

### ΘΕΩΡΙΑ

Οι ταυτότητες που πρέπει να θυμόμαστε :

- $(\alpha + \beta)^2 = \alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2$
- $(\alpha - \beta)^2 = \alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2$
- $(\alpha + \beta)^3 = \alpha^3 + 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 + \beta^3$
- $(\alpha - \beta)^3 = \alpha^3 - 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 - \beta^3$
- $(\alpha - \beta)(\alpha + \beta) = \alpha^2 - \beta^2$

### ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Να βρείτε τα παρακάτω αναπτύγματα :

- |                                      |                           |
|--------------------------------------|---------------------------|
| I. $(x + 4)^2$                       | VII. $(2 - y)^3$          |
| II. $(6 - y)^2$                      | VIII. $(x + 4)^3$         |
| III. $(2x + 3y)^2$                   | IX. $(a - 2b)^3$          |
| IV. $(a - 5\omega)^2$                | X. $(x^2 + 2y)^3$         |
| V. $(x^3 - 2x)^2$                    | XI. $(x - y)(x + y)$      |
| VI. $\left(x + \frac{3}{x}\right)^2$ | XII. $(2x + 5y)(2x - 5y)$ |

2. Να συμπληρώσετε τις παρακάτω ισότητες :

- i.  $(2x + \dots)^2 = \dots + 4xy + \dots$
- ii.  $\left(\dots + \frac{1}{2}\right)^2 = 16a^2 + \dots + \dots$
- iii.  $(4a^3 - \dots)^2 = \dots - \dots + 25b^2$
- iv.  $(\dots - \dots)^2 = 9a^2 - 12ab + \dots$

3. Να γίνουν οι πράξεις:

- I.  $(3x + 2)^2 - (x + 4)(x - 4) - (x + 2)^3$
- II.  $(x^2 - 4)^2 - 2x(x^2 + 3) - (x^2 + 4)^3$
- III.  $-2x(2x^2 - 1)^2 - (3x + 5)(3x - 5)$
- IV.  $3x^3(2x^2 - 1)^2 - x(5x^3 - 1)(5x^3 + 1)$
- V.  $-(2\alpha + 1)^2 + (2\alpha + 1)(-2\alpha - 1) - (\alpha - 4) - (\alpha - 3)(-\alpha - 3)$
- VI.  $(x - 2) - (x - 2)^2 - (x + 2)^3$

- VII.  $-2\alpha^3(3\alpha^2 + \alpha)^2 - (3\alpha^2 - 1)(3\alpha^2 + 1)$   
 VIII.  $-(3x + 1)^2 - (x + 2)(x - 2) + (x - 3)(-x - 3)$   
 IX.  $(2x - 1)^3 - 2x(x - 1)^2 + (x - 1)(x + 1)(x - 2)$

**4. Να αποδείξετε τις ταυτότητες**

- i.  $(x + 2y)^2 - 4y(x + y) = x^2$   
 ii.  $(x^2 + 1)^2 - x^2(x^2 + 2) = 1$   
 iii.  $(2x - 3)^2 - 4(x + 1)^2 = 5 - 20x$   
 iv.  $(a + 2b)^2 + (2a - b)^2 - 4(a^2 + b^2) = a^2 + b^2$   
 v.  $(2x + 3)^3 - 9(2x + 1)^2 = 8x^3 + 18(x + 1)$   
 vi.  $(x - 2)^3 + (1 - 2x)^3 + (x + 1)^3 = 3(x - 2)(1 - 2x)(x + 1)$

**5. Αν  $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$  και  $y = \sqrt{3} - \sqrt{2}$  να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης**

$$A = 2x^2 - 3xy + 5y^2$$

**6. Αν  $\alpha = x + y$ ,  $\beta = x - y$ ,  $\gamma = 4xy$  να δείξετε ότι  $(\alpha^2 - \beta^2)^2 = \gamma^2$**

**7. Δίνονται τα πολυώνυμα**

$$P(x) = \frac{1}{2}(x + 1)[(x - 1)^2 + x^2 + 1] \text{ και}$$

$$Q(x) = (x - 1)(x^2 + x + 1)$$

- I. Να βρείτε το  $(x) = P(x) \cdot Q(x)$  .  
 II. Να βρείτε τους αριθμούς  $A(1)$ ,  $A(0)$  και  $A(-1)$ .

**8.**

Στο διπλανό τρίγωνο ΑΒΓ δίνεται ότι :

$$AB = x^2 - y^2, \quad B\Gamma = x^2 + y^2 \quad \text{και} \quad A\Gamma = 2xy.$$

Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο με  $A=90^\circ$ . (Θυμάστε το αντίστροφο του Πυθαγορείου Θεωρήματος ;



