

**ΘΕΜΑΤΑ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ  
ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2014**

**στα Μαθηματικά Θετικής και Τεχνολογικής κατεύθυνσης  
Β' Τάξης**

**ΘΕΜΑ Α**

A1] Να αποδείξετε ότι σε ένα σύστημα συντεταγμένων  $Oxy$  ο κύκλος  $C$  με κέντρο  $K(x_0, y_0)$  και ακτίνα  $\rho$  έχει εξίσωση :  $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = \rho^2$ .

(μονάδες 15)

A2] Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στη κόλλα σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα, το οποίο αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α. Η ευθεία με εξίσωση  $Ax + By + \Gamma = 0$ , είναι πάντα κάθετη στο διάνυσμα:

$$\vec{\eta} = (A, B) \quad \text{(μονάδες 2)}$$

β. Για τα μοναδιαία διανύσματα  $\vec{i}$  και  $\vec{j}$  του καρτεσιανού επιπέδου ισχύει :

$$\vec{i} \cdot \vec{j} = 1. \quad \text{(μονάδες 2)}$$

γ. Ο άξονας συμμετρίας μιας παραβολής είναι παράλληλος στην διευθετούσα της. (μονάδες 2)

δ. Οι ελλείψεις που έχουν την ίδια εκκεντρότητα λέγονται όμοιες .

(μονάδες 2)

ε. Κάθε εξίσωση της μορφής  $x^2 + y^2 + Ax + By + \Gamma = 0$  με  $A, B, \Gamma \in \mathfrak{R}$  παριστάνει κύκλο (μονάδες 2)

**ΘΕΜΑ Β**

Δίνονται τα διανύσματα  $\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}$  με  $|\vec{\alpha}| = 3|\vec{\beta}| = 6$ ,  $\text{συν}(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = \frac{2}{3}$  και  $\vec{\gamma} = \vec{\alpha} - 2\vec{\beta}$ .

B1] Να αποδείξετε ότι  $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = 8$  και  $\vec{\beta} \perp \vec{\gamma}$ . (μονάδες 8)

B2] Να αποδείξετε ότι :  $|\vec{\gamma}| = 2\sqrt{5}$ . (μονάδες 7)

B3] Να αποδείξετε ότι  $\text{συν}(\vec{\alpha}, \vec{\gamma}) = \frac{\sqrt{5}}{3}$ . (μονάδες 10)

### ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η εξίσωση :  $\mu x + (\mu - 6)y - 6\mu + 18 = 0$  με  $\mu \in \mathfrak{R}$  .

Γ1] α. Να αποδείξετε ότι για κάθε  $\mu \in \mathfrak{R}$  παριστάνει ευθεία ( $\delta$ ) . (μονάδες 4)

β. Να αποδείξετε ότι όλες οι ευθείες ( $\delta$ ) διέρχονται από σταθερό σημείο  $\Sigma$  του οποίου να βρείτε τις συντεταγμένες . (μονάδες 6)

Γ2] Για  $\mu=2$  να βρεθούν :

α. Το σημείο  $K$  της ευθείας ( $\delta$ ) που απέχει από την αρχή των αξόνων την ελάχιστη απόσταση . (μονάδες 8)

β. Οι εξισώσεις των παραλλήλων ευθειών ( $\varepsilon_1$ ) και ( $\varepsilon_2$ ) που απέχουν μεταξύ τους απόσταση  $d = 2\sqrt{5}$  έτσι ώστε η ( $\delta$ ) να είναι η μεσοπαράλληλη ευθεία των ( $\varepsilon_1$ ) και ( $\varepsilon_2$ ) . (μονάδες 7)

### ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η εξίσωση  $x^2 + y^2 + 6x + 6\lambda - \lambda^2 = 0$  με  $\lambda \in \mathfrak{R} - \{3\}$  .

Δ1] Να αποδείξετε ότι η εξίσωση παριστάνει κύκλο ( $C_1$ ) για κάθε  $\lambda \in \mathfrak{R} - \{3\}$  , του οποίου να βρείτε το κέντρο  $K$  και την ακτίνα  $R$  . (μονάδες 7)

Δ2] Να υπολογίσετε τις τιμές του  $\lambda \in \mathfrak{R} - \{3\}$  για τις οποίες ο κύκλος ( $C_1$ )

εφάπτεται στην διευθετούσα της παραβολής ( $C_2$ ):  $y = \frac{1}{12}x^2$  .

(μονάδες 8)

Δ3] Αν ( $C_3$ ) είναι ο κύκλος με κέντρο  $\Lambda(3,0)$  και ακτίνα  $\rho = 13 - \lambda$  με  $\lambda \in (5,11)$  , να αποδείξετε ότι τα σημεία τομής των κύκλων ( $C_1$ ) και ( $C_3$ ) ανήκουν σε μια σταθερή καμπύλη της οποίας να βρείτε την εξίσωση .

(μονάδες 10)

Χαϊδάρι 3/6/2014

Οι διδάσκοντες καθηγητές

Ο Διευθυντής

Αργύρης Ευάγγελος

Λιβανός Βασίλειος

Μπουρούτης Παναγιώτης

Σταμπουλίδης Νικόλαος

Μπολανάκης Ιωάννης