

- 1) Δίνεται ο διπλανός πίνακας 43 παρατηρήσεων της μεταβλητής X και οι αντίστοιχες συχνότητές τους v_i . Αν η μέση τιμή των παρατηρήσεων είναι $\bar{x} = \frac{116}{43}$, η διάμεσος είναι $\delta=3$ και ισχύει $\kappa > 10$, να υπολογιστούν οι κ, λ, μ .

x_i	v_i
1	10
2	κ
3	λ
4	μ
5	5
Σύνολο	43

- 2) Δίνονται οι αριθμοί 13, 19, 21, 27. Συμπληρώνουμε το σύνολο των αριθμών με κ παρατηρήσεις με τιμή 20.

α) Να αποδείξετε ότι η μέση τιμή των $\kappa+4$ αριθμών είναι ίση με τη μέση τιμή των τεσσάρων αριθμών.

β) να αποδείξετε ότι το άθροισμα των τετραγώνων των αποκλίσεων των $\kappa+4$ αριθμών από τη μέση τιμή τους, είναι ίση με το άθροισμα των τετραγώνων των αποκλίσεων των τεσσάρων αριθμών από τη

$$\text{μέση τιμή τους, δηλαδή: } \sum_{i=1}^{\kappa+4} (t_i - \bar{x})^2 = \sum_{i=1}^4 (t_i - \bar{x})^2 .$$

γ) Αν s^2 είναι η διασπορά των τεσσάρων αριθμών και $(s^2)'$ είναι η διασπορά των $\kappa+4$ αριθμών, να βρείτε την s^2 και να αποδείξετε ότι:

$$(s^2)' = \frac{4s^2}{\kappa + 4} .$$

δ) Να αποδείξετε ότι το σύνολο 13, 19, 21, 27 δεν είναι ομοιογενές και να βρείτε πόσες παρατηρήσεις με τιμή 20 χρειάζεται να προσθέσου με σε αυτό, ώστε να γίνει ομοιογενές με συντελεστή μεταβολής 10%.

- 3) Ο διπλανός πίνακας δίνει τις τιμές x_i μιας μεταβλητής X και τις αντίστοιχες συχνότητές τους v_i . Αν \bar{x} είναι η μέση τιμή, να βρείτε τη διάμεσο.

x_i	v_i
1	6
2	4
3	6
4	10
5	\bar{x}

- 4) Έστω t_1, t_2, \dots, t_{100} οι τιμές μιας μεταβλητής. Οι πρώτες 20 παρατηρήσεις έχουν μέση τιμή 10 και τυπική απόκλιση 2, ενώ οι υπόλοιπες έχουν μέση τιμή 20 και τυπική απόκλιση 5. Να βρείτε:

α) τη μέση τιμή του συνόλου

β) την τυπική απόκλιση του συνόλου.

$$\text{Δίνεται: } s^2 = \frac{1}{v} \left\{ \sum_{i=1}^v t_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^v t_i)^2}{v} \right\}$$

5) Σε ένα σύνολο n παρατηρήσεων με τιμές διαφορετικές του 5 και μέση τιμή 3, προσθέτουμε παρατηρήσεις με τιμή 5 και η μέση τιμή των παρατηρήσεων γίνεται ίση με 4.

α) Αν επιλεγεί τυχαία μια παρατήρηση από το νέο σύνολο, να αποδείξετε ότι η πιθανότητα να έχει την τιμή 5 είναι 0,5.

β) Αν η τυπική απόκλιση ήταν αρχικά $\sqrt{2}$, να αποδείξετε ότι δεν θα μεταβληθεί.

6) Σε ένα σύνολο n παρατηρήσεων με τιμές διαφορετικές του 2, προσθέτουμε 40 παρατηρήσεις με τιμή 2 και η μέση τιμή των παρατηρήσεων γίνεται ίση με 2,2. Αν η πιθανότητα να επιλέξουμε στην τύχη από το σύνολο μια παρατήρηση με τιμή 2 είναι 0,8, να βρείτε τη μέση τιμή των n παρατηρήσεων του αρχικού συνόλου.

7) Σε ένα κυκλικό διάγραμμα παρουσιάζονται οι τιμές x_1, x_2, x_3 και x_4 μιας μεταβλητής X . Η γωνία του τόξου της τιμής x_1 είναι 54° και η συχνότητα της τιμής x_2 είναι $v_2=14$. Επιλέγουμε στην τύχη μια παρατήρηση και έστω $P(x_1), P(x_2), P(x_3)$ και $P(x_4)$ η πιθανότητα να επιλεγεί παρατήρηση με τιμή x_1, x_2, x_3 και x_4 αντίστοιχα.

α) να βρείτε την πιθανότητα $P(x_1)$.

β) Αν $P(x_2)=0,35$ και η συχνότητα της x_3 είναι $v_3=16$, να βρείτε το πλήθος των παρατηρήσεων, τις πιθανότητες $P(x_3)$ και $P(x_4)$ και να κατασκευάσετε το κυκλικό διάγραμμα.

8) Για την απόκτηση κάποιου τίτλου σπουδών σε ξένη γλώσσα είναι απαραίτητο κάθε μαθητής να εξετασθεί γραπτά και προφορικά και να επιτύχει και στις δύο εξετάσεις. Θεωρούμε τα ενδεχόμενα:

A: «Να επιτύχει στα γραπτά» B: «Να επιτύχει στα προφορικά»

Αν $P(A)=\frac{1}{4}$, $P(B)=\frac{2}{3}$ και η πιθανότητα να αποτύχει και στα δύο είναι $\frac{3}{5}$,

να βρεθούν οι πιθανότητες των ενδεχομένων:

α) Να αποτύχει στα γραπτά

β) Να επιτύχει στα προφορικά

γ) Να επιτύχει μόνο στα γραπτά

δ) Να χάσει τον τίτλο σπουδών.

9) Δίνονται δύο ενδεχόμενα A και B ενός δειγματικού χώρου Ω για τα οποία ισχύουν: $P(A-B)=\frac{1}{4}$, $P(A \cap B)=\frac{1}{20}$ και $P(B'-A)=\frac{1}{2}$.

α) Να βρείτε την πιθανότητα $P(A)$.

β) Να δείξετε ότι: $P(B)=\frac{1}{4}$.

γ) Να βρείτε την πιθανότητα του ενδεχομένου να πραγματοποιηθεί μόνο ένα από τα ενδεχόμενα A και B.

10) Μέσα σ' ένα κουτί υπάρχουν $x^2 - 4x$ άσπρες, $3x - 15$ κόκκινες και $x + 15$ μαύρες σφαίρες ($x \geq 5$). Βγάζουμε από το κουτί στην τύχη μια σφαίρα.

α) Να δείξετε ότι η πιθανότητα P να βγάλουμε κόκκινη σφαίρα είναι

$$P(x) = \frac{3x - 15}{x^2}.$$

β) Ποιο είναι το πλήθος από τις κόκκινες σφαίρες έτσι ώστε να βγάλουμε κόκκινη σφαίρα με τη μεγαλύτερη δυνατή πιθανότητα.

γ) Για το παραπάνω πλήθος κόκκινων σφαιρών, βρείτε τις πιθανότητες:

- i) Να βγάλουμε κόκκινη σφαίρα.
- ii) Να βγάλουμε κόκκινη ή άσπρη σφαίρα.
- iii) Να μην βγάλουμε μαύρη σφαίρα.

11) Από το σύνολο $\Omega = \{-9, -8, -7, \dots, -1, 0, 1, \dots, 7, 8, 9\}$ η επιλογή ενός στοιχείου $\kappa \neq 0$ έχει πιθανότητα: $P(\kappa) = \frac{1}{40} + \frac{\kappa - |\kappa|}{40\kappa}$.

α) να βρεθεί η πιθανότητα $P(0)$.

β) Ποια είναι η πιθανότητα να εκλέξουμε τέτοιο αριθμό κ , ώστε η συνάρτηση $f(x) = 12x^5 - 15x^4 - 20x^3 + 30x^2 + 1$ να παρουσιάζει στο $x_0 = \kappa$ τοπικό ακρότατο;

12) Έστω $\Omega = \{1, 2, \dots, 9, 10\}$ δειγματικός χώρος με ισοπίθανα απλά ενδεχόμενα. Θεωρούμε τη συνάρτηση $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + \lambda^2$ με $\lambda \in \Omega$ και $x \in \mathbb{R}$. Έστω τα ενδεχόμενα:

$X = \{ \lambda \in \Omega / \text{η μέγιστη τιμή της } f \text{ στο } [0,5] \text{ είναι μεγαλύτερη ή ίση του } \frac{68}{3} \}$

$Y = \{ \lambda \in \Omega / \text{η ελάχιστη τιμή της } f \text{ στο } [0,5] \text{ είναι μικρότερη ή ίση του } 4 \}$.

α) Να μελετηθεί η f ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα στο $[0,5]$.

β) Να βρεθούν οι πιθανότητες των ενδεχομένων X και Y.

γ) Να βρεθούν οι πιθανότητες των ενδεχομένων $X \cap Y$ και $X \cup Y$.

13) Έστω η συνάρτηση $f(x) = x^3 - 3ax - \beta x$. Επιλέγουμε τυχαία έναν αριθμό από το σύνολο $A = \{-1, 0, 2, 3\}$ και τον τοποθετούμε στη θέση του α . Ομοίως από το σύνολο $B = \{-2, 0, 1\}$ και τον τοποθετούμε στη θέση του β . Να προσδιοριστούν:

α) Ο δειγματικός χώρος του πειράματος.

β) Η πιθανότητα του ενδεχομένου: « η εξίσωση: $f(x) = 0$ να έχει μια τουλάχιστον πραγματική ρίζα διάφορη του μηδενός »

γ) Η πιθανότητα του ενδεχομένου: « η συνάρτηση f να έχει ακρότατο ».

14) Σε ένα τρένο υπάρχουν μόνο στρατιώτες, ναύτες και αεροπόροι. Οι ναύτες είναι 20. Επιλέγουμε τυχαία έναν επιβάτη. Αν η πιθανότητα να είναι στρατιώτης είναι 0,2 και η πιθανότητα να είναι αεροπόρος είναι 0,4, να βρεθούν:

- α) Ο αριθμός των επιβατών που έχει το τρένο.
β) Ο αριθμός των στρατιωτών που έχει το τρένο και των αεροπόρων.

15) Σε ένα σχολείο φοιτούν 240 αγόρια και 220 κορίτσια. Το 40% των αγοριών και το 45% των κοριτσιών έχουν στο σπίτι τους computer. Επιλέγουμε τυχαία ένα άτομο του σχολείου. Να βρεθούν οι πιθανότητες των ενδεχομένων :

A: «δεν έχει computer»

B: «είναι κορίτσι και έχει computer»

Γ: «είναι αγόρι ή δεν έχει computer»

16) Ρίχνουμε ένα αμερόληπτο ζάρι και Ω ο δειγματικός χώρος του πειράματος τύχης. Δίνονται οι παρατηρήσεις: $\gamma, -3\gamma, 7\gamma, 2\gamma, 6\gamma, -\gamma$ όπου $\gamma \in \Omega$. Να υπολογιστούν:

i) η μέση τιμή, η διάμεσος και η διασπορά.

ii) οι πιθανότητες των ενδεχομένων :

A= « $\gamma \in \Omega$ / η μέση τιμή να μην υπερβαίνει την τιμή 7»

B= « $\gamma \in \Omega$ / η διάμεσος να είναι πολλαπλάσιο του 3»

Γ= « $\gamma \in \Omega$ / η διασπορά να είναι ίση με 114».

17) Σε ένα δείγμα 50 ατόμων, ανδρών (Α) και γυναικών (Γ) η οικογενειακή τους κατάσταση ήταν: άγαμος (ΑΓ), έγγαμος (Ε) και διαζευγμένος(Δ). Η πιθανότητα ένα τυχαίο άτομο του δείγματος να είναι άνδρας είναι $P(A)=0,4$. Η πιθανότητα μια γυναίκα από το δείγμα να είναι άγαμη είναι διπλάσια από την πιθανότητα να είναι έγγαμη.

α) Να συμπληρωθεί ο παρακάτω πίνακας:

	Άγαμος	Έγγαμος	Διαζευγμένος	Σύνολο
Άνδρας	8		10	
Γυναίκα		6		
Σύνολο				

β) Να γίνει ένα ραβδόγραμμα συχνοτήτων για τα δύο φύλα με μεταβλητή την οικογενειακή κατάσταση.

18) Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται οι σχετικές συχνότητες των τιμών ενός συγκεκριμένου προϊόντος σε ευρώ σε 50 καταστήματα μιας πόλης.

Τιμή προϊόντος Σε ευρώ [,)	Σχετική συχνότητα f_i
8-10	0.2
10-12	f_2
12-14	0.3
14-16	f_4

- α) Αν η μέση τιμή των τιμών του προϊόντος στα καταστήματα αυτά είναι $\bar{x}=11,60$ ευρώ, να βρείτε τις σχετικές συχνότητες f_2 και f_4 .
 β) Να βρείτε σε πόσα καταστήματα η τιμή του προϊόντος είναι μεγαλύτερη από 11 ευρώ.
 γ) Να βρείτε τη διάμεσο των τιμών.

19) Σε ένα δείγμα n παρατηρήσεων x_1, x_2, \dots, x_n μιας μεταβλητής X είναι $\bar{x}=8$ και $s_x=2$.

- α) Αν οι παρατηρήσεις του δείγματος αυξηθούν κατά 10%, τότε:
 i) να εξετάσετε αν το νέο δείγμα είναι ομοιογενές.
 ii) να συγκρίνετε ως προς την ομοιογένεια τα δύο δείγματα.

β) αν $z_i = \frac{x_i - \bar{x}}{s_x}$, $i=1, 2, \dots, n$

- i) να βρείτε τη μέση τιμή και την τυπική απόκλιση των z_1, z_2, \dots, z_n .
 ii) Να εξετάσετε αν ορίζεται ο συντελεστής μεταβολής των z_1, z_2, \dots, z_n .

20) Έστω η συνάρτηση $f(x)=x^2+2$, $x \in \mathbb{R}$.

- α) Να βρεθεί η εξίσωση της εφαπτομένης (ϵ) της γραφικής παράστασης της f στο σημείο $A(1, f(1))$.
 β) Έστω σημείο $B(10,0)$. Να βρεθεί το σημείο $M(x,y)$ της εφαπτομένης (ϵ) το οποίο απέχει ελάχιστη απόσταση από το B .
 γ) Έστω $K_1(x_1, y_1), K_2(x_2, y_2), \dots, K_n(x_n, y_n)$ σημεία της εφαπτομένης (ϵ). Αν η μέση τιμή των τεταγμένων των σημείων είναι 11, να βρεθεί η μέση τιμή των τετμημένων των σημείων.

21) Έστω $\Omega = \{-13, \kappa, 3, 5\}$ ο δειγματικός χώρος ενός πειράματος τύχης ώστε να ισχύει: $P(\lambda) = \frac{1}{7-\lambda}$ με $\lambda \in \Omega$ και $\kappa \in (-\infty, 6]$.

- α) Να βρεθεί ο κ .
 β) Έστω τα ενδεχόμενα:

$$A = \left\{ \lambda \in \Omega : \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + 3} - x - 1}{x^2 - 1} = \lambda^2 - 5\lambda + \frac{23}{4} \right\} \text{ και}$$

$B = \left\{ \mu \in \Omega : \text{το τοπικό μέγιστο της } f(x) = 2x^3 - 6x + \mu \text{ είναι } 9 \right\}$. Να βρείτε την πιθανότητα να μην πραγματοποιείται κανένα από τα A και B.

$$22) \text{ Έστω η συνάρτηση } f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 + \alpha x^2 + \alpha^2 x + \alpha^3}{x + \alpha}, & x \neq -\alpha \\ \beta & , x = -\alpha \end{cases} \text{ με } \alpha < 0, \beta > 1$$

και έστω η μεταβλητή $X = \{\alpha, 0, \gamma, \beta, 3\}$. Αν η f είναι συνεχής στο σημείο $x_0 = -\alpha$ και η μεταβλητή X έχει μέση τιμή και διάμεσο ίσες με 1, να βρεθούν οι αριθμοί α, β, γ και ο συντελεστής μεταβολής των παρατηρήσεων της μεταβλητής X.

23) Σε μια σχολή διευτών φοίτησης το πλήθος των φοιτητών είναι διπλάσιο των φοιτητριών και το πλήθος των πρωτοετών είναι τριπλάσιο των δευτεροετών. Αν η πιθανότητα ένα άτομο που επιλέγεται τυχαία από τη σχολή να είναι φοιτητής ή δευτεροετής είναι ίση με $\frac{8}{12}$:

A. Να βρεθεί η πιθανότητα κάποιο άτομο της σχολής να είναι:

- φοιτητής
- φοιτήτρια
- πρωτοετής
- δευτεροετής
- δευτεροετής φοιτητής

B. Να βρεθεί το πλήθος των ατόμων που φοιτούν στη σχολή και το πλήθος των πρωτοετών φοιτητριών, αν το πλήθος των δευτεροετών φοιτητών είναι 120.

24) Οι τιμές σε ευρώ 200 μετοχών του Χρηματιστηρίου Αθηνών σε μια ημέρα έχουν ομαδοποιηθεί σε 5 κλάσεις ίσου πλάτους. Τα δεξιά άκρο της 1^{ης} κλάσης είναι 4€, η κεντρική τιμή της 5^{ης} κλάσης είναι 11€, η μέση τιμή των μετοχών είναι 7€ και η διάμεσος είναι 7€. Αν ισχύει: $F_2\% = 30\%$ και $F_4\% = 80\%$:

- α) Να βρείτε τα άκρα των κλάσεων.
- β) Να βρείτε την αθροιστική σχετική συχνότητα της 3^{ης} κλάσης.
- γ) Να κάνετε τον πίνακα κατανομής συχνοτήτων, σχετικών και αθροιστικών.
- δ) Επιλέγουμε τυχαία μια μετοχή. Να βρείτε την πιθανότητα η τιμή της να είναι μικρότερη από 9€.

25) Για τις πωλήσεις των αυτοκινήτων κατά τη διάρκεια ενός μήνα σε ένα νομό της Ελλάδας, δίνονται τα παρακάτω στοιχεία για τις χώρες προέλευσής τους: Α, Β, Γ, Δ και Ε.

- Η γωνία που αντιστοιχεί στις πωλήσεις της χώρας Δ είναι 36^0 .
- Το ποσοστό των πωλήσεων της χώρας Ε ήταν 26%.
- Οι πωλήσεις της χώρας Ε ήταν όσες οι πωλήσεις της χώρας Γ και της χώρας Α μαζί.
- Οι χώρες Β και Γ πραγματοποιούν το 50% των πωλήσεων.

Να βρείτε τις πωλήσεις κάθε χώρας, αν γνωρίζουμε ότι συνολικά πουλήθηκαν 500 αυτοκίνητα.

26) Α. Οι 100 μαθητές ενός Λυκείου έχουν μέση βαθμολογία στα Μαθηματικά Γενικής Παιδείας για το Α' τετράμηνο 16. Στο Β' τετράμηνο ένας αριθμός από τους παραπάνω μαθητές βελτίωσε τη βαθμολογία του κατά 3 μονάδες, ενώ οι υπόλοιποι τη μείωσαν κατά 1 μονάδα. Αν η μέση βαθμολογία το Β' τετράμηνο έγινε 18, να βρεθεί πόσοι μαθητές ανέβασαν τη βαθμολογία τους κατά 3 μονάδες και πόσοι μαθητές τη μείωσαν κατά 1 μονάδα.

Β. Οι παραπάνω 100 μαθητές συγκέντρωσαν στις πανελλήνιες εξετάσεις στο μάθημα της Ιστορίας Γενικής Παιδείας μέση βαθμολογία $\bar{x}=14,2$. Αν οι 25 μαθητές με τη χαμηλότερη βαθμολογία είχαν μέση βαθμολογία 10,4 και οι 25 μαθητές με την ψηλότερη βαθμολογία είχαν μέση βαθμολογία 17,6, να βρεθεί η μέση βαθμολογία των υπολοίπων.

27) Σε μια πόλη μια βιομηχανία κατασκευάζει 4 προϊόντα Α, Β, Γ, Δ σε ποσοστά 10%, 20%, 30%, 40% με κόστος 5, 4, 3, 2 εκατοντάδες ευρώ ανά μονάδα προϊόντος αντίστοιχα.

α) Να βρεθεί το μέσο κόστος κατασκευής των προϊόντων.

β) Να δείξετε ότι: $s^2 = \sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x})^2 f_i$ και να βρεθεί ο συντελεστής μεταβολής του κόστους.

γ) Να βρείτε πόσο τουλάχιστον πρέπει να αυξηθεί το κόστος κατασκευής κάθε προϊόντος, ώστε το κόστος των 4 προϊόντων να είναι ομοιογενές.

δ) Αν ελαττωθεί το κόστος κατασκευής κάθε προϊόντος κατά 10% και στη συνέχεια γίνει αύξηση κατά 0,3 εκατοντάδες ευρώ ανά μονάδα προϊόντος, να βρεθεί ο νέος συντελεστής μεταβολής.

28) Μελετήσαμε ένα δείγμα 800 οικογενειών ως προς το πλήθος των παιδιών τους.

α) Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα:

αριθμός παιδιών	πλήθος οικογενειών	σχετική συχνότητα	επίκεντρη γωνία α_i	N_i	$F_i\%$
0					
1			72°		
2		0,5			
3	160				
σύνολο	800				

β) Να υπολογίσετε τη μέση τιμή και τη διάμεσο.

γ) Επιλέγουμε τυχαία μια οικογένεια. Να βρείτε τις πιθανότητες των ενδεχομένων:

A: η οικογένεια έχει τουλάχιστον δύο παιδιά

B: η οικογένεια έχει το πολύ δύο παιδιά

δ) Επιλέγουμε τυχαία ένα παιδί από τις οικογένειες του δείγματος. να βρείτε τις πιθανότητες των παρακάτω ενδεχομένων:

Γ: Το παιδί έχει ένα μόνο αδερφό

Δ: Το παιδί έχει το πολύ ένα αδερφό.

29) Δίνεται η συνάρτηση: $f(x)=\ln x - \ln(x+1)$, $x>0$.

α) Να δείξετε ότι είναι γνησίως αύξουσα.

β) Σε ποιο σημείο της C_f , η εφαπτομένη έχει συντ. διεύθυνσης $\frac{1}{2}$;

γ) Θεωρούμε πείραμα τύχης με δειγματικό χώρο $\Omega=\{2, 3, \dots, v\}$ με v θετικό ακέραιο. Αν για κάθε $\kappa \in \Omega$ ισχύει: $9P(\kappa)=22f'(\kappa)$, να δείξετε ότι: $v=10$.

30) Δίνεται η ομαδοποιημένη κατανομή του παρακάτω πίνακα.

Κλάσεις [,)	Συχνότητα v_i
4-10	v_1
10-16	v_2
16-22	v_3
22-28	v_4

α) Να βρεθούν οι συχνότητες των κλάσεων όταν:

i) $v_1 = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 + x - 18}{x - 2}$

ii) το v_2 ισούται με την κλίση της γραφικής παράστασης της συνάρ-

τησης $f(x) = \frac{x^2 + 7x - 10}{3}$ στο σημείο $A(7, f(7))$.

iii) το v_3 ισούται με την ελάχιστη τιμή της συνάρτησης

$$g(x) = 3x^2 + 6x + 14.$$

iv) το πλήθος των παρατηρήσεων είναι 40.

β) Να κατασκευαστεί ο πίνακας συχνοτήτων απολύτων και αθροιστικών.

γ) Να βρεθεί η διάμεσος της κατανομής.

δ) Αν οι παραπάνω κλάσεις αναφέρονται στα χρήματα (σε ευρώ) που ξοδεύουν οι 40 οικογένειες μιας πολυκατοικίας για ημερήσιο χαρτζηλίκι των παιδιών τους, να βρεθεί:

i) Ο αριθμός των οικογενειών που δίνει από 19 ευρώ και άνω την ημέρα.

ii) Ο αριθμός των οικογενειών που δίνει από 13 έως 22 ευρώ την ημέρα.

31) Το πολύγωνο συχνοτήτων της κατανομής X των ετήσιων μισθών (σε εκατοντάδες ευρώ) ενός δείγματος εργαζομένων, ομαδοποιημένης σε κλάσεις ίσου πλάτους, έχει κορυφές τα σημεία: $A(20, 0)$, $B(40, 5)$, $\Gamma(60, 10)$, $\Delta(80, 20)$, $E(100, 30)$, $Z(120, v_5)$, $H(140, 10)$, $\Theta(160, 0)$.

Η κατακόρυφη ευθεία με εξίσωση $x = 100$ διαιρεί το χωρίο που ορίζεται από το πολύγωνο συχνοτήτων και τον οριζόντιο άξονα σε δύο ισεμβαδικά χωρία.

α) Να δείξετε ότι: $v_5 = 25$.

β) Να κατασκευάσετε το ιστόγραμμα συχνοτήτων της κατανομής X .

γ) Να υπολογίσετε τις τιμές των μέτρων θέσης της X .

δ) Αν σαν όριο φτώχειας θεωρήσουμε το μισθό των 7.200 ευρώ, να εκτιμήσετε το ποσοστό επί τοις % των φτωχών του δείγματος.

ε) Να χαρακτηρίσετε την κατανομή ως προς τη συμμετρία της.

32) Οι τιμές y_1, y_2, \dots, y_n μιας μεταβλητής Y ακολουθούν περίπου την κανονική κατανομή με $CV = 15\%$ και η συνάρτηση $f(x) = (x^2 + 1) \sum_{i=1}^v y_i - 2vx$

παρουσιάζει ακρότατο στο $x_0 = \frac{1}{8}$.

α) Να βρείτε τη μέση τιμή \bar{y} και την τυπική απόκλιση s των τιμών y_1, y_2, \dots, y_n της μεταβλητής Y .

β) Αν 64 από τις τιμές y_1, y_2, \dots, y_n έχουν μέγεθος μεγαλύτερο ή ίσο από 9,2 να βρείτε το πλήθος n των τιμών y_1, y_2, \dots, y_n .

γ) να υπολογίσετε :

i) την ελάχιστη τιμή λ_0 της παραμέτρου $\lambda \in \mathbb{N}^*$ για την οποία οι τιμές $y_i + \lambda, i = 1, 2, \dots, n$ αποτελούν ομοιογενές δείγμα.

ii) την πιθανότητα $P(A)$ του ενδεχομένου $A = \{\kappa \in \Omega / \lambda_0 < \kappa < 10\}$ με $\Omega = \{1, 2, \dots, 10\}$

33) Η μέση τιμή ενός δείγματος είναι $\bar{x}=32$. Όταν στο δείγμα βάλουμε και την τιμή 23, η νέα μέση τιμή γίνεται 31. Να βρεθεί το μέγεθος του αρχικού δείγματος.