ΤΑΞΗ: **Β΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ**

ΜΑΘΗΜΑ: **ΑΛΓΕΒΡΑ/ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ**

Ημερομηνία: Πέμπτη 7 Ιανουαρίου 2021
Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Να αποδειχθεί ότι για κάθε γωνία ω ισχύει:

$$\eta\mu^2\omega+\sigma\upsilon\nu^2\omega=1$$

Μονάδες 9

Α2. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας,δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Αν $\eta\mu\omega=0$ τότε υποχρεωτικά $\sigma\upsilon\nu\omega=1$

β) Το ζεύγος $(1,2)$ είναι λύση της γραμμικής εξίσωσης $2x-y=0$

γ) Αν η f είναι γνησίως μονότονη στο $\mathbb{R}$ και η γραφική της παράσταση διέρχεται από τα σημεία $A(1,2)$ και $B(2,3)$ τότε είναι γνησίως αύξουσα.

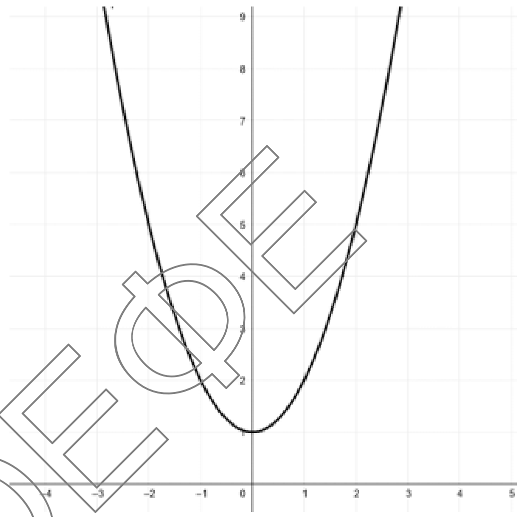
δ) Η γραφική παράσταση μίας άρτιας συνάρτησης έχει άξονα συμμετρίας τον y'y άξονα

ε) Για κάθε $x\in\mathbb{R}$ ισχύει $\sigma\upsilon\nu(-x)=-\sigma\upsilon\nu x$

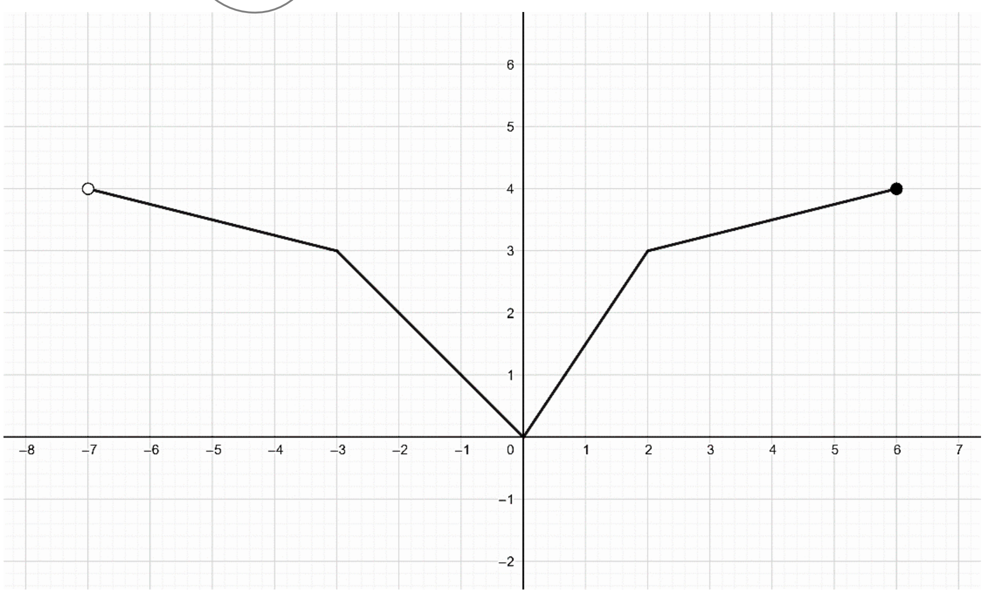
Μονάδες 10

Α3. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω γραμμές, γράφοντας στο τετράδιό σας,δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί , τη λέξη **Άρτια**, αν είναι γραφική παράσταση άρτιας συνάρτησης, **Περιττή** αν αντίστοιχα είναι περιττής συνάρτησης, ή **Τίποτα** αν δεν είναι ούτε άρτια ούτε περιττή

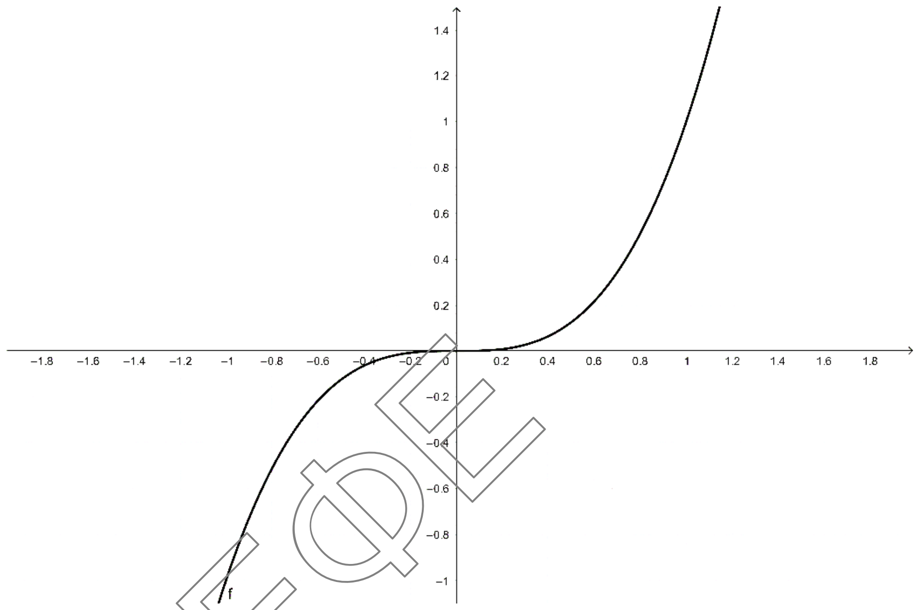
α)



β)



γ)



Μονάδες 6

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται το σύστημα :

$$\begin{cases} x - \dfrac{y}{2} = \dfrac{1}{2} \\ 3x = 2y \end{cases}$$

Β1. Να βρείτε την λύση $\left(x_0, y_0\right)$ του παραπάνω συστήματος.

Μονάδες 9

Β2. Αν $\left(x_0, y_0\right) = (2,3)$ και $f(x) = |x|$ να βρείτε από ποιες διαδοχικές μετατοπίσεις της f προκύπτει η $g(x) = |x - x_0| - y_0$

Μονάδες 8

Β3. Να εξετάσετε αν η $h(x) = f(x) + y_0$ είναι άρτια ή περιττή.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται το παραμετρικό γραμμικό σύστημα :

$$(\Sigma 1):\begin{cases} x+y=\alpha \\ x+\alpha y=1 \end{cases}$$

Γ1. Να βρείτε για ποια $\alpha \in \mathbb{R}$ το σύστημα (Σ1) έχει μοναδική λύση και να δείξετε ότι η λύση είναι $(x_0, y_0)=(\alpha+1,-1)$.

Μονάδες 6

Γ2. Να δείξετε ότι όταν η ορίζουσα του συστήματος (Σ1) D είναι ίση με μηδέν τότε το σύστημα έχει άπειρες λύσεις και να δώσετε την μορφή των λύσεων αυτών.

Μονάδες 6

Γ3. Να δείξετε ότι όταν το σύστημα (Σ1) έχει άπειρες λύσεις το σύστημα

$(\Sigma 2):\begin{cases} \alpha x+2y=3 \\ x+2\alpha y=1 \end{cases}$ είναι αδύνατο.

Μονάδες 5

Γ4. Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=\sqrt{2}\eta\mu\dfrac{21\pi}{4}x^2-2D\cdot x+D_x$ και D, D_x ορίζουσες του συστήματος (Σ1).Αν το σύστημα (Σ1) έχει μοναδική λύση και ισχύει $f(x)\le 0$ για κάθε $x\in\mathbb{R}$ να δείξετε ότι $\alpha\in[0,1)$.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ Δ

Δίνονται οι παραστάσεις :

$$A=\frac{\eta\mu(15\pi-\omega)\sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{2}-\omega\right)\varepsilon\varphi(\pi+\omega)}{\sigma\varphi\left(\frac{\pi}{2}-\omega\right)\sigma\varphi(\pi-\omega)\varepsilon\varphi(-\omega)}$$

$$B=\sigma\upsilon\nu^2(-\omega)-3\eta\mu(\pi+\omega)\eta\mu(4\pi-\omega)+3\sigma\upsilon\nu^2\left(\frac{\pi}{2}-\omega\right)$$

$$\Gamma=\eta\mu\frac{\pi}{10}-\sigma\upsilon\nu\frac{2\pi}{5}-\varepsilon\varphi\frac{19\pi}{4}$$

Δ1. Να αποδείξετε ότι Γ=1 και να δείξετε ότι $B=\sigma\upsilon\nu^2\omega$

Μονάδες 8

Δ2. Να δείξετε ότι $\Gamma-B=A$

Μονάδες 6

Δ3. Αν $\omega\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$ και $\sqrt{\frac{1-\sqrt{B}}{1+\sqrt{B}}}-\sqrt{\frac{1+\sqrt{B}}{1-\sqrt{B}}}=-\frac{2\sqrt{3}}{3}$ να βρείτε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας ω.

Μονάδες 11