



ΤΑΞΗ: Α΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ

Ημερομηνία: Παρασκευή 7 Ιανουαρίου 2022

Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

## ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Αν  $\alpha, \beta \geq 0$  να αποδείξετε ότι  $\sqrt[n]{\alpha} \cdot \sqrt[n]{\beta} = \sqrt[n]{\alpha \cdot \beta}$  όπου  $n$  θετικός ακέραιος.

Μονάδες 6

A2. Έστω η εξίσωση  $x^n = \alpha$  (1) με  $\alpha \in \mathbb{R}$  και  $n \in \mathbb{N} - \{0\}$ .

Να αντιστοιχίσετε κάθε στοιχείο της στήλης Α με ένα μόνο στοιχείο της στήλης Β, ώστε να προκύπτουν αληθείς προτάσεις.

A	B
1. Αν $\alpha > 0$ και $n$ περιττός τότε η (1)	α. Έχει ακριβώς μία λύση την $-\sqrt[n]{ \alpha }$
2. Αν $\alpha > 0$ και $n$ άρτιος τότε η (1)	β. Έχει ακριβώς μία λύση την $\sqrt[n]{\alpha}$
3. Αν $\alpha < 0$ και $n$ περιττός τότε η (1)	γ. Έχει ακριβώς δύο λύσεις τις $\sqrt[n]{\alpha}, -\sqrt[n]{\alpha}$

Μονάδες 9



- A3.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.
- α.** Για κάθε  $\alpha \in \mathbb{R}$  έχουμε  $|\alpha| \geq \alpha$  και  $|\alpha| \leq -\alpha$ .
- β.** Ισχύει ότι  $d(\alpha, \beta) = |\beta - \alpha|$ .
- γ.** Για κάθε  $\alpha, \beta, \gamma, \delta \in \mathbb{R}$  ισχύει  $(\alpha > \beta \text{ και } \gamma > \delta) \Rightarrow \alpha \cdot \gamma > \beta \cdot \delta$ .
- δ.** Η ισότητα  $|x| = x$  ισχύει μόνο για  $x > 0$ .
- ε.** Η εξίσωση  $\alpha x + \beta = 0$  έχει ακριβώς μία λύση όταν  $\alpha \neq 0$ .

**Μονάδες 10****ΘΕΜΑ Β**

Για οποιουσδήποτε πραγματικούς αριθμούς  $x$  και  $y$  με την ιδιότητα  $2 < x < 5$  και  $3 < y < 6$ :

- B1.** Να γράψετε τις παραστάσεις  $A = |x - 2| - |x - 6|$  και  $B = |y - 6| - |3 - y|$  χωρίς απόλυτες τιμές.

**Μονάδες 9**

- B2.** Αν  $A = 2x - 8$  και  $B = -2y + 9$  να δείξετε ότι  $-7 < A + B < 5$

**Μονάδες 10**

- B3.** Να αποδείξετε ότι η παράσταση  $\Gamma = \frac{\sqrt{4-4x+x^2}}{x-2} + \frac{|x-5|}{x-5} + \frac{|x|}{x}$  είναι ανεξάρτητη του  $x$ .

Μονάδες 6

**ΘΕΜΑ Γ**

Δίνεται η εξίσωση  $\lambda^2 x - 2(2x - 1) = 2(\lambda - 1)^2$  **(1)** όπου  $\lambda$  πραγματικός αριθμός.

**Γ1.**

- i. Να δείξετε με κατάλληλες πράξεις ότι η εξίσωση **(1)** γράφεται στην μορφή  $(\lambda - 2)(\lambda + 2)x = 2\lambda(\lambda - 2)$ .

Μονάδες 6

- ii. Να βρεθεί για ποια τιμή του  $\lambda \in \mathbb{R}$  η εξίσωση **(1)** είναι αόριστη .

Μονάδες 7

**Γ2.** Να βρείτε την θετική λύση  $\kappa$  της εξίσωσης

$$(\kappa - 1)^4 = \sqrt{81} \cdot \sqrt{\sqrt{86} - \sqrt{5}} \cdot \sqrt{\sqrt{86} + \sqrt{5}}$$

Μονάδες 6

- Γ3.** Αν  $\kappa=4$  και ισχύει η σχέση  $(\alpha - \kappa)(\kappa - \beta) > 0$  να δείξετε ότι το  $\kappa$  είναι μεταξύ των  $\alpha$  και  $\beta$ .

Μονάδες 6

**ΘΕΜΑ Δ**

Δίνεται η παράσταση  $\alpha = \frac{1}{4+2\sqrt{3}} + \frac{1}{4-2\sqrt{3}}$  και η ισότητα

$$\beta^2 - 6\beta + 9 + \gamma^2 - 8\gamma + 16 = 0$$

Δ1. Να βρείτε τις τιμές των  $\alpha, \beta, \gamma$ .

Μονάδες 9

Δ2. Αν  $\alpha=2, \beta=3, \gamma=4$  να λυθεί η εξίσωση  $\alpha \cdot \frac{x^2+7x}{x^2-1} = \frac{2x-1}{x+1} + \frac{\beta}{1-x}$ .

Μονάδες 9

Δ3. Αν  $\kappa = \frac{(x-1)^2 - \gamma|x-1| + \gamma}{|x-1| - 2}$  τότε να βρεθούν οι τιμές του  $x$  για τις οποίες

ορίζεται η παράσταση  $\kappa$  και στην συνέχεια να την απλοποιήσετε.

Μονάδες 7