ΄ Δημοτικού

Τετράδιο εργασιών

α΄ τεύχος

Περιεχόμενα

ΤΙΤΛΟΣ ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ	ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΣ ΤΙΤΛΟΣ	ΣΕΛΙΔΑ
1. Καλημέρα, φίλε μου Αριθμέ	Φυσικοί αριθμοί	7
2. Αριθμοί με... συνοδεία	Δεκαδικοί αριθμοί	9
3. Οι αριθμοί αλλάζουν εμφάνιση	Μετατροπή δεκαδικών σε κλάσματα και αντίστροφα	11
4. Οι αριθμοί αναμετριοούνται	Σύγκριση φυσικών ή δεκαδικών αριθμών	13
5. Προσθέσεις και αφαιρέσεις	Πρόσθεση και αφαίρεση φυσικών και δεκαδικών αριθμών	15
6. Οι αριθμοί αναπαράγονται	Πολλαπλασιασμός φυσικών και δεκαδικών αριθμών	17
7. Δίκαιη μοιρασιά!	Διαίρεση φυσικών και δεκαδικών αριθμών	19
8. Μαθαίνω τη γλώσσα των αριθμών	Πράξεις με μεικτές αριθμητικές παραστάσεις	21
9. Μιλώ τη γλώσσα των αριθμών	Λύνω σύνθετα προβλήματα των 4 πράξεων	23
10. Ένα μηχάνημα που μιλάει μαθηματικά μαζί μου	Η χρήση του υπολογιστή τσέπης	25
11. Πρόχειροι λογαριασμοί	Στρογγυλοποίηση φυσικών και δεκαδικών αριθμών	27
12. Μπαίνεις μόνο αν χωράς ακριβώς	Διαιρέτες ενός αριθμού – Μ.Κ.Δ. αριθμών	29
13. Μάντεψε τον μυστικό κανόνα μου	Κριτήρια διαιρετότητας	31
14. Είμαστε και οι πρώτοι!	Πρώτοι και σύνθετοι αριθμοί	33
15. Δέντρα με αριθμούς	Παραγοντοποίηση φυσικών αριθμών	35
16. Έχουμε πολλά κοινά μεταξύ μας	Πολλαπλάσια ενός αριθμού – Ε.Κ.Π.	37
17. Πολλοί μαζί είμαστε πιο δυνατοί	Δυνάμεις	39
18. Συσκευασία: «Δέκα σε ένα»	Δυνάμεις του 10	41



Φυσικοί αριθμοί

Καλημέρα, φίλε μου Αριθμέ



Άσκηση 1η

Να γράψεις με ψηφία τους παρακάτω αριθμούς:

α) διακόσια πέντε:

δ) πεντακόσια τριάντα δύο:

β) τρεις χιλιάδες δύο:

ε) τριακόσια εννιά:.....

γ) χίλια πενήντα:.....

στ) χίλια εκατόν ένα:

Άσκηση 2η

Να σχηματίσεις όσο περισσότερους τριψήφιους φυσικούς αριθμούς μπορείς με τα ψηφία 2, 7 και 9. Σε κάθε αριθμό να χρησιμοποιήσεις κάθε ψηφίο μία φορά.

.....

.....

Πόσοι αριθμοί σχηματίστηκαν;



Άσκηση 3η

Στον υπολογιστή τσέπης οι αριθμοί εμφανίζονται χωρίς διαχωριστικό στις χιλιάδες και στα εκατομμύρια. Να χωρίσεις τους παρακάτω αριθμούς με τελείες.

1428571	218506	32157

Άσκηση 4η

Όπως στο σταυρόλεξο γράφουμε λέξεις που διασταυρώνονται, έτσι και στον «σταυράριθμο» γράφουμε αριθμούς που διασταυρώνονται. Με την ομάδα σας να λύσετε τον «σταυράριθμο» κάνοντας τις πράξεις και να γράψετε τα αποτελέσματα οριζόντια ή κάθετα.

	1	2	3	4	5
A					
B					
Γ					
Δ					
E					

ΟΡΙΖΟΝΤΙΑ (Α, Β, Γ, ...)

A. 3.076 επί 7.

B. 1.530 συν 1.530.

Γ. 1.111 επί τις ημέρες μιας Εβδομάδας.

Δ. Οι εκατοντάδες του είναι 1.

E. Οι δεκάδες του είναι 8.

ΚΑΘΕΤΑ (1, 2, 3, ...)

1. Βρίσκονται μεταξύ 1 και 4.

Το 1.915 χωρίς... την 1η Ολυμπιάδα.

2. Η 2η χιλιετία πλην 928.

3. 12.345 συν 44.444.

4. 310 πλην τον αριθμό των εκατοντάδων του.

5. Όλες οι ώρες του Γενάρη.

Προσπαθήστε με την ομάδα σας να φτιάξετε έναν δικό σας «σταυράριθμο».



Πρόβλημα 1ο

Το βιβλίο του Ευγένιου Τριβιζά «Τα 88 Ντολμαδάκια» έχει τόσες σελίδες όσες θα βρεις αν διπλασιάσεις τον αριθμό που μας δείχνει πόσα είναι τα ντολμαδάκια και αφαιρέσεις τον αριθμό που μας δείχνει τις μέρες δύο εβδομάδων.

Λύση



Απάντηση:

Πρόβλημα 2ο

Πόσα χρόνια έζησε καθένας από τους παρακάτω διάσημους επιστήμονες;

- Rene Descartes (Καρτέσιος) 1596 – 1650.
- **Sir Isaac Newton (Νεύτωνας) 1643 – 1727.**
- Etienne Pascal (Πασκάλ) 1588 – 1651.
- **Nicolaus Copernicus (Κοπέρνικος) 1473 – 1543.**
- **Pierre-Simon Laplace (Λαπλάς) 1749 – 1827.**
- Διόφαντος της Αλεξανδρείας 200 – 284.

Συζητήστε στην ομάδα σας και βρείτε ποιιοι από αυτούς δεν είχαν τη δυνατότητα να γνωριστούν προσωπικά.

Λύση



Απάντηση:

Δραστηριότητα με προεκτάσεις: «Ιστορικές επέτειοι»

Υπολογίστε πόσα χρόνια έχουν περάσει από:

- α) την επανάσταση του 1821,
- β) το ιστορικό ΟΧΙ του 1940,
- γ) την εξέγερση των φοιτητών στο Πολυτεχνείο το 1973.

Λύση



Απάντηση:

Θέμα για διερεύνηση και συζήτηση

- Σε ποιες ημερομηνίες τιμούνται αυτές οι επέτειοι κατά τη διάρκεια του σχολικού έτους;



Κεφάλαιο 2ο Δεκαδικό αριθμοί



Αριθμοί με... συνοδεία

Άσκηση 1η

Να γράψεις με δεκαδικό αριθμό τα παρακάτω:

- α) τέσσερα εκατοστά
- β) εξήντα πέντε χιλιοστά.....
- γ) τριακόσια εβδομήντα εννιά χιλιοστά.....
- δ) σαράντα κόμμα δύο
- ε) ένα κόμμα ογδόντα ένα

Άσκηση 2η

Να γράψεις την αξία του ψηφίου 3 στους παρακάτω αριθμούς:

- 123,041:
- 0,36:
- 169,93:
- 3000,09:
- 18,293:
- 20,3:



Άσκηση 3η

Να γράψεις τους παρακάτω αριθμούς καταργώντας το μηδέν εκεί που δεν επηρεάζει την αξία του αριθμού:

- 1,650 μέτρα:
- 18,300 €:
- 2,080 κιλά:
- 2800,50 €:
- 06,900 κιλά:
- 30,090 χιλιόμετρα:



Άσκηση 4η



Παρατηρώντας την αριθμογραμμή να αντιστοιχίσεις τον κατάλληλο αριθμό στο κατάλληλο γράμμα.

Α	0,88	Β	2,02	Γ	4,003	Δ	6,008
	0,8		2,22		4,33		6,08
	0,008		2,002		4,3		6,8
	0,08		2,2		4,03		6,88

Πρόβλημα 1ο

Ο Άλκης θέλησε να μετρήσει το ύψος του. Δεν είχε όμως μέτρο, παρά μόνο έναν χάρακα 30 εκατοστών. Αποτύπωσε το ύψος του στον τοίχο και το μέτρησε με τον χάρακα. Το ύψος του ήταν 5 χάρακες και 11 εκατοστά. Πόσο είναι το ύψος του, αν το εκφράσουμε με δεκαδικό αριθμό;

Λύση



Απάντηση:



Πρόβλημα 2ο

Οι μαθητές της Στ΄ τάξης του 4ου Δημοτικού Σχολείου Κοκκινιάς, για να ενισχύσουν το ταμείο της τάξης τους, αποφάσισαν στο μάθημα των τεχνικών να κατασκευάσουν ημερολόγια και να τα πουλήσουν στη γειτονιά και τους συγγενείς τους. Τα παιδιά κατασκεύασαν 25 ημερολόγια και τα πούλησαν όλα προς 3,20 € το καθένα. Ο ταμίας της τάξης, καθώς συγκέντρωνε τα χρήματα, πρόσεξε στο τέλος ότι είχε μόνο χαρτονομίσματα χωρίς να έχει καθόλου κέρματα. Ανησύχησε μήπως έχασε τα ψιλά. Εσείς τι λέτε;

Λύση

Απάντηση:



Δραστηριότητα με προεκτάσεις: «Μέγεθος και αξία χαρτονομισμάτων»

Τα παιδιά της Στ΄ τάξης του 2ου Δημοτικού Σχολείου Νίκαιας επισκέφθηκαν το Νομισματοκοπείο. Εκεί συγκέντρωσαν πολλές πληροφορίες για τα χαρτονομίσματα και την προστασία που έχουν από την παραχάραξη. Έμαθαν ότι τα χαρτονομίσματα δεν έχουν όλα τις ίδιες διαστάσεις και συγκεκριμένα για το κάθε χαρτονόμισμα οι διαστάσεις είναι οι εξής:

5 €: πλάτος 6,15 εκ., μήκος 12,1 εκ., **10 €:** πλάτος 6,7 εκ., μήκος 12,75 εκ., **20 €:** πλάτος 7,2 εκ., μήκος 13,3 εκ., **50 €:** πλάτος 7,7 εκ., μήκος 14,1 εκ.

Στη συνέχεια έβαλαν δύο χάρακες και άρχισαν να σχεδιάζουν το μήκος και το πλάτος των χαρτονομισμάτων στο χαρτί. Ξεκίνησαν με το νόμισμα των 5 €.

Συνεχίστε σχεδιάζοντας με οδηγούς τους δύο χάρακες τα άλλα δύο χαρτονομίσματα με τα χρώματα του καθενός.

Υπάρχει σχέση ανάμεσα στο μέγεθος και την αξία των χαρτονομισμάτων;



Θέματα για διερεύνηση και συζήτηση

- Γνήσια και πλαστά προϊόντα στην οικονομία, τη μουσική, τις καλές τέχνες.
- Υπήρχαν στην αρχαιότητα πλαστά νομίσματα; Γιατί;
- Τι σημαίνει «προστασία πνευματικών δικαιωμάτων»; Τι δηλώνει το σήμα ®;





Κεφάλαιο 3ο

Μετατροπή δεκαδικών σε κλάσματα και αντίστροφα



Οι αριθμοί αλλάζουν εμφάνιση

Άσκηση 1η

Να βάλεις σε κύκλο τα δεκαδικά κλάσματα και να τα γράψεις με τη μορφή δεκαδικού αριθμού:

$$\frac{25}{10}, \quad \frac{2}{5}, \quad \frac{50}{1000}, \quad \frac{5}{20}, \quad \frac{234}{100}, \quad \frac{10}{100}, \quad \frac{1}{2}, \quad \frac{3}{30}, \quad \frac{150}{1000}, \quad \frac{505}{1000}$$

Άσκηση 2η

Να γράψεις τους παρακάτω δεκαδικούς αριθμούς με τη μορφή κλάσματος:

12,4: 30,50: 20,03:
 0,36: 1,009: 0,09:

Άσκηση 3η

Να αντιστοιχίσεις το κατάλληλο κλάσμα στον κατάλληλο δεκαδικό αριθμό:

$\frac{8}{10}$	•	•	8,08	$\frac{43}{100}$	•	•	4,003	$\frac{62}{100}$	•	•	0,62
$\frac{8}{1000}$	•	•	0,8	$\frac{4003}{1000}$	•	•	4,03	$\frac{62}{1000}$	•	•	6,02
$\frac{808}{100}$	•	•	0,008	$\frac{403}{100}$	•	•	0,43	$\frac{602}{100}$	•	•	0,062

Πρόβλημα 1ο

Ο Σωτήρης βγήκε πρώτος στο σχολείο του στο αγώνισμα του άλματος με επίδοση 2,08 μέτρα. Ο Λευτέρης βγήκε πρώτος στο δικό του σχολείο στο ίδιο αγώνισμα με επίδοση $\frac{280}{100}$ του μέτρου. Ποιος από τους δύο έκανε το καλύτερο άλμα;

Λύση



Απάντηση:

Πρόβλημα 2ο

Η Εύη και η Βίκυ για το πάρτι τους θα φτιάξουν δύο γλυκά. Για το γλυκό της Εύης χρειάζονται 0,75 κιλά ζάχαρης, ενώ για το γλυκό της Βίκυς χρειάζονται $\frac{6}{10}$ του κιλού ζάχαρη. Θα τους φτάσουν τα 1,5 κιλά ζάχαρης που έχουν;

Λύση



Απάντηση:



Πρόβλημα 3ο

Ο Στέργιος παραπονιέται ότι το χαρτζιλίκι που παίρνει κάθε πρωί για το σχολείο δεν του φτάνει και ζητά από τους γονείς του αύξηση. Εκείνοι του βάζουν το παρακάτω δίλημμα: «Τι προτιμάς ως αύξηση στα χρήματα που παίρνεις: $\frac{15}{100}$ € την ημέρα ή 0,8 € κάθε Δευτέρα πρωί;». Τι να προτιμήσει;



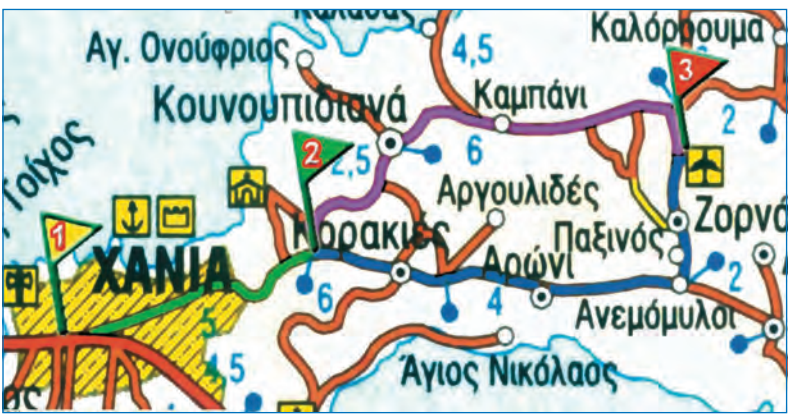
Λύση



Απάντηση:

Δραστηριότητα με προεκτάσεις: «Αστική συγκοινωνία»

Ο δήμος Χανίων, στο πλαίσιο της αναβάθμισης των συγκοινωνιών για τους κατοίκους του νομού, αποφάσισε να σχεδιάσει ξανά τα δρομολόγια της αστικής συγκοινωνίας που συνδέει την πόλη (1) με το αεροδρόμιο (3) και τα γύρω χωριά.



Εξέτασαν λοιπόν το οδικό δίκτυο του νομού και κατέληξαν στα εξής συμπεράσματα σε ό,τι αφορά τις διαδρομές που είναι δυνατό να σχεδιαστούν:

Α΄ ΔΙΑΔΡΟΜΗ (ΜΟΒ)	Χιλιόμετρα	Β΄ ΔΙΑΔΡΟΜΗ (ΜΠΛΕ)	Χιλιόμετρα
Χανιά – διασταύρωση (1-2)	5,5	Χανιά - διασταύρωση (1-2)	5,5
Διασταύρωση – Κουνουπιδιανά	2,5	Διασταύρωση – Κορακίες	$2 \frac{4}{10}$
Κουνουπιδιανά – Καμπάνι	3,5	Κορακίες – Αρώνι	$4 \frac{4}{10}$
Καμπάνι – αεροδρόμιο (3)	5,5	Αρώνι – Ανεμόμυλοι	$5 \frac{3}{10}$
ΣΥΝΟΛΟ Α΄ ΔΙΑΔΡΟΜΗΣ		Ανεμόμυλοι – Ζορνάδης	1
		Ζορνάδης – αεροδρόμιο (3)	1
		ΣΥΝΟΛΟ Β΄ ΔΙΑΔΡΟΜΗΣ	

Συμπληρώστε τα σύνολα κάθε διαδρομής και συζητήστε στην ομάδα σας για τη συντομότερη διαδρομή.

Θέματα για διερεύνηση και συζήτηση

- Εκτός από την απόσταση, ποιοι άλλοι παράγοντες πρέπει να ληφθούν υπόψη κατά τη σχεδίαση συγκοινωνιακών διαδρομών;
- Γιατί χρειάζεται επανεξέταση των δρομολογίων σε μια περιοχή, αφού υπάρχει συγκοινωνιακό δίκτυο από πολλά χρόνια;
- Ο ρόλος της συγκοινωνίας στην αρχαιότητα και σήμερα.

Κεφάλαιο 4ο

Σύγκριση φυσικών ή δεκαδικών αριθμών



Οι αριθμοί αναμετρώνται

Άσκηση 1η

Να γράψεις τους παρακάτω φυσικούς αριθμούς:

- α) τον μικρότερο τετραψήφιο:
- β) τον μεγαλύτερο πενταψήφιο:
- γ) τις πιθανές τιμές της θερμοκρασίας, όταν η Ε.Μ.Υ. ανακοινώνει ότι η θερμοκρασία θα κυμανθεί μεταξύ 7 και 11 βαθμών:

Άσκηση 2η

Να συμπληρώσεις το σύμβολο της σχέσης ανάμεσα στα παρακάτω ζευγάρια αριθμών:

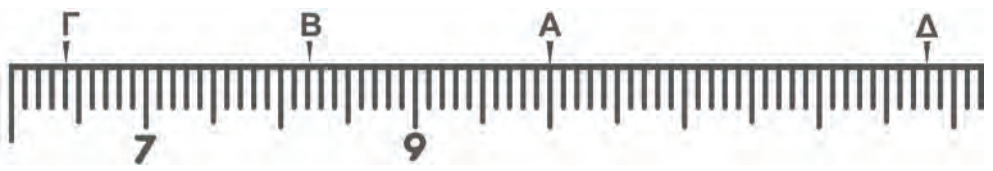
165,7		165,75
21.121		21.212
10,99		10,999

9,935		9,93
30.010		30.009
401,01		401,04

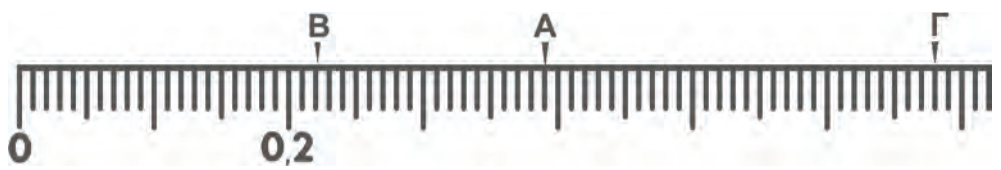
0,096		0,099
11.111		9.999
1.099		1.100

Άσκηση 3η

Να βρεις τους αριθμούς που αντιστοιχούν στα γράμματα σε κάθε αριθμογραμμή και να τους γράψεις:



Απάντηση:



Απάντηση:

Πρόβλημα 1ο

α. 2,80 €	β. 1,15 €	γ. 3,20 €	δ. 2,25 €	ε. 1,35 €	στ. 1,20 €	ζ. 2,40 €	η. 1,85 €

Με βάση τις παραπάνω τιμές να παραγγείλετε:

- α) ένα γεύμα ακριβότερο από 3,20 € και φθηνότερο από 5,40 €
- β) ένα γεύμα φθηνότερο από 3,80 €
- γ) ένα γεύμα ακριβότερο από 3,80 €

Λύση

Απάντηση:



Πρόβλημα 2ο

Το ασανσέρ μιας πολυκατοικίας μπορεί να μεταφέρει 200 κιλά (μέγιστο επιτρεπόμενο φορτίο). Το συνολικό βάρος των ανθρώπων που μεταφέρονται κάθε φορά πρέπει να είναι μικρότερο ή ίσο με αυτό. Να εξετάσετε τις περιπτώσεις που ακολουθούν και να εκφράσετε το αποτέλεσμα με τα σύμβολα της σύγκρισης.

- α) Μια οικογένεια απαρτίζεται από τα εξής μέλη: μπαμπάς 85 κιλά, μαμά 62 κιλά, αγόρι 40 κιλά, κορίτσι 31 κιλά. Μπορούν να ανέβουν όλοι μαζί;
- β) Πέντε φίλοι του αγοριού ζυγίζουν: 38 κιλά, 37 κιλά, 40 κιλά, 42 κιλά και 41 κιλά. Μπορούν να ανέβουν όλοι μαζί; Μπορούν να κατέβουν μαζί με το αγόρι;
- γ) Δύο άλλοι ένοικοι ετοιμάζονται να ανέβουν, από τους οποίους ο ένας ζυγίζει 98 κιλά και ο άλλος 79 κιλά. Το κορίτσι θέλει επίσης να ανέβει. Είναι δυνατόν να ανεβεί μαζί τους; Γιατί;



Λύση

Απαντήσεις: α) β) γ)

Δραστηριότητα με προεκτάσεις: «Ο πληθυσμός της Ελλάδας»

Στον διπλανό πίνακα παρουσιάζεται ο πληθυσμός της Ελλάδας κατά τις απογραφές των ετών 1971, 1981, 1991 και 2001.

- Πόσα χρόνια έχουν περάσει από το 1971 ως το 2001;
- Κατά τη διάρκεια αυτών των χρόνων ο πληθυσμός συνολικά παρουσιάζει αύξηση ή μείωση; Πόσο;

Πραγματικός πληθυσμός της Ελλάδας κατά φύλο και ομάδες ηλικιών				
Απογραφές				
	1971	1981	1991	2001
Άρρενες	4.286.748	4.779.571	5.055.408	5.431.816
Θήλεις	4.481.624	4.960.018	5.204.492	5.532.204
Σύνολο	8.768.372	9.739.589	10.259.900	10.964.020
0 - 14 ετών	2.223.904	2.307.297	1.974.867	1.666.888
15 - 64 ετών	5.587.352	6.192.751	6.880.681	7.423.889
Άνω των 65	957.116	1.239.541	1.404.352	1.873.243

Πηγή: ΕΣΥΕ - Η Ελλάδα με αριθμούς, 2003.

- Στην τελευταία απογραφή είναι περισσότεροι οι άνδρες ή οι γυναίκες; Πόσο;
- Ποια μερίδα πληθυσμού, παρουσιάζει μείωση μετά το 1981; Πόσο μειώθηκε ο πληθυσμός της από την απογραφή του 1991 μέχρι την απογραφή του 2001;
- Αν υποθέσουμε ότι η μείωση του πληθυσμού αυτής της μερίδας θα είναι ίδια και κατά τα επόμενα χρόνια, με αυτή της τελευταίας δεκαετίας τότε ποιος θα είναι ο πληθυσμός της το 2011;

Θέματα για διερεύνηση και συζήτηση

- Τι φαίνεται ότι θα συμβεί στον συνολικό πληθυσμό της Ελλάδας το 2011;
- Ποιοι παράγοντες επηρεάζουν την αύξηση ή τη μείωση του πληθυσμού μιας χώρας;





Κεφάλαιο 5ο

Πρόσθεση και αφαίρεση φυσικών και δεκαδικών αριθμών

Προσθέσεις και αφαιρέσεις



Άσκηση 1η

Να κάνεις τις παρακάτω πράξεις κάθετα:

α) $199,09 + 0,09$

β) $27,5 + 4,085$

γ) $100 - 5,123$

δ) $5 + 8,01 + 0,1$

ε) $0,111 - 0,009$

στ) $34,65 + 160 + 5,35$

ζ) $47,2 - 9,99$

η) $89.500 + 760,82 + 901,58$

α)	β)	γ)	δ)	ε)	στ)	ζ)	η)

Άσκηση 2η

Να συμπληρώσετε τον αριθμό ή το σύμβολο που λείπει από τις παρακάτω πράξεις:

α) $\begin{array}{r} 3,8 \\ + \dots,35 \\ \hline 4,15 \end{array}$	β) $\begin{array}{r} 37,8 \\ \dots 37 \\ \hline 0,8 \end{array}$	γ) $\begin{array}{r} 10,5 \\ + 3,07 \\ \hline \dots \\ 18,57 \end{array}$	δ) $\begin{array}{r} \dots \\ - 11,07 \\ \hline 120,07 \end{array}$	ε) $\begin{array}{r} 100,05 \\ - \dots \\ \hline 10,01 \end{array}$	στ) $\begin{array}{l} 350 + 130 = \dots \\ 480 - \dots = 350 \quad \longleftrightarrow \quad 480 - \dots = 130 \end{array}$
					ζ) $\begin{array}{l} 13,2 + 2,6 = \dots \\ 15,8 - 13,2 = \dots \quad \longleftrightarrow \quad 15,8 - \dots = 13,2 \end{array}$

Άσκηση 3η

Το μαγικό τετράγωνο ανακαλύφθηκε από τους Κινέζους το 90 μ.Χ. Στο τετράγωνο αυτό το άθροισμα κάθε γραμμής, κάθε στήλης και κάθε διαγωνίου είναι το ίδιο.

Να συμπληρώσετε με την ομάδα σας τα παρακάτω μαγικά τετράγωνα:

10		8
	7	
		4

18		16
	15	
		12

		44
52	33	14

	2	
	2,4	2,6
2,3	2,8	

145		71
	182	
293		

Πρόβλημα 1ο

Το κοινό μιας παιδικής θεατρικής παράστασης απαρτίζεται από 416 θεατές. Οι άνδρες μαζί με τα παιδιά είναι 304. Οι γυναίκες μαζί με τα παιδιά είναι 333. Οι άνδρες μαζί με τις γυναίκες είναι 195. Πόσοι είναι οι άνδρες, πόσες οι γυναίκες και πόσα τα παιδιά;

Λύση



Απάντηση:

Διατυπώστε ένα δικό σας παρόμοιο πρόβλημα με κότες, γαλοπούλες και πάπιες σε ένα πτηνοτροφείο, ή ό,τι άλλο σκεφτείτε...

Πρόβλημα 2ο

Η μητέρα της Μαργαρίτας αγόρασε 2,5 κιλά ζάχαρη. Χρησιμοποίησε 325 γραμμάρια για να φτιάξει μπισκότα και 1,45 κιλά για να φτιάξει μαρμελάδα. Πόση ζάχαρη της έμεινε; Δώσε την απάντηση σε κιλά.

Λύση



Απάντηση:

Δραστηριότητα με προεκτάσεις: «Θερμίδες: Τα καύσιμα του σώματος»

Η τροφή περιέχει ουσίες που αναπληρώνουν τα συστατικά του ανθρώπινου σώματος που φθείρονται ή σχηματίζουν τους ιστούς ενός αναπτυσσόμενου οργανισμού. Τέτοιες ουσίες είναι οι πρωτεΐνες (λευκώματα), οι υδατάνθρακες και τα λίπη. Το ποσό της ενέργειας που απελευθερώνεται από την «καύση» (διάσπαση) της τροφής μέσα στον οργανισμό λέγεται **ενεργειακή ή θερμιδική αξία της τροφής** και εξαρτάται από την αναλογία σε υδατάνθρακες, λίπη, πρωτεΐνες και νερό που περιέχει.

Πίνακας θερμιδικής αξίας τροφών							
Στα 100 γρ.	Γάλα πλήρες	Τυρί φέτα	Γιαούρτι	Δημητριακά Corn Flakes	Μπισκότα	Φυσιικός Χυμός	Λουκάνικα χωριάτικα
Θερμίδες (kcal)	63	276	73	360	470	48,8	320
Πρωτεΐνη (γρ.)	3,2	16,5	6,65	9	7,5	0,6	20
Υδατάνθρακες (γρ.)	4,7	0,7	3,0	75	69,5	11,6	
Λίπη (γρ.)	3,5	23	3,5	3	18	0	28

Γνωρίζοντας ότι τα παιδιά ηλικίας 12-13 ετών χρειάζονται 60 θερμίδες την ημέρα για κάθε κιλό βάρους τους και με βάση την πυραμίδα διατροφής που βλέπετε να σχεδιάσετε τη διατροφή μιας ημέρας για ένα παιδί 43 κιλών.



Τροφές που περιέχουν περίπου 100 kcal (θερμίδες)

- 20 γραμμάρια σοκολάτας
- 1 μεγάλο αβγό
- 2 φέτες ψωμιού ολικής άλεσης
- 95 γρ. ψημένης πατάτας
- ενάμισι μήλο
- 1 κιλό κουνουπίδι
- 60 γρ. κοτόπουλο
- 50 γρ. πατατάκια

Θέματα για διερεύνηση και συζήτηση

- Ο ρόλος της άσκησης και του αθλητισμού στην «καύση» θερμίδων.
- Ο ρόλος της διατροφής στην υγεία.
- Ιστορικά στοιχεία για τη διατροφή των Ελλήνων και τη διατροφή σε άλλους λαούς και πολιτισμούς.



Κεφάλαιο 6ο

Πολλαπλασιασμός φυσικών και δεκαδικών αριθμών



Οι αριθμοί αναπαράχονται

Άσκηση 1η

Συμπληρώστε τις ισότητες:

$9,75 \cdot \dots = 97,5$	$8,75 \cdot 1.000 = \dots$	$978,87 \cdot 0,1 = \dots$
$4,75 \cdot 100 = \dots$	$0,97 \cdot 10 = \dots$	$965,89 \cdot \dots = 9,6589$
$6,97 \cdot \dots = 6.970$	$8,7 \cdot \dots = 0,87$	$678,5 \cdot 0,001 = \dots$

Άσκηση 2η

Υπολογίζω τα παρακάτω γινόμενα:

$15 \cdot (3 + 2) = \dots$	$1,5 \cdot (3 + 2) = \dots$
$15 \cdot (3 + 0,2) = \dots$	$10 \cdot (2,3 + 3,2) = \dots$
$15 \cdot (0,3 + 0,2) = \dots$	$0,15 \cdot (3 + 2) = \dots$

Άσκηση 3η

Συμπληρώστε τους παρακάτω πίνακες πολλαπλασιασμού:

X				4				7
				8				
8	80	40						
4				32	24			36
							42	
5		15				10		

X		6		4			8	
	10		45					50
3						9		21 30
	18	54		36			72	
								0
7					35			

Άσκηση 4η

Με τη βοήθεια του πρώτου γινομένου κάθε στήλης να υπολογίσεις με τον νου τα παρακάτω γινόμενα:

$42 \cdot 85 = 3.570$	$583 \cdot 97 = 56.551$	$498 \cdot 638 = 317.724$
$4,2 \cdot 8,5 = \dots$	$58,3 \cdot 97 = \dots$	$49,8 \cdot 6,38 = \dots$
$0,42 \cdot 850 = \dots$	$5,83 \cdot 0,97 = \dots$	$4.980 \cdot 63.800 = \dots$

Πρόβλημα 1ο

Ο Bill Gates, ιδρυτής της εταιρείας Microsoft, το 2003 κέρδιζε 5 λεπτά κάθε δευτερόλεπτο. Πόσα χρήματα κέρδιζε σε 1 λεπτό, σε 1 ώρα, σε 1 ημέρα, σε 1 μήνα, σε 1 έτος;

Λύση

Απάντηση:



Πρόβλημα 2ο

Το κυλικείο του σχολείου κάθε μέρα πουλάει 4 κιβώτια φυσικό χυμό. Κάθε κιβώτιο περιέχει 25 χυμούς που ο καθένας πουλιέται 0,35 €. Πόσα χρήματα εισπράττει από τη Δευτέρα μέχρι την Παρασκευή;

Λύση

Απάντηση:



Πρόβλημα 3ο

Ο δήμος Ρόδου θέλησε να συντηρήσει τη μία δεξαμενή υδροδότησης της πόλης. Αφού έκλεισαν τις παροχές που φέρονται νερό στη δεξαμενή, σε 80 λεπτά η δεξαμενή άδειασε από τους δύο αγωγούς υδροδότησης της πόλης. Ο ένας αγωγός αδειάζει 119,8 λίτρα νερού το λεπτό, ενώ ο άλλος 192,7 λίτρα το λεπτό. Πόσα λίτρα νερού είχε η δεξαμενή;

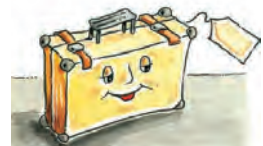
Λύση



Απάντηση:

Δραστηριότητα με προεκτάσεις: «Νοικιάζω αυτοκίνητο»

Η οικογένεια Δροσινού σχεδιάζει διακοπές στην Πελοπόννησο για περίπου μια εβδομάδα και χρειάζεται να νοικιάσει ένα αυτοκίνητο για το διάστημα αυτό. Έπειτα από έρευνα βρήκαν τις παρακάτω επιλογές:



*εβδομαδιαία χρέωση 1	299 € την εβδομάδα, απεριόριστα χιλιόμετρα.
*εβδομαδιαία χρέωση 2	199 € την εβδομάδα, συν 20 λεπτά το χιλιόμετρο.
ημερήσια χρέωση 1	50 € την ημέρα, απεριόριστα χιλιόμετρα.
ημερήσια χρέωση 2	40 € την ημέρα, συν 10 λεπτά το χιλιόμετρο.

(*) επιπλέον ημέρες χρεώνονται ως πλήρης εβδομάδα.

Η οικογένεια υπολογίζει ότι θα διανύσει περίπου 600 χιλιόμετρα.

- Ποιο πρόγραμμα τους συμφέρει να επιλέξουν, αν μείνουν ακριβώς μια εβδομάδα;

.....

- Ποιο πρόγραμμα είναι πιο οικονομικό, αν μείνουν περισσότερες ημέρες;

.....

Θέματα για διερεύνηση και συζήτηση

- Γιατί οι άνθρωποι χρειάζονται διακοπές;
- Έκαναν διακοπές κατά την αρχαιότητα;
- Κάνουν διακοπές τα ζώα;



Κεφάλαιο 7ο

Διαίρεση φυσικών και δεκαδικών αριθμών

Δίκαιη μοιρασιά!



Άσκηση 1η

Να υπολογίσεις με τον νου τα παρακάτω πηλίκα:

$(22+30) : 2 = \dots\dots\dots$	$148 : 1.000 = \dots\dots\dots$	$0,25 : 0,1 = \dots\dots\dots$
$(80+160) : 8 = \dots\dots\dots$	$0,99 : 10 = \dots\dots\dots$	$17 : 0,001 = \dots\dots\dots$
$0 : 3 = \dots\dots\dots$	$3,05 : 100 = \dots\dots\dots$	$5.000 : 50 = \dots\dots\dots$

Άσκηση 2η

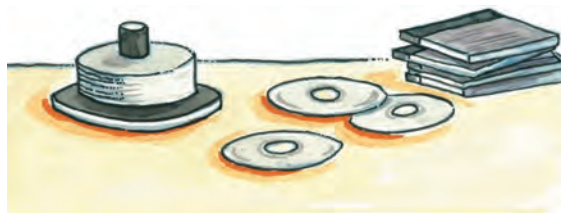
Συμπλήρωσε τους αριθμούς που λείπουν από τον πίνακα, κάνοντας τις πράξεις με τον νου:

Διαιρετέος Δ	διαιρέτης δ	πηλίκο π	υπόλοιπο υ	$\Delta = \delta \cdot \pi + \upsilon$
181	9	20	1	$181 = 9 \cdot 20 + 1$
124		10	4	
	7	9	0	
450		225	0	
	8	12	4	

Πρόβλημα 1ο

Για να φτιάξουμε ένα δικό μας CD με τις φωτογραφίες, τα κείμενα και τις εργασίες μας χρειαζόμαστε τα εξής: άγραφα CDs, αυτοκόλλητες ετικέτες και πλαστικές θήκες. Τα άγραφα CDs κοστίζουν 4,50 € τα 25, οι ετικέτες 0,55 € οι 5 και οι θήκες 4,20 € η δεκάδα. Μπορείς να υπολογίσεις πόσο θα κοστίσει το ένα CD;

Λύση



Απάντηση:

Πρόβλημα 2ο

Ο Σύλλογος Γονέων του Δημοτικού Σχολείου Κάσου αγόρασε για το σχολείο τρεις υπολογιστές, από τους οποίους ο καθένας κόστισε 710 €, και έναν εκτυπωτή που κόστισε 60 €. Συμφώνησαν να πληρώσουν σε 8 δόσεις. Τι ποσό θα πληρώνουν σε κάθε δόση;

Λύση

Απάντηση:



Δραστηριότητα με προεκτάσεις: «Η γέφυρα του Γκαρ (Gard)»

Περίπου δύο χιλιάδες χρόνια πριν, στη Γαλατία (σημερινή Γαλλία) οι Ρωμαίοι κατασκεύασαν ένα σπουδαίο έργο. Πρόκειται για ένα κανάλι που έφερνε νερό στο υδραγωγείο της πόλης Νιμ από απόσταση 50 χιλιομέτρων χρησιμοποιώντας μόνο τη φυσική ροή του νερού που, λόγω της βαρύτητας, αναγκάζεται να κυλά από ένα ψηλό σημείο προς ένα χαμηλότερο (όπως συμβαίνει στα ποτάμια). Για να περνά το πόσιμο νερό τα φυσικά εμπόδια, χρειάστηκε να κατασκευαστούν γέφυρες και σήραγγες. Η πιο σπουδαία γέφυρα είναι αυτή του ποταμού Γκαρ. Αποτελείται από 3 επίπεδα τα οποία στηρίζονται σε αψίδες. Το κάτω επίπεδο έχει 6 αψίδες, οι οποίες έχουν ύψος 22 μ. Το μεσαίο επίπεδο έχει 11 αψίδες με ύψος 20 μ. Το ψηλότερο επίπεδο έχει 35 αψίδες, η καθεμία από τις οποίες έχει ύψος 7 μ. και πλάτος 3,06 μ. Η κατασκευή όλου του έργου διήρκεσε 10 χρόνια και το κόστος του ήταν όσο οι μισθοί 5.000 στρατιωτών για την ίδια χρονική περίοδο.

Στο υδραγωγείο της πόλης, που τροφοδοτούσε τις δημόσιες βρύσες, τα λουτρά και τις κατοικίες των ευγενών, διοχετεύονταν από το κανάλι 430 λίτρα νερού το δευτερόλεπτο.

α) Υπολογίστε το συνολικό **ύψος** της γέφυρας.

β) Γνωρίζοντας ότι η υψομετρική διαφορά ανάμεσα στην πηγή και το υδραγωγείο της Νιμ είναι 12 μέτρα (και ότι η διαφορά αυτή μοιράζεται στα 50 χιλιόμετρα του καναλιού), να βρείτε την **κλίση** ανά χιλιόμετρο (δηλαδή πόσο «χαμηλώνει» το κανάλι σε κάθε χιλιόμετρο) ώστε να μπορεί να κυλά το νερό.

γ) Αν οι ανάγκες του ατόμου σε νερό ήταν 50 λίτρα το 24ωρο, να υπολογίσετε πόσοι άνθρωποι θα μπορούσαν να ζήσουν στη Νιμ εκείνη την εποχή.



Φωτογραφία: Alison Scott

Θέματα για διερεύνηση και συζήτηση

- Γιατί απεικονίζεται η γέφυρα του Γκαρ στο χαρτονόμισμα των 5 €;
- Γιατί η UNESCO συμπεριέλαβε αυτή τη γέφυρα στον κατάλογο «Παγκόσμιας Πολιτιστικής Κληρονομιάς» το 1985;
- Το νερό στην αρχαία εποχή και σήμερα ως παράγοντας ευημερίας.
- Το κόστος του έργου με σημερινές τιμές.





Κεφάλαιο 8ο

Πράξεις με μεικτές αριθμητικές παραστάσεις



Μαθαίνω τη χλώσσα των αριθμών

Άσκηση 1η

Να υπολογίσετε με την ομάδα σας τις παρακάτω αριθμητικές παραστάσεις:

$3 \cdot (5 + 4) \cdot 6 =$	$5,6 \cdot 4 + (6,7 - 0,7) \cdot 9 - 7 \cdot (8,2 + 1,8) =$	$839 - 319 + 200 : 20 \cdot 15 =$
$6 : 6 + 7 \cdot 3 - 4 \cdot 4 =$	$6 \cdot (2 + 15) - 12 : 4 + 6 \cdot 2 + 15 =$	$2 + 2 \cdot 3 - 2 : 2 \cdot (4 - 3) + 1 =$

Άσκηση 2η

Να βρείτε με δυο τρόπους την τιμή των παραστάσεων:

$45,7 \cdot (56 + 44) =$ α' τρόπος β' τρόπος	$(675 - 120) : 15 =$ α' τρόπος β' τρόπος	$25,4 \cdot (4,5 - 2,5) =$ α' τρόπος β' τρόπος
--	--	--

Άσκηση 3η

Συμπλήρωσε τις παραστάσεις με τις παρενθέσεις που λείπουν για να ισχύουν οι ισότητες:

$3 - 2 - 1 = 2$	$4,5 + 5,5 \cdot 10 = 100$	$42 : 4 + 3 \cdot 2 = 12$
-----------------	----------------------------	---------------------------

Πρόβλημα 1ο «Η κρυφή συνταγή»

Ο αρχιμάγειρας Ανρί έχει «κρύψει» την ποσότητα για κάθε υλικό του διάσημου μους του σε αριθμητικές παραστάσεις, γιατί πιστεύει πως οι ανταγωνιστές του προσπαθούν να του κλέψουν τη συνταγή. Στον πίνακα βλέπετε τον κατάλογο των συστατικών, όπως τον έγραψε ο Ανρί. Μπορείτε να υπολογίσετε τις αριθμητικές παραστάσεις για να ανακαλύψετε την ποσότητα κάθε υλικού για 4 μερίδες μους;

Σοκολάτα (γρ)	$(4 + 5) \cdot (18 + 7) + 25$	=	
Βανίλια (γρ)	$100 : 25 : 4$	=	
Βούτυρο (κουταλιές)	$15 - 3 \cdot 2 - 1$	=	
Αβγά	$58 - 6 \cdot 9$	=	
Ζάχαρη (κούπες)	$6 \cdot 2 : (2 + 4)$	=	
Κρέμα γάλακτος (γρ)	$28 \cdot (20 - 10) - 55$	=	

Πρόβλημα 2ο

Η Γεωργία, η Αθηνά, η Σμαρώ και η Κατερίνα πήγαν το Σάββατο το μεσημέρι στην πιτσαρία της γειτονιάς τους. Παρήγγειλαν 2 πίτσες, 2 μακαρονάδες, 1 φυσικό χυμό, 3 αναψυκτικά και 4 παγωτά. Στο τέλος μοιράστηκαν τον λογαριασμό. Συμβουλευέψου τον τιμοκατάλογο και υπολόγισε με μια αριθμητική παράσταση πόσο πλήρωσε η καθεμία.

Τιμοκατάλογος	
Πίτσα	4,60 €
Μακαρονάδα	3,90 €
Αναψυκτικά	0,90 €
Φυσικός χυμός	1,30 €
Παγωτό	1,25 €

Λύση

Απάντηση:

Δραστηριότητα με προεκτάσεις: «Νερό, το πιο πολύτιμο αγαθό»

Μαγείρεμα, καθάρισμα, πότισμα, πλύσιμο... το νερό είναι απαραίτητο κάθε μέρα στους ανθρώπους σε κάθε γωνιά της γης. Το ξοδεύουμε όμως με σύνεση; Μελετήστε τον πίνακα και απαντήστε.

Ενεργώ απερίσκεπτα	Λίτρα
Μπάνιο σε γεμάτη μπανιέρα	180
Πλύσιμο δοντιών (η βρύση ανοιχτή)	20
Πλύσιμο πιάτων στο χέρι (24ωρο)	150
Πλυντήριο πιάτων (πλήρες πρόγρ.)	40
Πλυντήριο ρούχων (πλήρες πρόγρ.)	80
Ξύρισμα (βρύση συνεχώς ανοιχτή)	20
Πλύσιμο αυτοκινήτου με λάστιχο	180
Βρύση που στάζει (24ωρο)	144
Καζανάκι χωρίς ειδική σακούλα	10

Ενεργώ με περίσκεψη	Λίτρα
Ντους (κλειστό στο σαπούνισμα)	30
Πλύσιμο δοντιών (η βρύση κλειστή)	0,5
Πλύσιμο-ξέβγαλμα στον νεροχύτη	25
Πλυντ. πιάτων (οικονομικό πρόγρ.)	22
Πλυντ. ρούχων (οικονομικό πρόγρ.)	45
Ξύρισμα (νερό όταν χρειάζεται)	3
Πλύσιμο αυτοκινήτου με κουβά	60
Βρύση που δεν στάζει	0
Καζανάκι με ειδική σακούλα	7
Καζανάκι 2 ταχυτήτων	3 ή 6

Πηγή: ΕΥΑΘ 2004, ΔΕΥΑΚ 2004

Με βάση τις παραπάνω πληροφορίες μπορείς να υπολογίσεις χρησιμοποιώντας αριθμητικές παραστάσεις;

α) Το νερό που ξοδεύεις εσύ σε μια εβδομάδα;

.....

β) Το νερό που ξοδεύει η οικογένειά σου σε μια εβδομάδα;

.....



Θέματα για διερεύνηση και συζήτηση

- Επαρκούν τα 150 λίτρα νερό την ημέρα για τις ανάγκες της σύγχρονης οικογένειας;
- Οι ανάγκες μας για νερό στο μέλλον θα αυξηθούν ή θα ελαττωθούν;
- Τι γίνεται το νερό που χρησιμοποιούμε;
- Ο ρόλος των φυτών στο νερό...

Μια μικρή έρευνα:

Σύμφωνα με στοιχεία από την εταιρεία ύδρευσης της περιοχής σας υπολογίστε την κατανάλωση νερού ανά οικογένεια.





Κεφάλαιο 9ο

Λύνω σύνθετα προβλήματα των 4 πράξεων

Μιλώ τη γλώσσα των αριθμών



Πρόβλημα 1ο

Ο Παναγιώτης χρωστά σε δύο συμμαθητές του το ίδιο χρηματικό ποσό. Παρατηρεί ότι με τα χρήματα που έχει, αν εξοφλήσει τον έναν, θα του περισσέψουν 2,30 €. Όμως, για να εξοφλήσει και τον δεύτερο, του χρειάζονται ακόμη 1,70 €. Πόσα χρήματα έχει;

Λύση



Απάντηση:

Πρόβλημα 2ο

Ο Φίλιππος θέλει να αγοράσει τρία αυτοκίνητα-μινιατούρες, το καθένα από τα οποία κοστίζει 3,6 €. Έχει ήδη συγκεντρώσει 8 €. Σε πόσες ημέρες θα συγκεντρώσει όλο το ποσό, αν μπορεί να αποταμιεύει 0,2 € την ημέρα;

Λύση



Απάντηση:

Πρόβλημα 3ο

Ο Κωνσταντίνος δίνει στον Θωμά τις μισές κάρτες της συλλογής του. Εκείνος με τη σειρά του δίνει τις μισές από αυτές που πήρε στον Δημήτρη. Ο Δημήτρης κρατάει 10 και χαρίζει τις υπόλοιπες 8. Πόσες κάρτες είχε ο Κωνσταντίνος;

Λύση



Απάντηση:



Πρόβλημα 4ο

Ο κύριος Κατσαρίδης πρόκειται να αγοράσει ένα αυτοκίνητο αξίας 5.800 €. Ο έμπορος του προσφέρει τις εξής επιλογές: να πληρώσει το συνολικό ποσό σε μετρητά ή να δώσει 1.000 € προκαταβολή και 24 δόσεις των 230 €. Πόσο θα πληρώσει περισσότερο αν αποφασίσει να το αγοράσει με δόσεις;

Λύση



Απάντηση:

Δραστηριότητα με προεκτάσεις: «Η μεγαλύτερη κρεμαστή γέφυρα του κόσμου»

Από το τέλος του 2004 η χώρα μας έχει τη μεγαλύτερη σε μήκος κρεμαστή γέφυρα στον κόσμο. Πρόκειται για τη γέφυρα που συνδέει το Ρίο με το Αντίρριο. Πριν από την κατασκευή της γέφυρας 2 εκατομμύρια αυτοκίνητα τον χρόνο που μετέφεραν 6 εκατομμύρια επιβάτες περνούσαν από την Πελοπόννησο στη Στερεά Ελλάδα με πλοία. Η διαδρομή διαρκούσε 45 λεπτά και πολλές φορές λόγω του κακού καιρού τα πλοία έμεναν δεμένα. Η γέφυρα άρχισε να κατασκευάζεται το 1998 και τελείωσε το 2004.

Η κυρίως γέφυρα είναι καλωδιωτή (κρέμεται σε συρματοσχοίνα) και στηρίζεται σε 4 πυλώνες (κολώνες), το ύψος των οποίων επάνω από τη στάθμη της θάλασσας φθάνει τα 159 μ. και το βύθισμά τους από 44 έως 62 μ. κάτω από τη στάθμη της θάλασσας. Η γέφυρα έχει τρία κεντρικά ανοίγματα των 560 μ. και δύο ακραία των 305 μ. Για να συνδεθεί με το οδικό δίκτυο κατασκευάστηκαν στα δύο άκρα της γέφυρες πρόσβασης. Οι γέφυρες πρόσβασης έχουν μήκος 378 μ. στην πλευρά του Ρίου και 252 μ. στην πλευρά του Αντιρρίου.



- α) Να υπολογίσετε το συνολικό μήκος της γέφυρας (μαζί με τις γέφυρες πρόσβασης).
- β) Να υπολογίσετε τον χρόνο (σε δευτερόλεπτα) που θα κάνει ένα αυτοκίνητο για να διασχίσει τη γέφυρα κινούμενο με ταχύτητα 36 χιλιομέτρων την ώρα.
- γ) Να υπολογίσετε πόσο πρέπει να χρεώνεται για διόδια η διέλευση κάθε αυτοκινήτου από τη γέφυρα, αν ισχύουν οι ακόλουθες προϋποθέσεις:
- Η συνολική δαπάνη του έργου ανέρχεται σε 588 εκατομμύρια €.
 - Ο αριθμός των αυτοκινήτων που περνούν απέναντι με τη γέφυρα έχει διπλασιαστεί σε σχέση με τον αριθμό των αυτοκινήτων που χρησιμοποιούσαν τα πλοία.
 - Η απόσβεση του ποσού κατασκευής της γέφυρας έχει οριστεί να γίνει σε 20 χρόνια.



Θέμα για διερεύνηση και συζήτηση

- Ωφέλησε η γέφυρα τις δύο περιοχές που συνδέει;

Κεφάλαιο 10ο

Η χρήση του υπολογιστή τσέπης



Ένα μηχάνημα που μιλάει μαθηματικά μαζί μου

Άσκηση 1η

Στην παρακάτω εικόνα να ενώσεις με μια γραμμή τα πλήκτρα του υπολογιστή τσέπης με τα ονόματά τους:

Εισαγωγή αριθμού στην αθροιστική μνήμη
Εμφάνιση περιεχομένου μνήμης
Καθαρισμός (άδειασμα) της μνήμης
Καθαρισμός οθόνης



Πλήκτρο πολλαπλασιασμού
Πλήκτρο πρόσθεσης
Πλήκτρο διαίρεσης
Πλήκτρο αφαίρεσης

Άσκηση 2η

Κάνε μια πράξη στον υπολογιστή τσέπης, ώστε να αλλάξει το ψηφίο που είναι υπογραμμισμένο με αυτό που δίνεται στην παρένθεση, χωρίς να αλλάξουν τα υπόλοιπα ψηφία του αριθμού και σημείωσε την πράξη που έκανες.

3. <u>7</u> 89 (9)	5 <u>6</u> .000 (1)	23, <u>5</u> 5 (0)
.....
9. <u>9</u> 99(0)	0, <u>2</u> 4(5)	1. <u>0</u> 00.000 (2)
.....

Άσκηση 3η

Κάνε μια πράξη στον υπολογιστή τσέπης (και σημείωσε τη μετά) ώστε:

το 103 να γίνει 1.030	το 9,45 να γίνει 94,5	το 5.620 να γίνει 56,2
.....

Τι πρέπει να κάνουμε για να:

γίνει πάλι 103	γίνει πάλι 9,45	γίνει πάλι 5.620
.....

Πρόβλημα 1ο

Η Γη κατά την περιφορά της γύρω από τον Ήλιο διανύει σε έναν μήνα 75.168.720 χιλιόμετρα. Υπολόγισε με τον υπολογιστή τσέπης πόσα χιλιόμετρα διανύει την ημέρα.

Λύση



Απάντηση:

Πρόβλημα 2ο

Στον διπλανό πίνακα φαίνεται ο μέσος όρος των ετήσιων εξόδων ενός νοικοκυριού στην Ελλάδα κατά κατηγορία εξόδων για το έτος 1999.

Βρες με τη βοήθεια του υπολογιστή τσέπης το σύνολο των χρημάτων που ξόδεψε κάθε οικογένεια για όλες τις ανάγκες της κατά τη διάρκεια του έτους. Μετά υπολόγισε το ποσό των μηνιαίων εξόδων.

Ετήσιες δαπάνες νοικοκυριών στην Ελλάδα (σε €)	
Είδη διατροφής και μη οινοπνευματώδη ποτά	2.887,35
Οινοπνευματώδη ποτά και καπνός	607,13
Είδη ένδυσης και υπόδησης	1.547,30
Στέγαση, ύδρευση, καύσιμα και φωτισμός	1.676,62
Διαρκή αγαθά οικιακής χρήσης, οικιακά είδη άμεσης κατανάλωσης και υπηρεσίες	1.349,23
Υγεία	1.131,57
Μεταφορές	2.020,82
Επικοινωνίες	586,49
Αναψυχή και πολιτισμός	816,07
Εκπαίδευση	464,21
Ξενοδοχεία, καφεενεία και εστιατόρια	1.552,83
Διάφορα αγαθά και υπηρεσίες	1.958,42

Πηγή: ΕΣΥΕ 2003 - Η Ελλάδα με αριθμούς.

Απάντηση:

Πρόβλημα 3ο

Μια αλυσίδα καταστημάτων γρήγορου φαγητού απασχολεί 8 ωρομίσθιους υπαλλήλους σε καθένα από τα 5 καταστήματά της. Οι υπάλληλοι πληρώνονται 4,5 € την ώρα και δουλεύουν 8 ώρες τη μέρα, 20 μέρες τον μήνα. Πόσα είναι τα έξοδα της επιχείρησης για μισθοδοσία κάθε μήνα; Πόσα είναι κάθε χρόνο;

Λύση



Απάντηση:

Δραστηριότητα με προεκτάσεις: «Γιατί οι ζωντανοί οργανισμοί κοιμούνται;»

Ενώ η απάντηση στην ερώτηση «γιατί οι ζωντανοί οργανισμοί χρειάζονται τροφή και νερό» είναι σαφής και εύκολη, η απάντηση στην ερώτηση «γιατί χρειάζονται ύπνο» είναι δυσκολότερη και προϋποθέτει διερεύνηση. Ένας ειδικός επιστήμονας θα μας πει με απλά λόγια ότι ο ύπνος είναι μια διαδικασία που ξεκουράζει και «επισκευάζει» τις βλάβες των κυττάρων από τη διαδικασία του μεταβολισμού. Είναι τόσο απαραίτητος ώστε, ενώ η έλλειψη φαγητού οδηγεί στον θάνατο σε μερικούς μήνες, η έλλειψη ύπνου μόλις σε 2 εβδομάδες. Για τον λόγο αυτό όλοι κοιμόμαστε περίπου 8 ώρες την ημέρα.

Μπορείς να υπολογίσεις πόσες ημέρες (24ωρα), μήνες και χρόνια έχεις κοιμηθεί ως τώρα;

Θέματα για διερεύνηση και συζήτηση

- Η χρησιμότητα του ύπνου και ο ρόλος της ανάπαυσης στη ζωή μας.
- Ο ύπνος στο ζωικό βασίλειο: Πόσες ώρες κοιμούνται τα διάφορα ζώα;
- Τι είναι η «χειμερία νάρκη»;





Κεφάλαιο 110

Στρογγυλοποίηση φυσικών και δεκαδικών αριθμών



Πρόχειροι λογαριασμοί

Άσκηση 1η

Στρογγυλοποίησε στις δεκάδες όσους από τους παρακάτω αριθμούς επιτρέπεται:

A.Φ.Μ.: 1011121314	TAX. ΚΩΔ.: 543 52	Υψόμετρο: 2.917 μέτρα
Βάρος: 248 τόνοι	Τηλ.: 6945 046080	Απόσταση: 631 χλμ.

Άσκηση 2η

Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζεται η τηλεθέαση διάφορων εκπομπών κατά την Κυριακή 28/12/2003. Στρογγυλοποίησε τους αριθμούς σε χιλιάδες θεατών.

Είδος εκπομπής	Σύνολο τηλεθεατών	Στρογγυλοποίηση
Τηλεπαιχνίδια reality	2.678.342	
Ειδήσεις	2.332.486	
Ταινίες	1.858.765	
Ντοκιμαντέρ	556.511	

Πηγή: AGB Yearbook 2003

Άσκηση 3η

Στρογγυλοποίησε τις παρακάτω μετρήσεις στα εκατοστόμετρα:

12,028 μ.	1,655 μ.	1.385, 148 μ.
0,906 μ.	9,011 μ.	26,244 μ.

Στρογγυλοποίησε το μήκος των μεγαλύτερων ποταμών στο ψηφίο των εκατοντάδων:

Νείλος	6.695 χλμ.	
Μισισιπής	6.619 χλμ.	
Αμαζόνιος	6.516 χλμ.	
Γιανκ Τσε	6.380 χλμ.	

Πρόβλημα 1ο

Αν για 4 βιβλία πληρώσαμε 51 €, πόσο περίπου κοστίζει κάθε βιβλίο;

Λύση



Απάντηση:



Πρόβλημα 2ο

Για να περιφράξουμε ένα τετράγωνο οικόπεδο με πλευρά 78 μέτρα, πόσα μέτρα σύρματος χρειάζονται περίπου;

Λύση

Απάντηση:



Πρόβλημα 3ο

Αγοράσαμε έναν υπολογιστή που κοστίζει 885,99 € σε 9 μηνιαίες δόσεις. Κάνοντας μια γρήγορη εκτίμηση ποιο είναι το ποσό που πρέπει να πληρώσουμε σε κάθε δόση;

Λύση

Απάντηση:

Δραστηριότητα με προεκτάσεις: «Ο πληθυσμός της Γης»

(Υπολογίζοντας με στρογγυλοποιημένους αριθμούς στο δισεκατομμύριο!)

Το 1804 ο πληθυσμός της Γης έφτασε το 1 δισεκατομμύριο κατοίκους.

Το 1927 (123 χρόνια μετά) τα 2 δισεκατομμύρια κατοίκους.

Το 1960 (33 χρόνια μετά) τα 3 δισεκατομμύρια κατοίκους.

Στις 12 Οκτωβρίου 1999 έφτασε τα 6 δισεκατομμύρια κατοίκους.

Είναι φανερό ότι ο πληθυσμός της Γης αυξάνεται τώρα με αλματώδη ταχύτητα, αφού από το 1960 μέχρι το 1999 αυξήθηκε κατά 3 δισεκατομμύρια άτομα.

Σύμφωνα με τα τελευταία στοιχεία, υπολογίστε κάθε πόσα χρόνια αυξάνεται κατά 1 δισεκατομμύριο και πότε θα φτάσει τα 7 δισεκατομμύρια κατοίκους.

Λύση



Απάντηση:

Θέματα για διερεύνηση και συζήτηση

- Ποιες είναι οι αιτίες της αλματώδους αύξησης του πληθυσμού της Γης τα τελευταία 50 χρόνια;
- Τι επίπτωση θα έχει στη ζωή μας, ακόμη ένα δισεκατομμύριο άνθρωποι στον πλανήτη;
- Σύμφωνα με τα στοιχεία της δραστηριότητας 1, θα έπρεπε κάποιες χώρες να ευαισθητοποιηθούν προκειμένου να μειωθεί η ταχύτητα αύξησης του συνολικού πληθυσμού της Γης;
- Κατά πόσο επηρεάζει το σύνολο του πληθυσμού της Γης ο πληθυσμός της Ελλάδας;



Κεφάλαιο 120 Διαιρέτες ενός αριθμού – Μ.Κ.Δ. αριθμών



Μπαίνεις μόνο αν χωράς ακριβώς

Άσκηση 1η

Κάνε με τον νου τις παρακάτω διαιρέσεις και σημείωσε με ένα ✓ αυτές που είναι τέλειες:

48 : 2	48 : 3	48 : 4	48 : 5	48 : 6	48 : 7	48 : 8	48 : 9
45 : 2	45 : 3	45 : 4	45 : 5	45 : 6	45 : 7	45 : 8	45 : 9

Γράψε όλους τους διαιρέτες:

- Για το 48:.....
- Για το 45:



Άσκηση 2η

Γράψε:

- τους διαιρέτες του 18:
- τους διαιρέτες του 36:
- τους κοινούς διαιρέτες του 18 και του 36:
- το Μ.Κ.Δ. (18, 36):

Άσκηση 3η

Ποιος είναι ο Μ.Κ.Δ. των αριθμών 12, 8 και 30;

.....

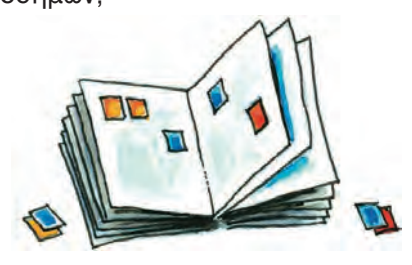
.....

.....

Πρόβλημα 1ο

Έχω 225 γραμματόσημα και θέλω να τα τακτοποιήσω σε άλμπουμ. Κάθε σελίδα χωρά μέχρι 30 γραμματόσημα. Πόσα το πολύ γραμματόσημα μπορώ να βάλω ώστε να χρησιμοποιήσω τις λιγότερες σελίδες και σε όλες τις σελίδες να υπάρχει ο ίδιος αριθμός γραμματοσήμων;

Λύση



Απάντηση:

Πρόβλημα 2ο

Τα παιδιά της Στ' τάξης θέλουν να διακοσμήσουν την αίθουσα τελετών του σχολείου τους με στήλες από χρωματιστά μπαλόνια. Έχουν 30 κόκκινα, 45 κίτρινα και 50 πράσινα μπαλόνια. Θέλουν να φτιάξουν όσο το δυνατόν περισσότερες όμοιες στήλες με χρωματιστά μπαλόνια. Πόσα μπαλόνια από κάθε χρώμα θα βάλουν σε κάθε στήλη χωρίς να τους περισσέψει κανένα;

Λύση



Απάντηση:

Πρόβλημα 3ο

Η χορωδία του Μουσικού Γυμνασίου Σερρών αποτελείται από 60 υψίφωνους, 120 μέσους και 40 βαθύφωνους. Πόσες το πολύ όμοιες ομάδες μπορούμε να σχηματίσουμε, ώστε να τραγουδήσουν σε πολλά σχολεία για τη γιορτή της 28ης Οκτωβρίου; Πόσους υψίφωνους, μέσους και βαθύφωνους θα έχει κάθε ομάδα;

Λύση



Απάντηση:

Δραστηριότητα με προεκτάσεις: «Βοήθεια σε σεισμοπαθείς»

Στις 26 Δεκεμβρίου του 2003 ο καταστροφικός σεισμός που έγινε στο Ιράν, στην πόλη Βαμ, κατέστρεψε σχεδόν όλα τα σπίτια της πόλης και άφησε δεκάδες χιλιάδες άστεγους. Για να ανακουφίσουν τον πόνο των σεισμοπαθών όλες οι χώρες του κόσμου πρόσφεραν βοήθεια σε τρόφιμα, φάρμακα και είδη πρώτης ανάγκης. Για τον σκοπό αυτό πολλά σχολεία της χώρας μας συγκέντρωσαν τρόφιμα και είδη πρώτης ανάγκης. Οι μαθητές και οι δάσκαλοι του Δημοτικού Σχολείου Βάρδας Ηλείας συγκέντρωσαν 96 κιλά αλεύρι, 24 κιλά ζάχαρη και 72 κιλά ρύζι. Οι μαθητές της Στ' τάξης προσπαθούν να υπολογίσουν πώς μπορούν να κάνουν όμοια πακέτα, το καθένα από τα οποία θα περιλαμβάνει ρύζι, ζάχαρη και αλεύρι, ώστε να βοηθήσουν όσο το δυνατόν περισσότερες οικογένειες σεισμοπαθών.

Λύση



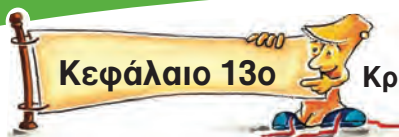
Φωτογραφία: Reuters

Απάντηση:

Θέματα για διερεύνηση και συζήτηση

- Θα βελτιώσει τη ζωή των ανθρώπων που θα την παραλάβουν η μικρή βοήθεια των παιδιών;
- Υπάρχουν διεθνείς οργανώσεις που να προσφέρουν βοήθεια σε τέτοιες περιπτώσεις;
- Εξαιρετικά στοιχεία φιλοξενούνται στη διεύθυνση www.unesco.org





Κεφάλαιο 13ο

Κριτήρια διαιρετότητας



Μάντεψε τον μυστικό κανόνα μου

Άσκηση 1η

Εξέτασε σύμφωνα με τα κριτήρια διαιρετότητας τις παρακάτω διαιρέσεις και σημείωσε ΝΑΙ ή ΟΧΙ σε κάθε στήλη:

ΔΙΑΙΡΕΤΗΣ ►	2	3	4	5	9	10	25
ΑΡΙΘΜΟΙ ▼							
11.250							
5.645							
131							
4.590							
842							
920.310							
1.684							

Γράψε αυτούς που διαιρούνται συγχρόνως με το 2, το 3 και το 5:

Γράψε αυτούς που διαιρούνται συγχρόνως με το 4, το 10 και το 25:

Άσκηση 2η

Γράψε 5 αριθμούς που διαιρούνται με:

- το 2:
- το 3:
- το 4:
- το 5:



Άσκηση 3η

Κύκλωσε όσους από τους παρακάτω αριθμούς διαιρούνται ταυτόχρονα με το 2, το 4 και το 9:

100	302	815	150	925	300
3.600	8.136	8.082	1.306	5.127	9.246

Πρόβλημα 1ο

Στο σχολείο μας φοιτούν 153 μαθητές και θα πάρουν όλοι μέρος στην κατάθεση στεφάνου. Πώς είναι δυνατόν να παραταχθούν;

Λύση

Απάντηση:



Πρόβλημα 2ο

Αν έχουμε να βάλουμε 355 κιλά κρασιού σε δοχεία των 3 κιλών, θα γεμίσουν όλα τελείως;

Λύση

Απάντηση:



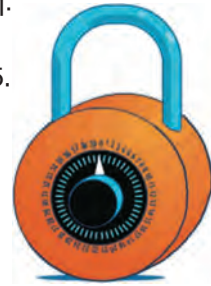
Πρόβλημα 3ο

Έχω μια κλειδαριά που έχει 40 αριθμούς - από το 0 έως το 39 - και λειτουργεί με συνδυασμό τριών αριθμών. Για να ξεκλειδώσει πρέπει να ξεκινήσω από το μηδέν, να γυρίσω δεξιά στον πρώτο αριθμό, μετά αριστερά στον δεύτερο και τέλος δεξιά στον τρίτο. Για να θυμάμαι τους αριθμούς μου έχω γράψει πίσω από την κλειδαριά τον εξής μυστικό κανόνα: $123 + 2235 + 249$, δηλαδή:

- πρώτος αριθμός είναι μονοψήφιος (1) και διαιρείται με τους αριθμούς 2 και 3.
- δεύτερος αριθμός είναι διψήφιος (2) και διαιρείται με τους αριθμούς 2, 3 και 5.
- τρίτος αριθμός είναι διψήφιος (2) και διαιρείται με τους αριθμούς 4 και 9.

Μπορείς να βρεις τους τρεις αριθμούς του συνδυασμού;

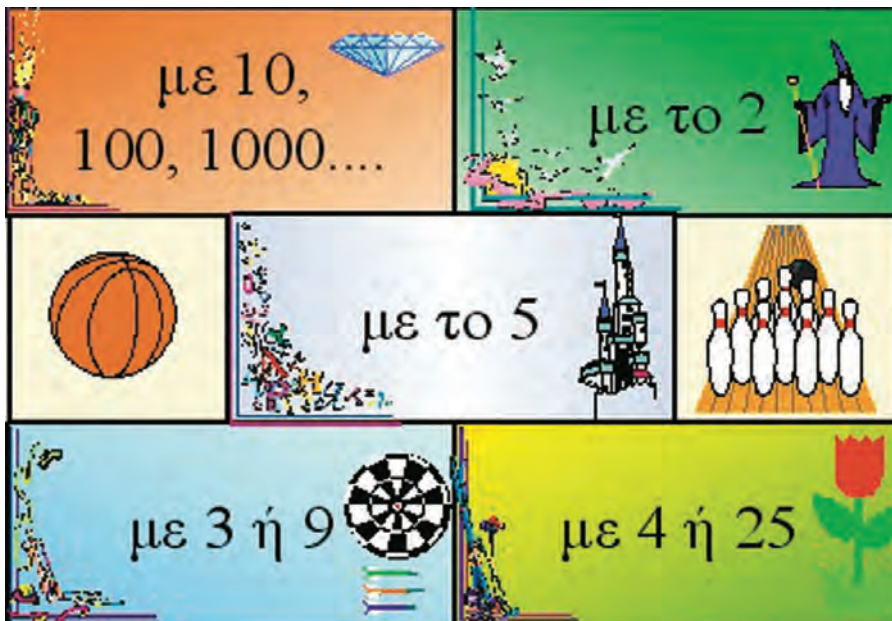
Λύση



Απάντηση:

Δραστηριότητα με προεκτάσεις: «Κατασκευή αφίσας με τα κριτήρια διαιρετότητας»

Σε χαρτί κανσόν διαστάσεων 70x100 εκατοστά γράφουμε τα κριτήρια διαιρετότητας ως εξής: Κάθε ομάδα ετοιμάζει σε ένα χαρτόνι διαστάσεων 50x23 εκατοστά ένα κριτήριο διαιρετότητας. Η ομάδα εκφράζει το κριτήριο με δικά της λόγια και δίνει τη δική της εικαστική άποψη στην απόδοση του κριτηρίου αυτού. Τα χαρτόνια των ομάδων θα κολληθούν στο μεγάλο χαρτόνι και το σύνολο θα κρεμαστεί στην αίθουσα.



Κεφάλαιο 14ο

Πρώτοι και σύνθετοι αριθμοί

Είμαστε και οι πρώτοι!



Άσκηση 1η

Βρες αν οι παρακάτω αριθμοί είναι πρώτοι ή σύνθετοι. Εξέτασε πρώτα σύμφωνα με τα κριτήρια διαιρετότητας των αριθμών 2, 3 και 5 ή κάνε τη διαίρεση με το 7. Πόσους διαιρέτες χρειάζεται να βρεις για έναν αριθμό προκειμένου να τον κατατάξεις στους σύνθετους;

ΔΙΑΙΡΕΤΗΣ ►	100	181	224	263	285	311	411
ΑΡΙΘΜΟΙ ▼							
2							
3							
5							
7							

- Γράψε τους πρώτους:.....
- Γράψε τους σύνθετους:.....

Άσκηση 2η

Γράψε καθέναν από τους παρακάτω αριθμούς ως γινόμενο δύο παραγόντων:

10:	35:	48:	54:
63:	72:	81:	93:

Άσκηση 3η

- Γράψε 10 πρώτους αριθμούς:
- Γράψε 10 σύνθετους αριθμούς:

Πρόβλημα 1ο

Ένας δάσκαλος, όταν ρωτήθηκε πόσων χρονών ήταν, απάντησε: «Η ηλικία μου σε χρόνια είναι πρώτος αριθμός αλλά, αν αντιστραφούν τα ψηφία, διαιρείται με το 5 και ελπίζω να ζήσω τόσα χρόνια!». Πόσων ετών είναι ο δάσκαλος;

Λύση

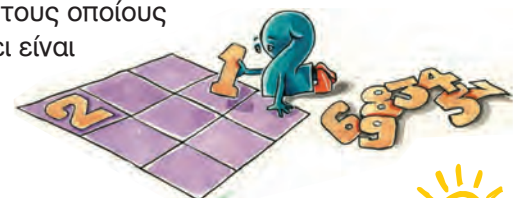
Απάντηση:



Πρόβλημα 2ο

Ποιο είναι το μεγαλύτερο πιθανό γινόμενο δύο πρώτων αριθμών από τους οποίους ο καθένας είναι μικρότερος από το 100; Το γινόμενο που θα προκύψει είναι πρώτος αριθμός;

Λύση



Απάντηση:

Πρόβλημα 3ο

Χρησιμοποιώντας τους αριθμούς 1 έως 9, μία φορά τον καθένα, τοποθετήστε αυτούς που λείπουν στα κελιά του τετραγώνου που ακολουθεί, έτσι ώστε οι αριθμοί, όταν προσθέτονται σε κάθε σειρά ή σε κάθε στήλη, να έχουν άθροισμα έναν πρώτο αριθμό. (π.χ. στην πρώτη σειρά το άθροισμα να είναι ίσο με 13). Πόσες διαφορετικές λύσεις μπορείτε να βρείτε;

2			13
	4	9	
5			

Απάντηση:

Δραστηριότητα με προεκτάσεις: «Μυστικοί κώδικες και κρυπτογραφία»

Ο Ιούλιος Καίσαρας επινόησε έναν απλό κρυπτογραφικό κώδικα προκειμένου να επικοινωνεί με τους στρατηγούς του με μηνύματα που δεν θα ήταν δυνατόν να τα διαβάσουν οι εχθροί του. Ο κώδικας βασιζόταν στην αντικατάσταση κάθε γράμματος του αλφαβήτου με κάποιο άλλο, όχι όμως επιλεγμένο τυχαία αλλά με βάση έναν μυστικό αριθμό. Πολλοί σύγχρονοι κρυπτογραφικοί κώδικες είναι βασισμένοι σε έναν ή σε γινόμενο από πρώτους αριθμούς. Η τεχνική της κωδικοποίησης είναι απλή. Ας δούμε ένα παράδειγμα:

Κοιτάξτε στον ακόλουθο πίνακα το ελληνικό αλφάβητο. Στην πράσινη γραμμή εμφανίζεται όπως το γνωρίζουμε και το χρησιμοποιούμε. Στην καφετιά γραμμή μετατοπίσαμε τα γράμματα κατά 3 θέσεις προς τα δεξιά. Έτσι το Α έγινε Χ, το Β έγινε Ψ κ.λπ. (Αυτή είναι η κωδικοποίηση 3Δ, δηλαδή 3 θέσεις δεξιά).

A	B	Γ	Δ	E	Z	H	Θ	I	K	Λ	M	N	Ξ	O	Π	P	Σ	T	Υ	Φ	Χ	Ψ	Ω
Χ	Ψ	Ω	A	B	Γ	Δ	E	Z	H	Θ	I	K	Λ	M	N	Ξ	O	Π	P	Σ	T	Υ	Φ

Με την κωδικοποίηση (3Δ), αντί να γράψουμε Α, γράφουμε Χ, αντί του Β γράφουμε Ψ κ.λπ. Για παράδειγμα, η λέξη ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ θα γίνει ΙΧΕΔΙΧΠΖΗΧ.

Με το γινόμενο ποιων πρώτων αριθμών η κωδικοποίηση της λέξης ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ γίνεται ΠΕΜΛΠΕΨΝΞΕ;

Δημιουργήστε μια δική σας κωδικοποίηση πολλαπλασιάζοντας πρώτους αριθμούς μεταξύ τους και γράψτε τα ονόματά σας κωδικοποιημένα. Μετά ανταλλάξτε τα ονόματά σας με τα ονόματα κάποιας άλλης ομάδας και προσπαθήστε να βρείτε την κωδικοποίηση.



Μπορείτε να εξηγήσετε τι δείχνει το σχέδιο;

Θέματα για διερεύνηση και συζήτηση

- Ποιες ανάγκες έκαναν τους ανθρώπους να επινοήσουν την κρυπτογραφία;
- Χρησιμοποιείται η κρυπτογραφία σήμερα;
- Εφαρμόζεται η κρυπτογραφία στους αριθμούς;



Κεφάλαιο 150

Παραγοντοποίηση φυσικών αριθμών



Δέντρα με αριθμούς

Άσκηση 1η

Κύκλωσε στη στήλη κάτω από κάθε σύνθετο αριθμό τη **σωστή ανάλυσή** του σε πρώτους παράγοντες:

36	63	67	70	78	84	91
$2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$	$2 \cdot 3 \cdot 21$	$1 \cdot 67$	$7 \cdot 10$	$2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7$	$7 \cdot 12$	$1 \cdot 91$
$2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$	$7 \cdot 9$	$3 \cdot 17$	$5 \cdot 14$	$2 \cdot 3 \cdot 13$	$4 \cdot 21$	$3 \cdot 29$
$2 \cdot 18$	$3 \cdot 21$	$3 \cdot 19$	$2 \cdot 5 \cdot 7$	$2 \cdot 3 \cdot 17$	$2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7$	$7 \cdot 13$
$3 \cdot 12$	$3 \cdot 3 \cdot 7$	$7 \cdot 19$	$2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 7$	$2 \cdot 39$	$2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7$	$13 \cdot 17$

Άσκηση 2η

Υπολόγισε με τον νου και γράψε κάθε αριθμό ως γινόμενο **πρώτων** παραγόντων:

10:	30:	50:	70:
20:	40:	60:	80:

Άσκηση 3η

Συνέχισε το «δεντροδιάγραμμα» και γράψε μετά για κάθε αριθμό την ανάλυσή του σε γινόμενο πρώτων παραγόντων:

210 ■ ■	350 ■ ■	730 ■ ■
---------------	---------------	---------------

210 = 350 = 730 =

Άσκηση 4η

Ανέλυσε τους παρακάτω σύνθετους αριθμούς σε γινόμενο πρώτων παραγόντων με τη μέθοδο των διαδοχικών διαιρέσεων και γράψε μετά για κάθε αριθμό την ανάλυσή του:

96	2	405		675		291		87
----	---	-----	--	-----	--	-----	--	----

96 = 405 = 675 = 291 = 87 =



Πρόβλημα 1ο

Αν γράψουμε το 100 ως γινόμενο πρώτων παραγόνων, πόσα 2 και πόσα 5 θα υπάρχουν στο γινόμενο; (βρες τη λύση με ανάλυση ή με τον νου)

Λύση



Απάντηση:

Πρόβλημα 2ο

Το 11 είναι παράγοντας του αριθμού 2.310. Ποιους άλλους παράγοντες έχει ο αριθμός αυτός;

Λύση

Απάντηση:

Δραστηριότητα με προεκτάσεις: «Αφίσα με τους 24 πρώτους αριθμούς»

Τα παιδιά θέλησαν να φτιάξουν μια αφίσα με τους 24 πρώτους αριθμούς. Το μέγεθος της αφίσας συμφωνήθηκε να είναι 6 x 4 σελίδες φωτοτυπικού χαρτιού. Χωρίστηκαν σε 3 ομάδες (ροζ, πορτοκαλί, γαλάζια). Κάθε ομάδα χωρίστηκε σε 2 υπο-ομάδες που η καθεμιά θα ετοίμαζε ένα κομμάτι 2 x 2 σελίδων. Όταν συναντήθηκαν για να συναρμολογήσουν το έργο τους, υπήρχαν 3 ομαδικά έργα. Κάθε έργο αποτελούνταν από 2 μέρη, με κάθε μέρος να αποτελείται από 4 σελίδες. Στο σχέδιο φαίνεται το τελικό συναρμολογημένο έργο. Χρησιμοποιώντας μόνο πρώτους αριθμούς (ως παράγοντες) απαντήστε στα παρακάτω ερωτήματα:

- Πόσες σελίδες καλύπτει το καθένα από τα δύο μέρη της μιας ομάδας; (Να το γράψετε ως γινόμενο παραγόντων.)

.....

- Πόσες σελίδες καλύπτει το συνολικό έργο κάθε ομάδας; (Να το γράψετε ως γινόμενο παραγόντων.)

.....

- Πόσες σελίδες καλύπτει το συνολικό έργο και των τριών ομάδων; (Να το γράψετε ως γινόμενο παραγόντων και να βρείτε το γινόμενο.)

.....

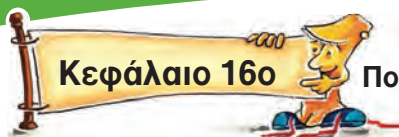
- Με πόσους τρόπους μπορούμε να βρούμε τον συνολικό αριθμό των σελίδων της αφίσας;

.....

2	3	23	29	59	61
5	7	31	37	67	71
11	13	41	43	73	79
17	19	47	53	83	89

Θέματα για διερεύνηση και συζήτηση

- Ποιος είναι ο μεγαλύτερος πρώτος αριθμός που έχει ανακαλυφθεί μέχρι σήμερα; Αναζητήστε πληροφορίες στο Διαδίκτυο ψάχνοντας τις λέξεις «prime numbers».
- Ποιοι ήταν οι γνωστοί μαθηματικοί που ασχολήθηκαν με τους πρώτους αριθμούς;
- Γιατί ο Ερατοσθένης σταμάτησε το «κόσκινο» στο 100 και δεν το προχώρησε για παράδειγμα ως το 1000;



Κεφάλαιο 16

Πολλαπλάσια ενός αριθμού – Ε.Κ.Π.



Έχουμε πολλά κοινά μεταξύ μας

Άσκηση 1η

Κύκλωσε το σωστό:

Ε.Κ.Π. (4, 9)	α) 9	β) 18	γ) 27	δ) 36	ε) 72
Ε.Κ.Π. (10, 15)	α) 15	β) 20	γ) 30	δ) 60	ε) 150
Ε.Κ.Π. (7, 35)	α) 35	β) 70	γ) 105	δ) 245	ε) 700

Άσκηση 2η

Να βρεις το Ε.Κ.Π. των αριθμών:

99 66	18 180	5 8 12	4 7 15
-------	--------	--------	--------

Ε.Κ.Π. (99,66) = Ε.Κ.Π. (18,180) = Ε.Κ.Π. (5, 8, 12) = Ε.Κ.Π. (4, 7, 15) =

Άσκηση 3η

Ποιος είναι ο μικρότερος αριθμός που μπορεί να διαιρεθεί με τους αριθμούς 6, 8, 10 και 12;

Λύση



Απάντηση:

Πρόβλημα 1ο

Ποιος είναι ο μικρότερος αριθμός από μαθητές που μπορούμε να παρατάξουμε σε πεντάδες, δεκάδες και δωδεκάδες;

Λύση

Απάντηση:

Πρόβλημα 2ο

Τρεις φίλοι πήγαν με τα ποδήλάτά τους στο πάρκο κυκλοφοριακής αγωγής. Ξεκίνησαν μαζί από την αρχή της διαδρομής. Ο πρώτος έκανε 4 λεπτά για να ολοκληρώσει έναν γύρο, ο δεύτερος 6 λεπτά και ο τρίτος 8. Σε πόσα λεπτά θα περάσουν ξανά μαζί από το ίδιο σημείο και πόσους γύρους θα έχει κάνει ο καθένας;

Λύση



Απάντηση:

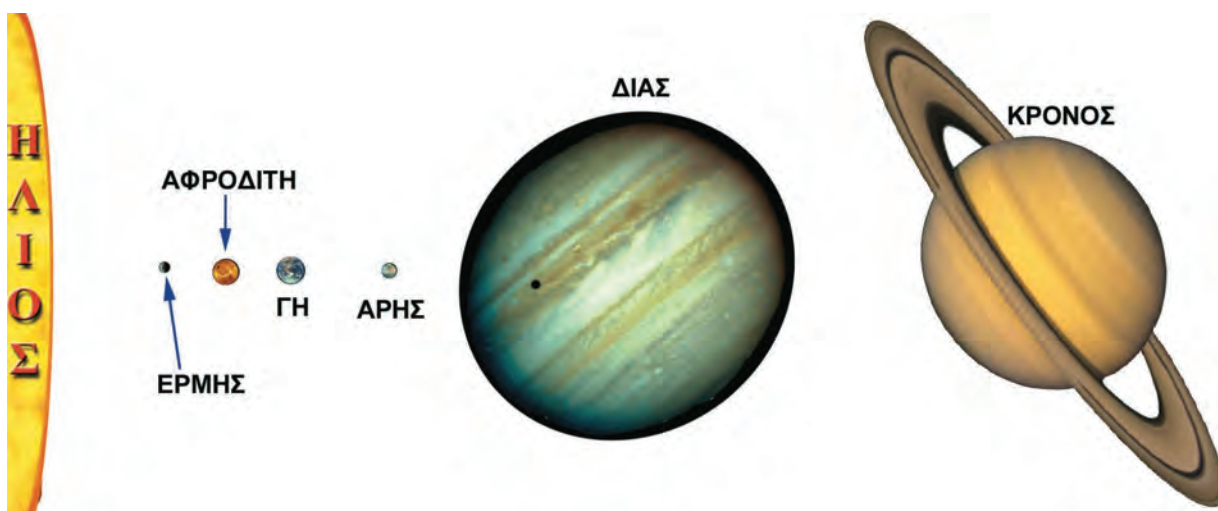
Δραστηριότητα με προεκτάσεις: «Η σύνοδος των πλανητών»

Στις 5 Μαΐου του 2000 είχαμε σύνοδο των 5 πλανητών που διακρίνονται από τη Γη. Είχαμε δηλαδή τον Ερμή, την Αφροδίτη, τη Γη, τον Άρη, τον Δία και τον Κρόνο σε μια ευθεία γραμμή με τον Ήλιο (βλέπε σκίτσο). Είχαν τότε διατυπωθεί φόβοι από ορισμένους ότι θα έλιωναν οι πάγοι, θα είχαμε μεγάλες πλημμύρες, σεισμούς και ανεμοστρόβιλους. Τίποτε από όλα αυτά, όπως είναι φυσικό, δεν συνέβη, καθώς το φαινόμενο αυτό δεν παρουσιάστηκε για μία φορά μόνο, αλλά επαναλαμβάνεται σε τακτικά χρονικά διαστήματα.

Ο χρόνος (σε μήνες) που χρειάζεται κάθε πλανήτης για μια πλήρη περιστροφή γύρω από τον Ήλιο παρουσιάζεται στον ακόλουθο πίνακα:

ΠΛΑΝΗΤΕΣ	Ερμής	Αφροδίτη	Γη	Άρης	Δίας	Κρόνος
ΜΗΝΕΣ	3	8	12	24	144	360

- Μπορείτε να υπολογίσετε ποια χρονολογία θα γίνει η επόμενη σύνοδος των 5 πλανητών;
- Πόσες περιστροφές θα έχει κάνει κάθε πλανήτης γύρω από τον Ήλιο μέχρι τότε;



Θέματα για διερεύνηση και συζήτηση

- Σχετίζεται η απόσταση ενός πλανήτη από τον Ήλιο με τον χρόνο που χρειάζεται για να κάνει μια περιστροφή ο πλανήτης αυτός γύρω από τον Ήλιο;
- Γιατί οι πέντε πλανήτες έχουν ονόματα εμπνευσμένα από την αρχαία ελληνική μυθολογία;
- Αν πετούσατε με αεροπλάνο με ταχύτητα 1000 χλμ./ώρα και ξεκινούσατε από τον Ήλιο, θα χρειάζοσαστε 7 χρόνια για να φτάσετε στον Ερμή, 12 χρόνια για την Αφροδίτη, 18 χρόνια για τη Γη, 26 χρόνια για τον Άρη, 89 χρόνια για τον Δία και 163 χρόνια για τον Κρόνο. Ποια είναι η απόστασή τους σε εκατομμύρια χιλιόμετρα;
- Αν στη Γη ζυγίζω 50 κιλά, τότε το βάρος μου στον Ερμή θα είναι 18,9 κιλά, στην Αφροδίτη 45,3 κιλά, στον Άρη 18,8 κιλά, στον Δία 118,2 κιλά και στον Κρόνο 45,8 κιλά. Γιατί το βάρος είναι διαφορετικό σε κάθε πλανήτη;

Κεφάλαιο 17ο Δυνάμεις

Πολλοί μαζί είμαστε πιο δυνατοί



Άσκηση 1η

Υπολόγισε τις πρώτες δυνάμεις του αριθμού 2.

2^2	2^3	2^4	2^5	2^6

Άσκηση 2η

Συμπλήρωσε τον πίνακα με τα τετράγωνα και τους κύβους των αριθμών:

ΑΡΙΘΜΟΙ ►	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ΔΥΝΑΜΗ ▼											
ΑΡΙΘΜΟΣ ²											
ΑΡΙΘΜΟΣ ³											

Άσκηση 3η

Να βρεις:

- α) Το διπλάσιο και το τετράγωνο του αριθμού 5:
- β) Το τριπλάσιο και τον κύβο του αριθμού 4:
- γ) Το διπλάσιο και το τετράγωνο του αριθμού 6:

Άσκηση 4η

Γράψε με τη μορφή δύναμης τα παρακάτω γινόμενα	Ανάλυσε τους αριθμούς και γράψε τους με τη μορφή δύναμης	
$20 \cdot 20 \cdot 20 \cdot 20$	625	343
$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$	243	169

Πρόβλημα 1ο

Πόσο θα κοστίσει η επίπλωση στα τέσσερα νέα τετραώροφα κτίρια που θα στεγάσουν τα γραφεία μιας εταιρείας, όταν κάθε κτίριο έχει τέσσερα γραφεία ανά όροφο και κάθε γραφείο χρειάζεται ένα τραπέζι και τέσσερις καρέκλες; Να εκφράσετε με τη μορφή δύναμης το γινόμενο και να υπολογίσετε το συνολικό κόστος όταν η καρέκλα κοστίζει 60 € και το τραπέζι 80 €.

Λύση



Απάντηση

Πρόβλημα 2ο

Μια εταιρεία καθαρισμού έχει αναλάβει να καθαρίσει τα τζάμια ενός συγκροτήματος πολυκατοικιών. Το συγκρότημα αποτελείται από 6 εξώροφες πολυκατοικίες. Κάθε όροφος έχει 6 διαμερίσματα, κάθε διαμέρισμα έχει 6 παράθυρα και κάθε παράθυρο έχει 6 τζάμια. Να εκφράσετε με τη μορφή δύναμης το γινόμενο και να υπολογίσετε πόσα τζάμια θα καθαρίσουν.

Λύση



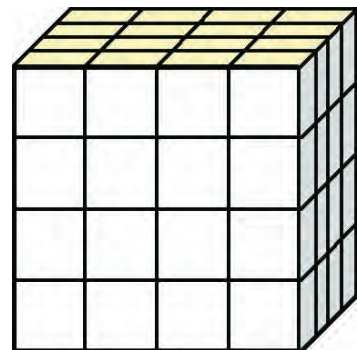
Απαντήσεις:

Δραστηριότητα με προεκτάσεις: «Το δήλιο πρόβλημα»

Το έτος 430 π.Χ. οι κάτοικοι της Δήλου υπέφεραν από μεγάλο λοιμό (αρρώστια). Για να γλιτώσουν από τον λοιμό απευθύνθηκαν για χρησμό στο μαντείο του Απόλλωνα. Σύμφωνα με τον χρησμό ο λοιμός θα αντιμετωπιζόταν αν οι πολίτες διπλασίαζαν έναν από τους κυβικούς βωμούς, χωρίς να χαλάσουν την κυβική μορφή του. Τα μοναδικά όργανα που είχαν για να λύσουν το πρόβλημα ήταν ο χάρακας και ο διαβήτης.

Ας εξετάσουμε και εμείς έναν κύβο σαν εκείνον τον βωμό.

Παρατηρήστε τον κύβο του παρακάτω σχήματος (που έχει 4 μικρούς κύβους σε κάθε πλευρά), υπολογίστε το πλήθος των μικρών κύβων και γράψτε το σαν δύναμη



.....

- Θέλουμε να διπλασιάσουμε τον κύβο. Αν διπλασιάσουμε κάθε πλευρά, πόσο θα γίνει το νέο σύνολο των μικρών κύβων;

.....

- Πόσες φορές μεγαλύτερος έγινε τώρα ο κύβος;

.....

- Όμως ο χρησμός του μαντείου δεν εννοούσε διπλασιασμό της πλευράς, αλλά του όγκου (της ποσότητας των μικρών κύβων που ο βωμός περιέχει). Νομίζετε πως είναι δυνατόν να τον διπλασιάσουμε; (Συζητήστε το στην ομάδα σας).



Θέματα για διερεύνηση και συζήτηση

- Γιατί το μαντείο έδωσε τέτοιο χρησμό στους κατοίκους της Δήλου;
- Τι μπορούμε να συμπεράνουμε, με βάση τον χρησμό, για τις μαθηματικές γνώσεις των ανθρώπων του μαντείου;

Πρόβλημα 1ο

Η ημιπερίοδος ζωής ενός ραδιενεργού υλικού (ισοτόπου) είναι ο χρόνος που απαιτείται ώστε η μισή ποσότητα του ισοτόπου να αποσυντεθεί (να μην είναι πλέον ραδιενεργό). Η ημιπερίοδος ζωής του ουράνιου-238 είναι $4,5 \cdot 10^9$ χρόνια. Η ημιπερίοδος ζωής του ουράνιου-234 είναι $2,5 \cdot 10^5$ χρόνια.

Πόσες φορές μεγαλύτερη είναι η ημιπερίοδος ζωής του ουράνιου-238 από εκείνη του ουράνιου-234;

Λύση



Απάντηση:

Δραστηριότητα με προεκτάσεις: «Αποστάσεις και ταχύτητες στο διάστημα»

Το φως ταξιδεύει με ταχύτητα 300.000 χιλιομέτρων το δευτερόλεπτο. Γράψτε τον αριθμό αυτό με τη βοήθεια δυνάμεων του 10 και υπολογίστε πόσα χιλιόμετρα διανύει το φως σε ένα λεπτό.

Η Γη είναι περίπου 150.000.000 χιλιόμετρα μακριά από τον Ήλιο. Γράψτε τον αριθμό αυτό με τη βοήθεια δυνάμεων του 10 και υπολογίστε πόσο καιρό χρειάζεται το φως από τον Ήλιο για να φθάσει στη Γη.

Έχετε υπολογίσει, στο Μάθημα 16, στη δραστηριότητα «Η σύνοδος των πλανητών» τις αποστάσεις των πλανητών από τον Ήλιο. Υπολογίστε πόσο χρόνο χρειάζεται το φως να φτάσει σε κάθε πλανήτη.



Θέματα για διερεύνηση και συζήτηση

- Συζητήστε τι σημαίνει «απόσταση 1 έτος φωτός» και αν μπορεί να υπολογιστεί σε χιλιόμετρα με τον μικρό υπολογιστή τσέπης.
- Γιατί χρησιμοποιούν οι αστρονόμοι αυτή τη μονάδα μέτρησης για να ορίσουν τις αποστάσεις των αστεριών και όχι χιλιόμετρα εκφρασμένα με τις δυνάμεις του 10;
- Είναι μακριά ένα αστέρι που απέχει 10 έτη φωτός; Αν εκραγεί σήμερα, πότε θα δούμε την έκρηξη;
- Βρείτε στοιχεία για πλανήτες και μακρινά αστέρια.

Βάσει του ν. 3966/2011 τα διδακτικά βιβλία του Δημοτικού, του Γυμνασίου, του Λυκείου, των ΕΠΑ.Λ. και των ΕΠΑ.Σ. τυπώνονται από το ΙΤΥΕ - ΔΙΟΦΑΝΤΟΣ και διανέμονται δωρεάν στα Δημόσια Σχολεία. Τα βιβλία μπορεί να διατίθενται προς πώληση, όταν φέρουν στη δεξιά κάτω γωνία του εμπροσθόφυλλου ένδειξη «ΔΙΑΤΙΘΕΤΑΙ ΜΕ ΤΙΜΗ ΠΩΛΗΣΗΣ». Κάθε αντίτυπο που διατίθεται προς πώληση και δεν φέρει την παραπάνω ένδειξη θεωρείται κλεψίτυπο και ο παραβάτης διώκεται σύμφωνα με τις διατάξεις του άρθρου 7 του νόμου 1129 της 15/21 Μαρτίου 1946 (ΦΕΚ 1946,108, Α').

Απαγορεύεται η αναπαραγωγή οποιουδήποτε τμήματος αυτού του βιβλίου, που καλύπτεται από δικαιώματα (copyright), ή η χρήση του σε οποιαδήποτε μορφή, χωρίς τη γραπτή άδεια του Υπουργείου Παιδείας, Έρευνας και Θρησκευμάτων / ΙΤΥΕ - ΔΙΟΦΑΝΤΟΣ.

Κωδικός Βιβλίου: 0-10-0170

ISBN Set 978-960-06-2635-3

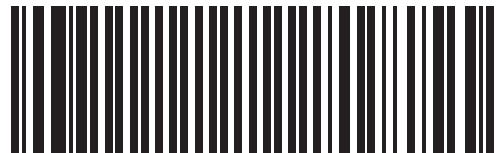
T.A' 978-960-06-2636-0

ITYE

"ΔΙΟΦΑΝΤΟΣ"



ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ
ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ
ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ & ΕΚΔΟΣΕΩΝ



(01) 000000 0 10 0170 9