ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΕ ΟΛΗ ΤΗΝ ΥΛΗ ΑΛΓΕΒΡΑΣ ΚΑΙ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΘΕΜΑ 2ο

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x)=\alpha x^3+(\beta-1)x^2-3x-2\beta+6$, όπου α,β πραγματικοί αριθμοί.

α) Αν ο αριθμός 1 είναι ρίζα του πολυωνύμου P(x) και το υπόλοιπο της διαίρεσης του P(x) με το x+1 είναι ίσο με 2, τότε να δείξετε ότι α=2 και β=4.

Μονάδες 15

β) Για τις τιμές των α και β του ερωτήματος **α)**, να λύσετε την εξίσωση P(x)=0.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 1ο

Α.1. Έστω η πολυωνυμική εξίσωση

$$\alpha_\nu x^\nu + \alpha_{\nu-1} x^{\nu-1} + \ldots + \alpha_1 x + \alpha_0 = 0,$$

με ακέραιους συντελεστές. Αν ο ακέραιος $\rho \neq 0$ είναι ρίζα της εξίσωσης, να αποδείξετε ότι ο ρ είναι διαιρέτης του σταθερού όρου α_0.

Μονάδες 6,5

Α.2. Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

Έστω πολυώνυμο P(x) και ρ ένας πραγματικός αριθμός. Αν το P(x) έχει παράγοντα το x–ρ και π(x) είναι το πηλίκο της διαίρεσης του P(x) με το x–ρ, τότε:

α. $P(x) = (x - \rho)\,\pi(x) + 1$

β. $\pi(x) = (x - \rho)\,P(x)$

γ. ο βαθμός του υπολοίπου της διαίρεσης του P(x) με το x-ρ είναι ίσος με μηδέν

δ. $P(\rho) = 0$.

Μονάδες 6

Β.1. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας την ένδειξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α. Η εξίσωση $3x^3 - 5x + 6 = 0$ έχει ρίζα το 4 .

β. Η εξίσωση $4x^4 + 5x^2 + 7x + 4 = 0$ έχει ρίζα το 2 .

γ. Η εξίσωση $6x^6 - 3x^3 + 2x^2 - x + 2 = 0$ δεν έχει ρίζα το -3 .

Μονάδες 6

Β.2. Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

Το πολυώνυμο $P(x) = (4x + 5)^{2004} + x^{2001}$ έχει παράγοντα το:

α. x+1 β. x-1 γ.x δ.$x+\frac{5}{4}$.

Μονάδες 6,5

ΘΕΜΑ 1ο

Α. Να αποδείξετε ότι το υπόλοιπο υ της διαίρεσης ενός πολυωνύμου P(x) με το x - ρ είναι ίσο με την τιμή του πολυωνύμου για x = ρ. Είναι δηλαδή $\upsilon = P(\rho)$.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 1ο

1.Α. Έστω P(x) ένα πολυώνυμο του x και ρ ένας πραγματικός αριθμός. Αν π(x) είναι το πηλίκο και υ(x) το υπόλοιπο της διαίρεσης του πολυωνύμου P(x) με το πολυώνυμο (x-ρ), τότε :

α) Να γράψετε την ταυτότητα της διαίρεσης του P(x) με το (x-ρ).

Μονάδες 2,5

β) Το υπόλοιπο υ(x) είναι :

Α. Πάντοτε πολυώνυμο ίδιου βαθμού με το P(x).
Β. Πολυώνυμο πρώτου βαθμού.
Γ. Σταθερό πολυώνυμο.
Δ. Πάντοτε το μηδενικό πολυώνυμο.

Μονάδες 5

γ) Να δείξετε ότι το υπόλοιπο της διαίρεσης του πολυωνύμου P(x) με το (x-ρ) είναι ίσο με την τιμή του πολυωνύμου για x=ρ. Είναι δηλαδή υ=P(ρ).

Μονάδες 5

1.Β. Έστω το πολυώνυμο $P(x) = k^2x^3 - 3kx^2 + kx + 1$, όπου k πραγματικός αριθμός. Για ποια από τις παρακάτω τιμές του k το υπόλοιπο της διαίρεσης του P(x) με το (x-1) είναι ίσο με το μηδέν.

Α. k = 0, Β. k = -1, Γ. k = 1, Δ. k = 2, Ε. k = -2

Μονάδες 12,5

ΘΕΜΑ 3ο

Στο διπλανό σχήμα τα σημεία Κ και Λ είναι μέσα των τμημάτων ΑΓ και ΑΒ αντιστοίχως.

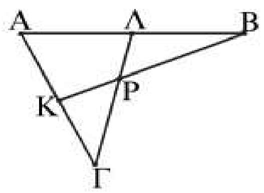
Να δείξετε ότι:

α) Ο λόγος των εμβαδών των τριγώνων ΑΚΒ και ΑΛΓ είναι ίσος με 1.

Μονάδες 15

β) Αν Ρ είναι το σημείο τομής των ΛΓ και ΚΒ, τότε τα τρίγωνα ΒΛΡ και ΚΓΡ έχουν ίσα εμβαδά.

Μονάδες 10



ΘΕΜΑ 1ο

Α1. Σε κάθε τρίγωνο ΑΒΓ με διάμεσο ΑΜ να αποδείξετε ότι το άθροισμα των τετραγώνων δύο πλευρών του ισούται με το διπλάσιο του τετραγώνου της διαμέσου που περιέχεται μεταξύ των πλευρών αυτών, αυξημένο κατά το μισό του τετραγώνου της τρίτης πλευράς, δηλαδή

$$ΑΒ^2 + ΑΓ^2 = 2ΑΜ^2 + \frac{ΒΓ^2}{2}$$

Μονάδες 10

Α2. Σε τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΒ<ΑΓ να συμπληρώσετε τη σχέση $ΑΓ^2 - ΑΒ^2 =$ L L L ώστε να εκφράζει το δεύτερο θεώρημα των διαμέσων.

Μονάδες 2,5

Β. Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση για καθένα από τα ερωτήματα **Β1** και **Β2** .

Β1. Σε τρίγωνο ΑΒΓ δίνονται: β=8, γ=6 και $μ_α$=5. Η πλευρά α είναι ίση με:

Α. 7 Β. 4 Γ. 10 Δ. 9 Ε. 11

Μονάδες 6,5

Β2. Σε τρίγωνο ΑΒΓ δίνονται α=4, β=7, γ=5, ΑΔ το ύψος και ΑΜ η διάμεσος. Η προβολή ΔΜ της διαμέσου ΑΜ πάνω στη πλευρά α είναι ίση με:

Α. 4 Β. 8 Γ. 8/3 Δ. 5 Ε. 3

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 2ο

Δίνεται ορθογώνιο τραπέζιο ΑΒΓΔ με ΑΒ//ΓΔ, ΑΒ<ΓΔ, $\hat{A}=\hat{\Delta}=90^o$, ΑΒ=4, ΑΔ=3, ΒΓ=5.
Να υπολογίσετε:

α) την προβολή της ΒΓ πάνω στην ΔΓ

Μονάδες 9

β) το εμβαδόν του τραπεζίου ΑΒΓΔ

Μονάδες 9

γ) το εμβαδόν του τριγώνου ΔΒΓ

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 3ο

Σε κύκλο (Ο,R) είναι εγγεγραμμένο ισόπλευρο τρίγωνο ΑΒΓ με πλευρά ΑΒ=15.
Να υπολογίσετε:

α) την ακτίνα R του κύκλου

Μονάδες 6

β) το εμβαδόν του κυκλικού δίσκου (Ο,R)

Μονάδες 6

γ) το εμβαδόν του ισοπλεύρου τριγώνου ΑΒΓ

Μονάδες 6

δ) το εμβαδόν του χωρίου που περικλείεται από τον κύκλο και το ισόπλευρο τρίγωνο.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 4ο

Δίνεται κύκλος (Ο,R) και μια διάμετρός του ΑΒ. Από ένα σημείο Μ του κύκλου, διαφορετικό των Α και Β, φέρουμε κάθετη στη διάμετρο ΑΒ, που τέμνει τον κύκλο στο σημείο Ζ και τη διάμετρο στο σημείο Δ. Επί της ΑΒ θεωρούμε το ευθύγραμμο τμήμα ΟΓ=ΟΔ και φέρουμε τη ΜΓ, που τέμνει τον κύκλο στο σημείο Ε. Να αποδείξετε ότι:

α) $M\Delta^2 = A\Delta \cdot \Delta B$

Μονάδες 6

β) $M\Gamma \cdot \Gamma E = M\Delta \cdot \Delta Z = R^2 - O\Delta^2$.

Μονάδες 6

γ) $M\Gamma^2 + M\Delta^2 = 2(R^2 + O\Delta^2)$

Μονάδες 5

δ) $\frac{M\Gamma}{\Gamma E} + \frac{M\Delta}{\Delta Z} = 2\frac{R^2 + O\Delta^2}{R^2 - O\Delta^2}$

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 1ο

Α1. Να αποδείξετε ότι, σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο, το τετράγωνο του ύψους που αντιστοιχεί στην υποτείνουσά του, ισούται με το γινόμενο των προβολών των κάθετων πλευρών στην υποτείνουσα.

Μονάδες 6,5

Α2. Να γράψετε στο τετράδιό σας τα γράμματα της **Στήλης Α** και δίπλα σε κάθε γράμμα τον αριθμό της **Στήλης Β**, έτσι ώστε να προκύπτει ισότητα.
Έστω ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ (Α=90°) και ΑΔ το ύψος που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα.

Στήλη Α	Στήλη Β
α. AB^2	**1.** $AB^2+B\Gamma^2$
β. $A\Gamma^2$	**2.** $\frac{B\Delta}{\Gamma\Delta}$
γ. $\frac{AB^2}{A\Gamma^2}$	**3.** $\frac{\Gamma\Delta}{B\Delta}$
	4. $B\Gamma \cdot B\Delta$
	5. $B\Gamma^2 - AB^2$
	6. $AB \cdot B\Gamma$

Μονάδες 6

Β. Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση για καθένα από τα ερωτήματα **Β1** και **Β2.**
Δίνεται ένα ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ (Α=90°) με ύψος ΑΔ, για το οποίο έχουμε ΒΔ=1 και ΒΓ=3.

Β1. Το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος ΑΔ είναι:
α. 2 **β.** $\sqrt{3}$ **γ.** $\sqrt{2}$ **δ.** $3\sqrt{2}$

Μονάδες 6,5

Β2. Το μήκος της πλευράς ΑΒ είναι:
α. $\sqrt{3}$ **β.** 3 **γ.** $\sqrt{2}$ **δ.** $\sqrt{5}$

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ 2ο
Τα μήκη των πλευρών ενός τριγώνου ΑΒΓ είναι ΑΒ=6, ΒΓ=12 και ΓΑ=8.

α. Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο αυτό είναι αμβλυγώνιο.

Μονάδες 7

β. Να υπολογίσετε το μήκος της διαμέσου ΑΜ.

Μονάδες 9

γ. Να υπολογίσετε το μήκος της προβολής της διαμέσου ΑΜ στην πλευρά ΒΓ.

Μονάδες 9

ΘΕΜΑ 3ο
Θεωρούμε τρεις διαδοχικές γωνίες xOy, yOz, zOx έτσι ώστε xOy = yOz =150°. Στις ημιευθείες Ox, Oy, Oz παίρνουμε τα σημεία Α, Β, Γ αντίστοιχα έτσι ώστε ΟΑ=2, ΟΒ=4 και ΟΓ=6.

α. Να υπολογίσετε το εμβαδό $E_{ΟΓΑ}$ του τριγώνου ΟΓΑ.

Μονάδες 12

β. Να υπολογίσετε το λόγο των εμβαδών : $\frac{E_{ΟΑΒ}}{E_{ΟΒΓ}}$.

Μονάδες 13

ΘΕΜΑ 4ο
Δίνεται ημικύκλιο κέντρου Ο και διαμέτρου ΑΒ=2R. Στην προέκταση του ΑΒ προς το Β, θεωρούμε ένα σημείο Γ, τέτοιο ώστε ΒΓ=2R. Από το Γ φέρνουμε το εφαπτόμενο τμήμα ΓΕ του ημικυκλίου. Η εφαπτομένη του ημικυκλίου στο σημείο Α τέμνει την προέκταση του τμήματος ΓΕ στο σημείο Δ.

α. Να αποδείξετε ότι ΓΕ = $2\sqrt{2}$ R .

Μονάδες 5

β. Να αποδείξετε ότι ΓΑ·ΓΟ=ΓΔ·ΓΕ .

Μονάδες 10

γ. Να υπολογίσετε το τμήμα ΓΔ συναρτήσει του R.

Μονάδες 5

δ. Να υπολογίσετε το άθροισμα των εμβαδών των μικτόγραμμων τριγώνων ΒΓΕ και ΑΔΕ συναρτήσει του R.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 1ο

Α1. Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν τραπεζίου ισούται με το γινόμενο του ημιαθροίσματος των βάσεών του επί το ύψος του.

Μονάδες 10

Α2. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη **"Σωστό"** ή **"Λάθος"** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α. Το Ρ είναι εξωτερικό σημείο του κύκλου (O, R), αν και μόνο αν $Δ^{P}_{(O,R)}>0$, όπου $Δ^{P}_{(O,R)}$ η δύναμη του σημείου Ρ ως προς τον κύκλο (O,R).

Μονάδα 1

β. Σε κάθε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει η ισοδυναμία: $\alpha^2 < \beta^2 + \gamma^2$, αν και μόνο αν $\hat{A} < 90°$.

Μονάδα 1

γ. Το εμβαδόν Ε κάθε τριγώνου ΑΒΓ δίνεται από τον τύπο $E = \frac{1}{2}\alpha\beta\,\eta\mu B$.

Μονάδα 1

δ. Σε κύκλο (O, R), το εμβαδόν Ε κυκλικού τομέα μ° δίνεται από τον τύπο $E = \frac{\pi R^2 \mu}{180}$.

Μονάδα 1

ε. Το 1ο θεώρημα των διαμέσων σε κάθε τρίγωνο ΑΒΓ εκφράζεται από τον τύπο: $\beta^2 + \gamma^2 = 2\alpha^2 + \frac{\mu_\alpha^2}{2}$.

Μονάδα 1

Β. **α.** Να εγγραφεί κανονικό εξάγωνο σε κύκλο (O, R) και να αποδείξετε ότι $\lambda_6 = R$, όπου λ_6 η πλευρά του εξαγώνου.

Μονάδες 6

β. Να αποδείξετε ότι $\alpha_6 = \frac{R\sqrt{3}}{2}$, όπου α_6 το απόστημα του εξαγώνου.

Μονάδες 4

ΘΕΜΑ 2ο

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με πλευρές α, β, γ και διάμεσο ΑΜ = μ_α. Αν ισχύει η σχέση $2\mu_\alpha^2 - \beta\gamma = \frac{\alpha^2}{2}$,

α. να αποδείξετε ότι $\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2 - \beta\gamma$.

Μονάδες 15

β. να υπολογιστεί η γωνία $\hat{A}$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 3ο

Στο σχήμα που ακολουθεί, δίνεται κύκλος (O,R) διαμέτρου ΒΓ και ημιευθεία Βx τέτοια, ώστε η γωνία ΓΒx να είναι 30°. Έστω ότι η Βx τέμνει τον κύκλο στο σημείο Α. Φέρουμε την εφαπτομένη του κύκλου στο Γ, η οποία τέμνει τη Βx στο σημείο Ρ.

Να αποδείξετε ότι:

α. ΑΓ = R.

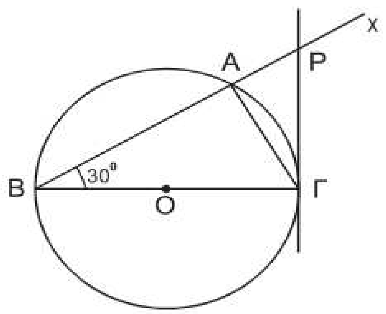
Μονάδες 5

β. $\frac{(\text{ΡΒΓ})}{(\text{ΡΑΓ})} = 4$.

Μονάδες 10

γ. $\text{ΡΓ} = \frac{2R\sqrt{3}}{3}$

Μονάδες 10



ΘΕΜΑ 4ο

Στο σχήμα που ακολουθεί, σε τετράγωνο ΑΒΓΔ πλευράς 7 cm, εγγράφουμε τετράγωνο ΕΖΗΘ έτσι, ώστε:
ΑΕ = ΒΖ = ΓΗ = ΔΘ = 3 cm.

α. Να βρεθεί το εμβαδόν του τετραγώνου ΕΖΗΘ.

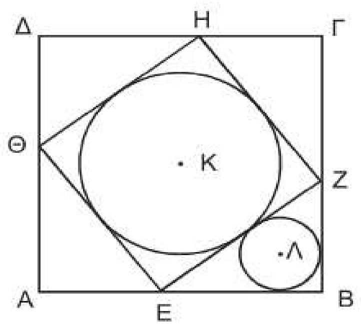
Μονάδες 5

β. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου ΕΒΖ και να αποδείξετε ότι η ακτίνα του εγγεγραμμένου κύκλου (Λ , ρ) στο τρίγωνο ΕΒΖ είναι ρ = 1cm.

Μονάδες 12

γ. Εάν (K, R) είναι ο εγγεγραμμένος κύκλος στο τετράγωνο ΕΖΗΘ, να υπολογίσετε το λόγο του εμβαδού του κύκλου (K, R) προς το εμβαδόν του κύκλου (Λ, ρ).

Μονάδες 8



ΘΕΜΑ 1ο

Α. Έστω ένας κύκλος (O,R).

α. Στον κύκλο (O,R) να εγγράψετε τετράγωνο.

Μονάδες 4

β. Να αποδείξετε ότι $\lambda_4 = R\sqrt{2}$, όπου λ_4 η πλευρά του τετραγώνου.

Μονάδες 4

γ. Να αποδείξετε ότι $\alpha_4 = \frac{R\sqrt{2}}{2}$, όπου α_4 το απόστημα του τετραγώνου.

Μονάδες 4

Β. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη "Σωστό" αν η πρόταση είναι σωστή και "Λάθος" αν η πρόταση είναι λάθος, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α. Αν δύο τρίγωνα είναι όμοια τότε, ο λόγος των εμβαδών τους ισούται με το λόγο της ομοιότητας.

Μονάδες 2

β. Το εμβαδόν τραπεζίου ισούται με το γινόμενο του ημιαθροίσματος των βάσεών του επί το ύψος του.

Μονάδες 2

γ. Η δύναμη του σημείου Ρ ως προς τον κύκλο (O,R) ορίζεται με τον τύπο: $\Delta^{P}_{(O,R)} = R^2 + OP^2$.

Μονάδες 2

δ. Η διαφορά των τετραγώνων δύο πλευρών ενός τριγώνου ισούται με το διπλάσιο γινόμενο της τρίτης πλευράς επί την προβολή της αντίστοιχης διαμέσου πάνω στην πλευρά αυτή.

Μονάδες 2

Γ. Ποιο πολύγωνο λέγεται κανονικό;

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 2ο

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΒ=ΑΓ=1 και ΒΓ= $\sqrt{3}$.

Να υπολογίσετε:

α. τη γωνία $\hat{A}$

Μονάδες 9

β. το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ

Μονάδες 9

γ. τη διάμεσο ΒΜ = μ_β .

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 3ο

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με πλευρές α, β, γ τέτοιες, ώστε να ισχύει $\beta^2+\gamma^2=3\alpha^2$. Αν η διάμεσος ΑΜ τέμνει τον περιγεγραμμένο κύκλο του τριγώνου ΑΒΓ στο Ε,

α. να εκφράσετε τη διάμεσο ΑΜ ως συνάρτηση της πλευράς α

Μονάδες 12

β. να αποδείξετε ότι $AM\cdot AE = \frac{3\alpha^2}{2}$.

Μονάδες 13

ΘΕΜΑ 4ο

Δίνεται ισόπλευρο τρίγωνο ΑΒΓ, πλευράς α. Στις πλευρές ΑΒ, ΒΓ, ΓΑ παίρνουμε αντίστοιχα τα σημεία Δ, Ε, Ζ τέτοια, ώστε να είναι ΑΔ = ΒΕ = ΓΖ = $\frac{1}{3}\alpha$, όπως στο διπλανό σχήμα.

Να υπολογίσετε το εμβαδόν ως συνάρτηση του α:

α. του τριγώνου ΑΔΖ

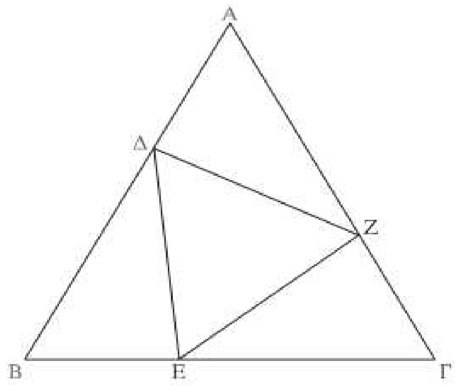
Μονάδες 9

β. του τριγώνου ΔΕΖ

Μονάδες 7

γ. του περιγεγραμμένου κύκλου στο τρίγωνο ΑΒΓ.

Μονάδες 9



ΘΕΜΑ 1ο

Α. Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν ενός ορθογώνιου παραλληλογράμμου ισούται με το γινόμενο των πλευρών του.

Μονάδες 11

Β. Να γράψετε στο τετράδιό σας τα γράμματα της **Στήλης Ι** και δίπλα σε κάθε γράμμα τον αριθμό της **Στήλης ΙΙ** που αντιστοιχεί στο σωστό τύπο.

Στήλη Ι	**Στήλη ΙΙ**
α. Εμβαδόν τραπεζίου	**1.** Ε=τρ
β. Εμβαδόν τριγώνου	**2.** $E=\frac{\pi R^2 \mu}{360}$
γ. Εμβαδόν κανονικού πολυγώνου	**3.** $E=\frac{(B+\beta)\upsilon}{2}$
	4. $E=\frac{1}{2}P_\nu \alpha_\nu$
	5. $E=\alpha\upsilon_\alpha$

Στη Στήλη ΙΙ περισσεύουν δύο τύποι.

Μονάδες 6

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη "**Σωστό**", αν η πρόταση είναι σωστή, και "**Λάθος**", αν η πρόταση είναι λάθος, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α. Σε κάθε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει η σχέση

$$\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2 - 2\beta\gamma$$

β. Σε κάθε κανονικό ν-γωνο ακτίνας R με πλευρά λ_ν και απόστημα α_ν ισχύει η σχέση:

$$\alpha_\nu^2+\frac{\lambda_\nu^2}{2}=R^2$$

γ. Σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο, το τετράγωνο του ύψους του που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα είναι ίσο με το γινόμενο των προβολών των καθέτων πλευρών του στην υποτείνουσα.

δ. Το άθροισμα των τετραγώνων δύο πλευρών ενός τριγώνου ισούται με το διπλάσιο του τετραγώνου της διαμέσου που περιέχεται μεταξύ των πλευρών αυτών αυξημένο κατά το μισό του τετραγώνου της τρίτης πλευράς.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 2ο

Δίνεται κανονικό πολύγωνο $A_1 A_2 \ldots A_\nu$ εγγεγραμμένο σε κύκλο με κέντρο Ο και ακτίνα R. Αν η γωνία του πολυγώνου είναι $\varphi_\nu=150^\circ$, να βρείτε:

α. Τον αριθμό των πλευρών του πολυγώνου.

Μονάδες 10

β. Την κεντρική γωνία του πολυγώνου ω_ν.

Μονάδες 8

γ. Το εμβαδόν του πολυγώνου συναρτήσει της ακτίνας R.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ 3ο

Δίνεται οξυγώνιο τρίγωνο ΑΒΓ με μήκη πλευρών γ=2, $\beta=1+\sqrt{2}$ και εμβαδόν $(ΑΒΓ)=\frac{\beta\gamma\sqrt{2}}{4}$

α. Να αποδείξετε ότι το μήκος της πλευράς $\alpha=\sqrt{3}$.

Μονάδες 9

β. Να υπολογίσετε την ακτίνα R του περιγεγραμμένου κύκλου του τριγώνου ΑΒΓ.

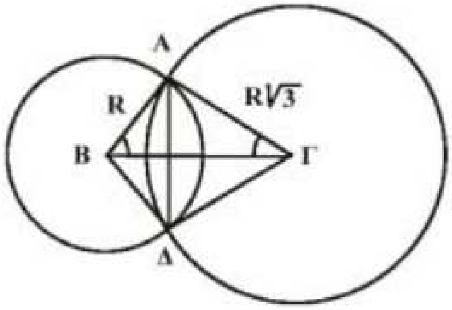
Μονάδες 8

γ. Να υπολογίσετε το μήκος της προβολής της πλευράς ΑΒ πάνω στη πλευρά ΒΓ.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 4ο

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ (Α=90°) με μήκη πλευρών ΑΒ=R και ΑΓ=$R\sqrt{3}$. Γράφουμε τους κύκλους (Β,R) και (Γ,$R\sqrt{3}$)



Να υπολογίσετε:

α. Το μήκος της πλευράς ΒΓ συναρτήσει του R.

Μονάδες 4

β. Τις γωνίες Β και Γ.

Μονάδες 4

γ. Το ε μβαδόν του τετραπλεύρου ΑΒΓΔ συναρτήσει του R.

Μονάδες 8

δ. Το εμβαδόν του κοινού μέρους των δύο κύκλων συναρτήσει του R.

Μονάδες 9