

Όνομα: \_\_\_\_\_

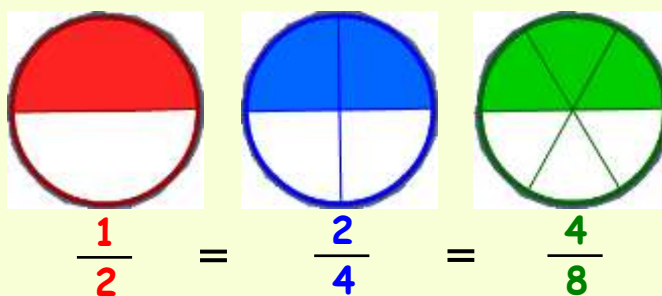
Ημερομηνία: \_\_\_ / \_\_\_ / \_\_\_



### Θεωρία

Τα κλάσματα που **εκφράζουν το ίδιο μέρος** από μια ποσότητα ονομάζονται **ισοδύναμα** και είναι **ίσα μεταξύ τους**.

παράδειγμα:



Για να ελέγξω αν δύο κλάσματα είναι **ισοδύναμα**, παίρνω τα **«χιαστί» γινόμενα**, **πολλαπλασιάζω δηλαδή τον αριθμητή του ενός με τον παρονομαστή του άλλου**. Αν τα δύο γινόμενα που προκύπτουν είναι **ίσα**, τότε τα δύο κλάσματα είναι **ισοδύναμα**.

παράδειγμα:

Για να διαπιστώσω αν τα κλάσματα  $\frac{2}{3}$  και  $\frac{6}{9}$  είναι **ισοδύναμα** θα **πολλαπλασιάσω** τον αριθμητή του ενός με τον παρονομαστή του άλλου:  
 $2 \times 9 = 18$  και  $6 \times 3 = 18$

**Αφού τα χιαστί γινόμενα είναι ίσα (κάνουν 18) και τα κλάσματα είναι ισοδύναμα.**

$$\frac{2}{3} = \frac{6}{9}$$

## Δημιουργία ισοδύναμων κλασμάτων

### A. Με πολλαπλασιασμό

Αν **πολλαπλασιάσω** και τους **δύο όρους** ενός κλάσματος **με τον ίδιο φυσικό αριθμό** (όχι όμως το 0), προκύπτει κλάσμα ισοδύναμο με το αρχικό.

### B. Με διαίρεση

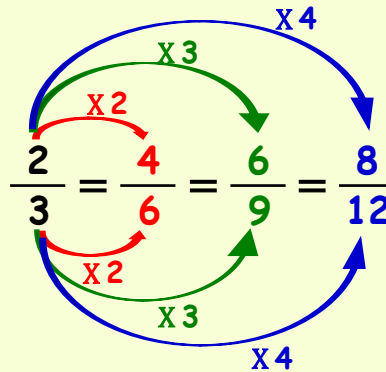
Αν **διαιρέσω** και τους **δύο όρους** ενός κλάσματος **με τον ίδιο φυσικό αριθμό** (όχι όμως το 0), προκύπτει κλάσμα ισοδύναμο με το αρχικό.

Η τεχνική αυτή, (με διαίρεση) με την οποία **μικραίνω** τους **όρους του κλάσματος**, ώστε να προκύψει ισοδύναμο κλάσμα λέγεται **Απλοποίηση**.

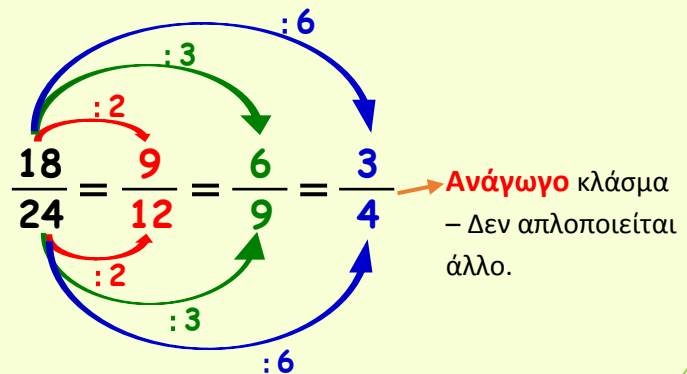
**Ανάγωγο κλάσμα** λέγεται το κλάσμα που **δεν απλοποιείται άλλο**. Σε κάθε ανάγωγο κλάσμα ο Μ.Κ.Δ. των όρων του κλάσματος είναι το 1.

Ένα κλάσμα γίνεται **γρήγορα ανάγωγο** όταν **διαιρέσω** τους **όρους του με τον Μ.Κ.Δ.** τους.

Για να δημιουργήσω ισοδύναμα κλάσματα με το  $\frac{2}{3}$  **με πολ/σμό:**



Για να δημιουργήσω ισοδύναμα κλάσματα με το  $\frac{18}{24}$  **Με διαίρεση (απλοποίηση)**





## Ασκήσεις

1. Εξετάζω αν τα παρακάτω ζευγάρια κλασμάτων είναι ισοδύναμα:

α.  $\frac{1}{3}, \frac{3}{9}$

β.  $\frac{13}{6}, \frac{6}{3}$

γ.  $\frac{6}{10}, \frac{3}{5}$

δ.  $\frac{10}{25}, \frac{2}{5}$

ε.  $\frac{4}{7}, \frac{2}{3}$

2. Ανάμεσα στα παρακάτω κλάσματα υπάρχουν 3 ζευγάρια ισοδύναμα. Μπορείς να τα βρεις;

$\frac{2}{5}, \frac{1}{3}, \frac{2}{8}, \frac{5}{15}, \frac{6}{24}, \frac{6}{15}$

α.  $\frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$

β.  $\frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$

γ.  $\frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$

3. Να συμπληρωθούν οι ισότητες

$$\frac{2}{5} = \frac{4}{\quad} = \frac{\quad}{20} = \frac{10}{\quad} = \frac{\quad}{50}$$

Με ποιόν δεκαδικό αριθμό ισούνται τα κλάσματα;

Ισούνται με τον αριθμό .....

4. Γράφω από τρία ισοδύναμα κλάσματα, με μικρότερους όρους (απλοποίηση), για κάθε περίπτωση:

$$\frac{20}{50} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

$$\frac{30}{120} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

5. Συμπληρώνω τους όρους που λείπουν ώστε να προκύψουν ισοδύναμα κλάσματα:

$$\frac{4}{5} = \frac{12}{\quad} , \quad \frac{20}{45} = \frac{4}{\quad} , \quad \frac{8}{16} = \frac{\quad}{10} , \quad \frac{\quad}{24} = \frac{3}{12} , \quad \frac{2}{5} = \frac{\quad}{35} ,$$

6. α. Κυκλώνω τα κλάσματα που είναι ανάγωγα:

$$\frac{25}{5} , \quad \frac{12}{19} , \quad \frac{2}{8} , \quad \frac{5}{7} , \quad \frac{6}{18} , \quad \frac{6}{15}$$

β. Απλοποιώ τα κλάσματα, ώστε να γίνουν ανάγωγα: (Θυμήσου: Ένα κλάσμα γίνεται γρήγορα ανάγωγο όταν διαιρέσω τους όρους του με τον Μ.Κ.Δ. τους.)

$$\frac{20}{50} = \frac{(:10) \rightarrow 2}{(:10) \rightarrow 5} , \quad \frac{14}{49} = \frac{(: \quad) \rightarrow \quad}{(: \quad) \rightarrow \quad} , \quad \frac{12}{60} = \frac{(: \quad) \rightarrow \quad}{(: \quad) \rightarrow \quad}$$

$$\frac{15}{18} = \frac{(: \quad) \rightarrow \quad}{(: \quad) \rightarrow \quad} , \quad \frac{18}{36} = \frac{(: \quad) \rightarrow \quad}{(: \quad) \rightarrow \quad} , \quad \frac{20}{35} = \frac{(: \quad) \rightarrow \quad}{(: \quad) \rightarrow \quad}$$



### Προβλήματα

7. Ο Κώστας και η Χαρά αγόρασαν μία πίτσα ο καθένας. Ο Κώστας έφαγε τα  $\frac{2}{8}$  της πίτσας του και η Χαρά έφαγε τα  $\frac{6}{24}$  της δικιάς της πίτσας. Ποιος έφαγε την περισσότερη πίτσα;



Απάντηση: \_\_\_\_\_

ισοδύναμα κλάσματα

1. Ενδεικτική απάντηση με χιαστί γινόμενα:

$$\alpha. \frac{1}{3}, \frac{3}{9} \rightarrow 1 \chi 9 = 3 \chi 3 = 9 \text{ επομένως } \frac{1}{3} = \frac{3}{9}$$

$$\beta. \frac{13}{6}, \frac{6}{3} \rightarrow 13 \chi 3 = 39 \neq 6 \chi 6 = 36 \text{ επομένως } \frac{13}{6} \neq \frac{6}{3}$$

$$\gamma. \frac{6}{10}, \frac{3}{5} \rightarrow 6 \chi 5 = 3 \chi 10 = 30 \text{ επομένως } \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

$$\delta. \frac{10}{25}, \frac{2}{5} \rightarrow 10 \chi 5 = 2 \chi 25 = 50 \text{ επομένως } \frac{10}{25} = \frac{2}{5}$$

$$\epsilon. \frac{4}{7}, \frac{2}{3} \rightarrow 4 \chi 3 = 12 \neq 2 \chi 7 = 14 \text{ επομένως } \frac{4}{7} \neq \frac{2}{3}$$

$$2. \quad \alpha. \frac{2}{5} = \frac{6}{15} \quad \beta. \frac{1}{3} = \frac{5}{15} \quad \gamma. \frac{2}{8} = \frac{6}{24}$$

$$3. \quad \frac{2}{5} = \frac{4}{10} = \frac{8}{20} = \frac{10}{25} = \frac{20}{50}$$

Τα κλάσματα είναι ίσα με  $2 : 5 = 0,4$

$$4. \quad \frac{20}{50} = \frac{(:2) \rightarrow 10}{(:2) \rightarrow 25} = \frac{(:5) \rightarrow 4}{(:5) \rightarrow 10} = \frac{(:10) \rightarrow 2}{(:10) \rightarrow 5}$$

$$\frac{30}{120} = \frac{(:2) \rightarrow 15}{(:2) \rightarrow 60} = \frac{(:5) \rightarrow 6}{(:5) \rightarrow 24} = \frac{(:6) \rightarrow 5}{(:6) \rightarrow 20} = \frac{(:10) \rightarrow 3}{(:10) \rightarrow 12}$$

$$5. \quad \frac{4}{5} = \frac{12}{15}, \quad \frac{20}{45} = \frac{4}{9}, \quad \frac{8}{16} = \frac{5}{10}, \quad \frac{6}{24} = \frac{3}{12}, \quad \frac{2}{5} = \frac{14}{35},$$

$$6. \quad \alpha. \quad \frac{25}{5}, \quad \left(\frac{12}{19}\right), \quad \frac{2}{8}, \quad \left(\frac{5}{7}\right), \quad \frac{6}{18}, \quad \frac{6}{15}$$

$$\beta. \quad \frac{20}{50} = \frac{(:10) \rightarrow 2}{(:10) \rightarrow 5}, \quad \frac{14}{49} = \frac{(:7) \rightarrow 2}{(:7) \rightarrow 7}, \quad \frac{12}{60} = \frac{(:12) \rightarrow 1}{(:12) \rightarrow 5}$$

$$\frac{15}{18} = \frac{(:3) \rightarrow 5}{(:3) \rightarrow 6}, \quad \frac{18}{36} = \frac{(:18) \rightarrow 1}{(:18) \rightarrow 2}, \quad \frac{20}{35} = \frac{(:5) \rightarrow 4}{(:5) \rightarrow 7}$$

7. Θα απλοποιήσω τα κλάσματα για να τα συγκρίνω.

$$\frac{2}{8} = \frac{2:2}{8:2} = \frac{1}{4}, \quad \frac{6}{24} = \frac{6:6}{24:6} = \frac{1}{4}$$

Αφού τα κλάσματα είναι ισοδύναμα, τα παιδιά έφαγαν την ίδια ποσότητα πίτσας.