

ΔΟΚΙΜΑΣΙΑ ΕΙΣΑΓΩΓΗΣ ΜΑΘΗΤΩΝ ΣΤΑ ΠΡΟΤΥΠΑ ΛΥΚΕΙΑ

Στα Μαθηματικά Κλειστού Τύπου

Να κυκλώσετε μια μόνο απάντηση στις ερωτήσεις 1 έως 8

Τα θέματα είναι βαθμολογικώς ισοδύναμα και συγκεντρώνουν $8 \times 5 = 40$ μονάδες.

1. Για να πάρουμε τον αριθμό 8^8 , σε ποιά δύναμη πρέπει να υψώσουμε τον αριθμό 4^4 ;
- A. 2 B. 3 Γ. 4 Δ. 5 E. 6

2. Αν $x + \frac{1}{x} = 6$, τότε η παράσταση $K = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 3x + 1}$ είναι ίση με:
- A. 2 B. 3 Γ. 6 Δ. 4 E. $\frac{5}{3}$

3. Αν τα α και β είναι πραγματικοί αριθμοί, τότε το κλάσμα $\frac{x^2 - \alpha x - \beta x + \alpha\beta}{4x^2 - 4\beta^2}$ μετά την απλοποίηση είναι:

A. $\frac{x - \alpha}{x - \beta}$ B. $\frac{x + \alpha}{4(x + \beta)}$ Γ. $\frac{x - \alpha}{4(x - \beta)}$ Δ. $\frac{x - \beta}{4(x - \alpha)}$ E. $\frac{x - \alpha}{4(x + \beta)}$

4. Για τους θετικούς πραγματικούς αριθμούς α και β με $\alpha < \beta$, ισχύουν:

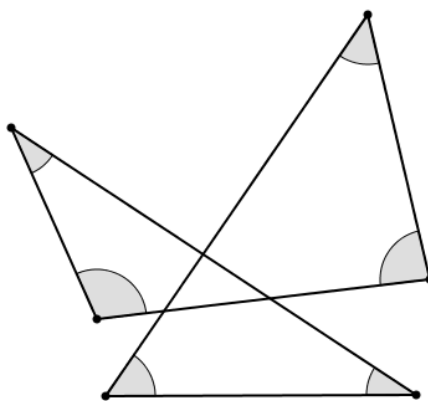
$$\alpha^2 + \beta^2 = 34$$

$$\alpha \cdot \beta = 15$$

τότε η παράσταση $\alpha - \beta$ είναι ίση με:

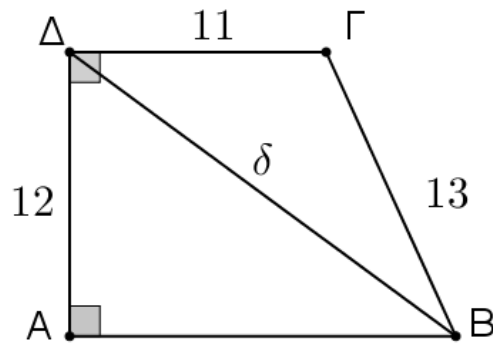
A. -2 B. -1 Γ. 0 Δ. 1 E. 2

5. Στο σχήμα το άθροισμα των γραμμοσκιασμένων γωνιών είναι:



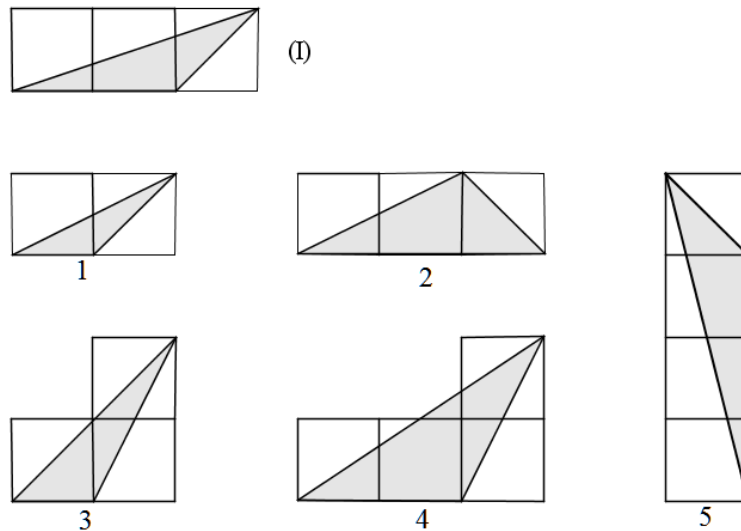
A. 180° B. 270° Γ. 360° Δ. 450° E. 540°

6. Το τετράπλευρο του σχήματος είναι τραπέζιο με δυο ορθές γωνίες τις \hat{A} και $\hat{\Delta}$. Το μήκος της διαγωνίου του δ είναι:



- A. 17 B. 18 Γ. 19 Δ. 20 E. 21

7. Ένα από τα τρίγωνα στα σχήματα 1, 2, 3, 4 και 5 είναι όμοιο με το τρίγωνο (I).



Αυτό είναι το:

- A. 1 B. 2 Γ. 3 Δ. 4 E. 5

8. Έχουμε 8 κάρτες που φέρουν την αριθμηση 1 έως 8. Η Κατερίνα έχει τη δυνατότητα να πάρει μόνο μια από αυτές τις 8 κάρτες. Ποια είναι η πιθανότητα να τραβήξει κάρτα με αριθμό μικρότερο του 4:

- A. $\frac{1}{8}$ B. $\frac{3}{8}$ Γ. $\frac{5}{8}$ Δ. $\frac{7}{8}$ E. $\frac{1}{2}$

ΔΟΚΙΜΑΣΙΑ ΕΙΣΑΓΩΓΗΣ ΜΑΘΗΤΩΝ ΣΤΑ ΠΡΟΤΥΠΑ ΛΥΚΕΙΑ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΑΝΟΙΚΤΟΥ ΤΥΠΟΥ

1. **A')** Δίνονται οι αριθμοί $\alpha = \sqrt{2} + 1$ και $\beta = \sqrt{2} - 1$.

- i. Να αποδείξετε ότι οι αριθμοί α και β είναι αντίστροφοι.
- ii. Αν είναι

$$\begin{aligned} \text{Πρώτο βήμα: } A_1 &= \alpha^1 + \beta^1 \\ \text{Δεύτερο βήμα: } A_2 &= \alpha^2 + \beta^2 \\ &\vdots \\ \text{Γενικό βήμα: } A_n &= \alpha^n + \beta^n \end{aligned}$$

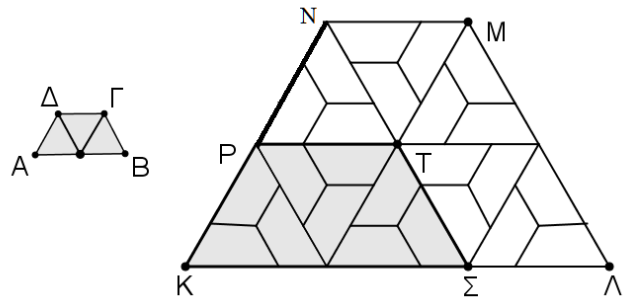
Να δείξετε ότι $A_2 \cdot A_3 = A_5 + A_1$

B') Για τις παρακάτω ισότητες να βρείτε τον τύπο του γενικού βήματος και να τον αποδείξετε.

$$\begin{aligned} \text{Πρώτο βήμα: } 1^2 + 2^2 &= \frac{3^2 + 1}{2} \\ \text{Δεύτερο βήμα: } 2^2 + 3^2 &= \frac{5^2 + 1}{2} \\ \text{Τρίτο βήμα: } 3^2 + 4^2 &= \frac{7^2 + 1}{2} \\ &\vdots \\ \text{Γενικό βήμα: } \dots & \end{aligned}$$

Μονάδες: $2 + 4 + 4 = 10$

2. Α') Το μικρό πλακίδιο ΑΒΓΔ αποτελείται από τρία ισόπλευρα τρίγωνα πλευράς a , όπως φαίνεται στο σχήμα. Ίσα πλακίδια με το ΑΒΓΔ δημιουργούν την επιφάνεια ΚΛΜΝ. Αν η περίμετρος της γραμμοσκιασμένης επιφάνειας ΚΣΤΡ είναι 15 cm :

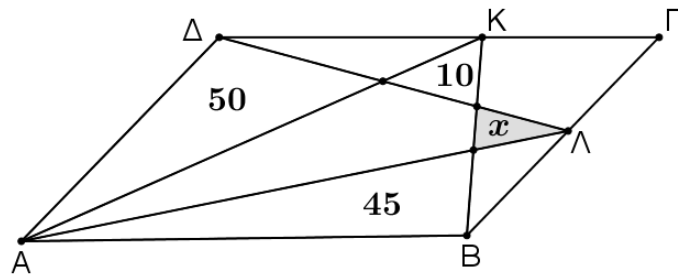


- i. Να δείξετε ότι η περίμετρος του ΑΒΓΔ είναι 5 cm .
- ii. Να υπολογίσετε την απόσταση ΚΜ.

Μονάδες: $2 + 3$

Β') Το τετράπλευρο ΑΒΓΔ είναι παραλληλόγραμμο με γνωστά τα μέτρα των εμβαδών των τριγώνων όπως φαίνεται στο σχήμα.

- i. Να δείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΛΔ και ΑΒΚ έχουν ίσα εμβαδά.
- ii. Να υπολογίσετε το εμβαδό x του γραμμοσκιασμένου τριγώνου.



Μονάδες: $2 + 3$