

ΤΑΞΗ: Α΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΜΑΘΗΜΑ: ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

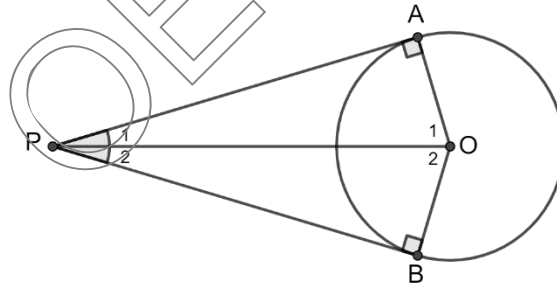
Ημερομηνία: Σάββατο 21 Ιανουαρίου 2023

Διάρκεια Εξέτασης: 2 ώρες

## ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

## ΘΕΜΑ Α

- Α1. Με βάση το παρακάτω σχήμα, να αποδείξετε ότι τα εφαπτόμενα τμήματα κύκλου, που άγονται από σημείο εκτός αυτού είναι ίσα μεταξύ τους.



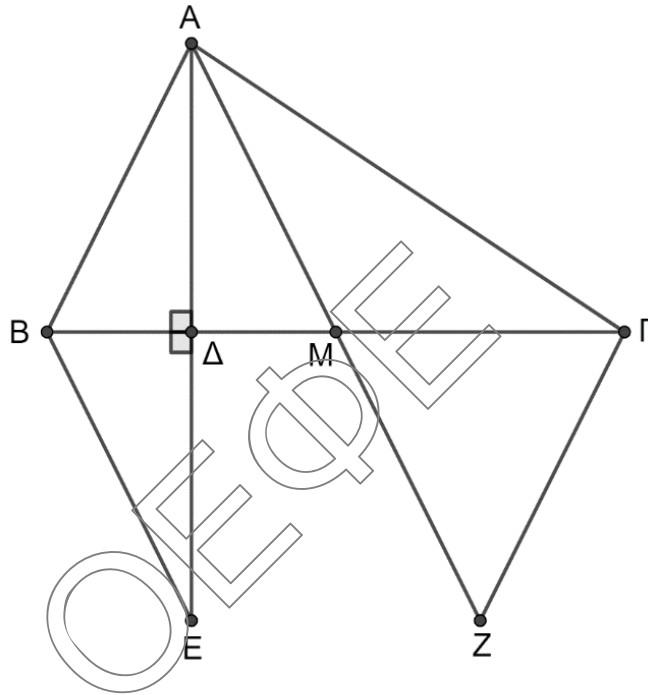
Μονάδες 15

- Α2. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιο σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.
- Δύο ίσα τρίγωνα έχουν τις πλευρές τους και τις γωνίες τους ίσες μία προς μία.
  - Κάθε εξωτερική γωνία ενός τριγώνου είναι μικρότερη από καθεμία από τις απέναντι γωνίες του τριγώνου.
  - Κάθε τρίγωνο έχει το πολύ μία γωνία ορθή ή αμβλεία.
  - Μία ευθεία και ένας κύκλος έχουν το πολύ ένα κοινό σημείο.
  - Η διάκεντρος δύο τεμνόμενων κύκλων είναι μεσοκάθετος της κοινής χορδής τους.

Μονάδες 10

**ΘΕΜΑ Β**

Στο παρακάτω τρίγωνο  $AB\Gamma$  προεκτείνουμε το ύψος  $A\Delta$  κατά ίσο τμήμα  $\Delta E$  και την διάμεσο  $AM$  κατά ίσο τμήμα  $MZ$ .



Να δείξετε ότι:

**B1.** Τα τρίγωνα  $AB\Delta$  και  $EB\Delta$  είναι ίσα.

**Μονάδες 10**

**B2.** Τα τρίγωνα  $ABM$  και  $Z\Gamma M$  είναι ίσα.

**Μονάδες 10**

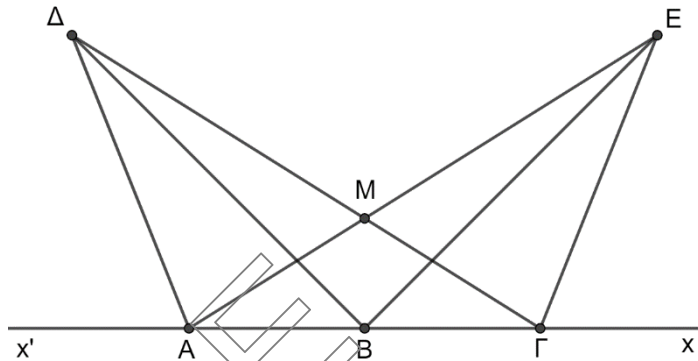
**B3.**  $BE = \Gamma Z$

**Μονάδες 5**

## ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται το παρακάτω σχήμα για το οποίο ισχύουν οι σχέσεις:

- $AB = B\Gamma$
- $A\Delta = \Gamma E$
- $B\Delta = BE$



Να δείξετε ότι:

Γ1. Τα τρίγωνα  $A\Delta B$  και  $\Gamma E B$  είναι ίσα.

Μονάδες 7

Γ2. Τα τρίγωνα  $A\Delta \Gamma$  και  $\Gamma E A$  είναι ίσα.

Μονάδες 7

Γ3. Το τρίγωνο  $A M \Gamma$  είναι ισοσκελές.

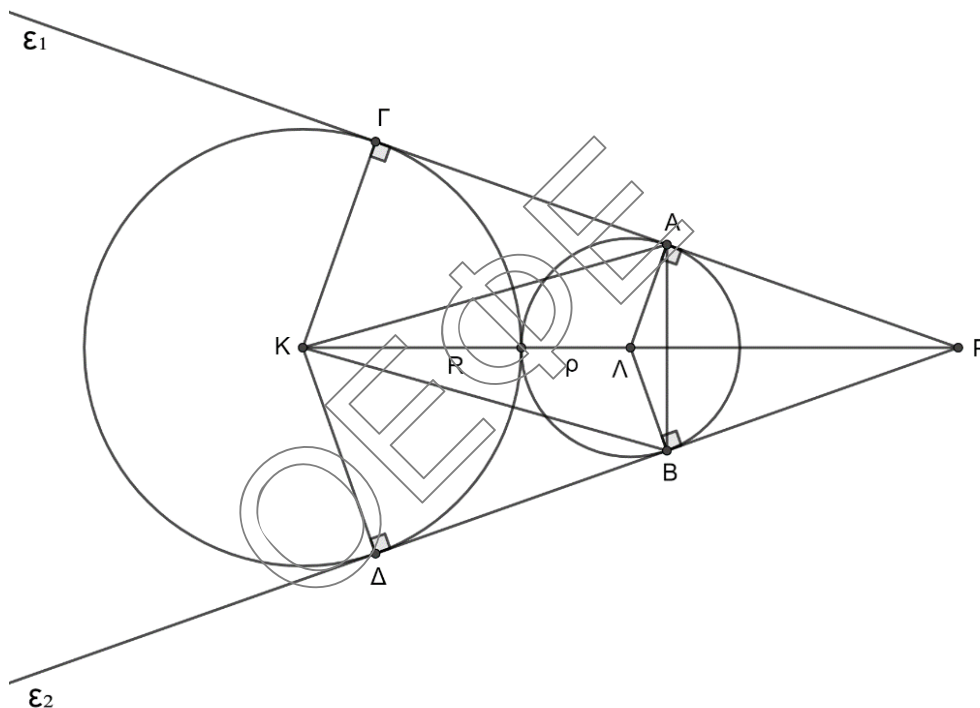
Μονάδες 6

Γ4.  $\hat{\Delta}x' > \hat{M}\hat{A}\hat{\Gamma}$

Μονάδες 5

**ΘΕΜΑ Δ**

Στο παρακάτω σχήμα έχουμε φέρει από το σημείο  $P$  τις κοινές εξωτερικές εφαπτομένες  $\varepsilon_1$  και  $\varepsilon_2$  των κύκλων  $(K, R)$  και  $(\Lambda, \rho)$ , οι οποίοι εφάπτονται εξωτερικά.



**Δ1.** Να δείξετε ότι  $ΑΓ = ΒΔ$

**Μονάδες 8**

**Δ2.** Το τρίγωνο  $ΚΑΒ$  είναι ισοσκελές.

**Μονάδες 7**

**Δ3.** Αν επιπλέον για τις ακτίνες των δύο κύκλων ισχύει:  $R = 2\rho$  να δείξετε ότι:

i)  $ΚΑ < 4\rho$

**Μονάδες 5**

ii) Αν  $\Pi$  η περίμετρος του τριγώνου  $ΑΚΒ$  να δείξετε ότι:  $\Pi < 10\rho$

**Μονάδες 5**