ΑΛΓΕΒΡΑ Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

- ΠΟΛΥΩΝΥΜΑ
- ΔΙΑΙΡΕΣΗ ΠΟΛΥΩΝΥΜΩΝ
- ΣΧΗΜΑ HORNER
- ΠΟΛΥΩΝΥΜΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ
- ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΕΙΔΙΚΗΣ ΜΟΡΦΗΣ

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ : ΤΣΑΒΕΣ ΧΡΗΣΤΟΣ

ΠΟΛΥΩΝΥΜΑ

1. Να βρεθούν οι τιμές του $\alpha\in R$ για τις οποίες το πολυώνυμο $P(x) = (\alpha^2-4\alpha+3)x+(\alpha^3-\alpha)x+(\alpha^2+2\alpha-3)x+\alpha^3-1$ είναι το μηδενικό πολυώνυμο.

2. Αν $\alpha^3+\beta^3+\gamma^3=3\alpha\beta\gamma$ και $\alpha+\beta+\gamma\neq 0$, να δείξετε ότι το πολυώνυμο $P(x) = (\alpha-\beta)x^2+(\beta-\gamma)x+\gamma-\alpha$ είναι το μηδενικό πολυώνυμο.

3. Να δειχτεί ότι το πολυώνυμο $P(x) = (\kappa-2)x^2+(2\lambda+6)x+\kappa+\lambda-3$ είναι διάφορο του μηδενικού.

4. Να βρείτε τις τιμές των α, β, γ ώστε το πολυώνυμο $P(x) = (\alpha^2-1)x^2+(2-\alpha\beta)x+\alpha-1$ να είναι σταθερό.

5. Να βρεθούν οι $\alpha, \beta, \gamma\in R$ για τις οποίες το πολυώνυμο $P(x) = (2\alpha+\beta-5)x^2+(\alpha-\beta-4)x+(\alpha-\beta+\gamma)$ είναι:
α) το μηδενικό πολυώνυμο β) πολυώνυμο μηδενικού βαθμού.

6. Να βρεθούν οι τιμές του $\alpha\in R$ για τις οποίες τα πολυώνυμα $P(x) =(\alpha^2-\alpha)x^3+(2\alpha^2+3)x+4$ και $Q(x) =(2\alpha-2)x^3+(\alpha^2+4)x+5-\alpha$ είναι ίσα.

7. Να βρείτε τις τιμές των κ, λ, μ ώστε να είναι ίσα τα πολυώνυμα: $P(x) = \lambda x^2-(\lambda-\kappa)x+\mu-2\lambda$ και $Q(x) = (\mu-\lambda)x^2+4x+\kappa+\lambda$.

8. Για ποιες τιμές των α, β, γ το πολυώνυμο $P(x) = 4x^3-2x^2+x-1$ παίρνει τη μορφή: $2x^2(2x-\alpha)+(\beta-\gamma)x+\gamma+\alpha$.

9. Να βρείτε τις τιμές των α, β, γ ώστε το πολυώνυμο $(\alpha+\beta)x^3-(2\alpha-\beta+\gamma)x^2+3\gamma x+\alpha$ να παίρνει τη μορφή: $(\alpha+2\beta-3\gamma)x^2+6x-\beta$.

10. Αν $P_1(x) =2x^2-3x+1$, $P_2(x) =x-1$ και $P_3(x) =(\alpha+\beta)x^2-(2\alpha+\beta)x-\alpha+\beta+\gamma$, να βρεθούν οι $\alpha, \beta, \gamma\in R$ έτσι ώστε να ισχύει: $P_1(P_2(x))=P_3(x)$.

11. Για τις διάφορες τιμές του $\lambda\in R$, να βρεθεί ο βαθμός του πολυωνύμου: $P(x) = (\lambda-\lambda^3)x^4+(\lambda^2+\lambda)x^2+(\lambda^2+\lambda^3)x+1-\lambda^2$.

12. Αν το πολυώνυμο $P(x) = (\lambda^3-100\lambda)x^3+(\lambda^2-10\lambda)x+10\lambda-1$ είναι πρώτου βαθμού, να βρείτε το λ.

13. Να βρεθούν οι τιμές του $\alpha\in R$ για τις οποίες το πολυώνυμο $P(x) = \alpha x^3-4(\alpha^2+1)x^2+3x+\alpha^3+4\alpha+7$ έχει ρίζα τον αριθμό -1.

14. Να βρεθούν οι τιμές των α, β∈R για τις οποίες το πολυώνυμο
$P(x) = 2x^3-(α+1)x^2+(2α-β)x+β+α-5$ έχει ρίζες τους αριθμούς 1 και -2.

15. Να δείξετε ότι το πολυώνυμο $P(x) = α^2x^4+2αx^3+(α-1)x+2$ δεν έχει ρίζα το -1 για κάθε α∈R.

16. Αν το πολυώνυμο $P(x) = x^2+ (α-1)x+2α$ έχει ρίζα το -1, να αποδείξετε ότι το ίδιο ισχύει και για το πολυώνυμο $Q(x) = x^3+4x^2+(α^2-1)x$.
Το αντίστροφο ισχύει;

17. Να βρεθεί το πολυώνυμο P(x) για το οποίο ισχύει:
α) $(2x-1)P(x) = 2x^3-5x^2+4x-1$
β) $(x^2+1) P(x) = 3x^5+2x^4+x^3-x^2-2x-3$
γ) $[P(x)]^2 = x^4-2x^3+5x^2-4x+4$.

18. Να βρεθεί πολυώνυμο P(x) 2^{ου} βαθμού με ρίζες τους αριθμούς 0, -2 και να ισχύει: P(-1)=3.

19. Να βρεθεί πολυώνυμο P(x) δευτέρου βαθμού τέτοιο ώστε:
P(x+1) = P(-x) και P(1) = 2, P(-1) = 4.

20. Να βρεθεί πολυώνυμο P(x) τέτοιο ώστε: P(P(x)) = 4x+3.

21. α) Να βρεθούν οι α, β∈R έτσι ώστε για κάθε x ≠ 0, -1 να ισχύει:
$$\frac{1}{x^2+x} = \frac{α}{x} + \frac{β}{x+1}.$$

β) Να υπολογιστεί το άθροισμα: $S = \frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \frac{1}{3\cdot 4} + \ldots + \frac{1}{ν(ν+1)}$.

22. α) Να βρεθεί πολυώνυμο P(x), δευτέρου βαθμού με ρίζα το 0 και τέτοιο ώστε το πολυώνυμο P(x+1) - P(x) να είναι ίσο με το πολυώνυμο φ(x) = x.
β) Να υπολογιστεί το άθροισμα: $S =1+2+3+\ldots+ν$, $ν\in N^*$.

23. α) Να βρεθεί πολυώνυμο P(x) τρίτου βαθμού τέτοιο ώστε:
$P(x) - P(x-1)=x^2$ και P(0)=0.
β) Να υπολογιστεί το άθροισμα: $S =1^2 + 2^2 + 3^2 +\ldots+ ν^2$.

24. α) Να βρεθεί πολυώνυμο P(x) τρίτου βαθμού τέτοιο ώστε:
P(0)=1 και τα πολυώνυμα A(x)=P(x+1)-P(x), B(x)=x(x+1) να είναι ίσα.

β) Να υπολογιστεί το άθροισμα: $S = 1.2+2.3+\ldots+\nu(\nu+1)$.

25. Αν $\alpha+\beta+\gamma=30$, να βρεθούν οι $\alpha, \beta, \gamma \in R$ ώστε το κλάσμα
$\dfrac{(\alpha-2)x^2+(\beta-1)x+\gamma-3}{x^2+2x+5}$ να έχει σταθερή τιμή για κάθε $x \in R$.

26. Έστω ένα πολυώνυμο $P(x)$ τέτοιο ώστε να ισχύει:
$P(2x+1) = 2P(x)+2000$ και $P(0) = 0$. Να βρεθεί το $P(7)$.

27. α) Βρείτε το άθροισμα των συντελεστών του πολυωνύμου
$P(x) = (2-3x+2x^2)^{1991}(1+3x-2x^2)^{1992}$.
β) Δείξτε ότι: αν δύο πολυώνυμα έχουν άθροισμα συντελεστών ίσο με 1, τότε και το γινόμενό τους έχει άθροισμα συντελεστών ίσο με 1.

28. Να βρεθούν τα πολυώνυμα $P(x)$, βαθμού ν τα οποία ικανοποιούν τη σχέση: $P(1)+P(x)+P(x^2)+\ldots P(x^\nu)=(1+x+x^2+\ldots+x^\nu)P(x)$ για κάθε $x \in R$.

<u>ΔΙΑΙΡΕΣΗ ΠΟΛΥΩΝΥΜΩΝ</u>

<u>Α. ΕΥΚΛΕΙΔΕΙΑ ΔΙΑΙΡΕΣΗ-ΘΕΩΡΗΜΑΤΑ ΔΙΑΙΡΕΤΟΤΗΤΑΣ</u>

1. Έστω το πολυώνυμο $P(x) = (x^3-5x)(5x^2-1)-3x+2$. Να βρείτε το πηλίκο και το υπόλοιπο της διαίρεσης $P(x)$: (x^3-5x).

2. Έστω το πολυώνυμο $P(x)$ το οποίο όταν το διαιρέσουμε με το $3x^3+5$ δίνει πηλίκο x^2-3 και υπόλοιπο $2x-1$. Να βρείτε το $P(-1)$.

3. Δίνονται τα πολυώνυμα:
$P(x) = x^4-3x^3-7x^2+\alpha x+\beta$ και $Q(x) = x^2-3x+5$.
α) Να βρεθεί το πηλίκο και το υπόλοιπο της διαίρεσης $P(x):Q(x)$.
β) Να βρεθούν οι α, β ώστε το $Q(x)$ να είναι παράγοντας του $P(x)$.

4. Να βρεθεί ο $\lambda \in R$ ώστε το πολυώνυμο $P(x) =\lambda^2x^4-3\lambda x+2$ να έχει παράγοντα το $x-1$ και έπειτα να βρεθεί το πηλίκο της διαίρεσης $P(x):(x-1)$.

5. Να βρεθεί ο $\alpha \in R$ ώστε το πολυώνυμο $P(x) = x^3+(2\alpha-1)x^2-5x+\alpha^2-3$ διαιρούμενο με $x+1$ να δίνει υπόλοιπο 15.

6. Να βρεθούν οι $\alpha, \beta \in R$, αν τα πολυώνυμα $x-2$ και $x-3$ είναι παράγοντες του πολυωνύμου $P(x) =2x^3-9x^2+(\alpha+\beta)x+3\beta$.

7. Να δειχτεί ότι το $(x-1)^2$ είναι παράγοντας του $P(x) = 4x^5-5x^4+1$.

8. Να βρεθούν οι λ, μ∈R, αν το πολυώνυμο x^2-5x+4 διαιρεί το πολυώνυμο $P(x) = x^4-3x^3+\mu x+\lambda$.

9. Να βρείτε τα α, β∈R για τα οποία το πολυώνυμο $P(x) = x^4-x^3+\alpha x+\beta$ διαιρούμενο με το x^2-1 δίνει υπόλοιπο $3x+2$.

10. Να βρείτε τα α, β∈R για τα οποία το πολυώνυμο $P(x) = x^5+2x^2+\alpha x+\beta$ διαιρούμενο με το x^2-5 δίνει υπόλοιπο $26x+11$.

11. Αν το πολυώνυμο P(x) διαιρούμενο με το πολυώνυμο x^2-1 δίνει υπόλοιπο $x+3$, να βρεθεί το υπόλοιπο της διαίρεσης του P(x) με το $x+1$.

12. Αν το πολυώνυμο P(x) διαιρούμενο με τα πολυώνυμα $x+1$ και $x-2$ δίνει αντίστοιχα υπόλοιπο 2 και 8, να βρεθεί το υπόλοιπο της διαίρεσης του P(x) με το $(x+1)(x-2)$.

13. Αν το πολυώνυμο P(x) διαιρούμενο με τα πολυώνυμα $x+1$, $x-2$ και $x+3$ δίνει αντίστοιχα υπόλοιπο 2,11 και 6, να βρεθεί το υπόλοιπο της διαίρεσης του P(x) με το $(x+1)(x-2)(x+3)$.

14. Αν για το πολυώνυμο P(x) ισχύει $P(0) = P(1) = 1$, να δειχτεί ότι: $P(x) = x(x-1)\pi(x)+1$.

15. Αν για το πολυώνυμο P(x) ισχύει $P(x) =P(2-x)$, να βρεθεί το υπόλοιπο της διαίρεσης του P(x) με το $2x-x^2$.

16. Αν το υπόλοιπο της διαίρεσης του πολυωνύμου Q(x) με το $x+1$ είναι 3, να βρείτε το υπόλοιπο της διαίρεσης του πολυωνύμου P(x) με το $x+1$, όπου $P(x) = (x^3+2)Q(x) +2x+3$.

17. Αν το υπόλοιπο της διαίρεσης του πολυωνύμου P(x) με το $x+2$ είναι 2, να βρείτε το υπόλοιπο της διαίρεσης του πολυωνύμου Q(x) με το $x+1$, όταν: $Q(x) = P(9x+7)+x^3-10$.

18. Δίνεται το πολυώνυμο P(x) για το οποίο ισχύει: $P(x+5) =x^2Q(x)+4x-1$. Αν το Q(x) διαιρούμενο με το $x+2$, δίνει υπόλοιπο 5, να βρεθεί το υπόλοιπο της διαίρεσης του $P(x):(x-3)$.

19. Για το πολυώνυμο P(x) γνωρίζουμε ότι: $P(x-5) = 6x^2-2x-1$. Να βρεθεί το υπόλοιπο της διαίρεσης του $P(x):(x+1)$.

20. Αν ο αριθμός 1 είναι ρίζα του πολυωνύμου $P(x)$, να βρείτε το υπόλοιπο της διαίρεσης του πολυωνύμου $P(3x+7)$ με το $x+2$.

21. Ένα πολυώνυμο $P(x)$ διαιρούμενο με τα πολυώνυμα $x–\alpha$ και $x-\beta$ με $\alpha \neq \beta$ δίνει αντίστοιχα πηλίκα $\Pi_1(x)$ και $\Pi_2(x)$. Να δείξετε ότι: $\Pi_1(\alpha)=\Pi_2(\beta)$.

Β. ΣΧΗΜΑ HORNER

22. Έστω το πολυώνυμο $P(x) = -x^3+x-2$. Να βρείτε το πηλίκο και το υπόλοιπο της διαίρεσης του $P(x)$ με το $x+5$ και να γράψετε την ταυτότητα της διαίρεσης.

23. Να δείξετε ότι το πολυώνυμο $P(x) = -2(x+5)^{21}+3(x+4)^{17}-x-2$ έχει ως παράγοντες όλους τους παράγοντες του πολυωνύμου $Q(x)=x^2+9x+20$.

24. Αν το πολυώνυμο $P(x) =x^3-\alpha x^2+\beta x+\alpha^2-1$ έχει παράγοντα το πολυώνυμο $x(x+1)$, να βρείτε τα α, β.

25. Με τη βοήθεια του σχήματος Horner μόνο, να δείξετε ότι το πολυώνυμο $P(x) = x^3-7x+6$ έχει παράγοντα το πολυώνυμο $(x-2)(x+3)$.

26. Να βρείτε τα α, β ώστε το πολυώνυμο $P(x) =\alpha x^3-(\alpha+\beta)x+\beta-4$ να έχει παράγοντα το πολυώνυμο $(x+1)(x-3)$.

27. Με τη βοήθεια του σχήματος Horner μόνο, να δείξετε ότι το πολυώνυμο $P(x) = x^3-3x^2+4$ έχει παράγοντα το πολυώνυμο $(x-2)^2$.

28. Να βρείτε τα α, β ώστε το πολυώνυμο $P(x) = \alpha x^3-5x^2+\beta x+9$ να έχει παράγοντα το πολυώνυμο $(x-3)^2$.

29. Να βρείτε το α, ώστε το πολυώνυμο $P(x) =x^3-1$, να έχει παράγοντα το πολυώνυμο $x^2+\alpha x+1$.

30. Αν το πολυώνυμο $P(x) =\alpha x^{\nu+1} + \beta x^{\nu} +1$ έχει παράγοντα το $(x-1)^2$, να δείξετε ότι το πολυώνυμο $Q(x) = (\nu+1)\alpha x^{\nu} + \nu\beta x^{\nu-1}$ έχει παράγοντα το $x-1$.

31. Αν το πολυώνυμο $P(x) = (\nu+1)x^{\nu} – \nu x^{\nu+1}+\alpha$ διαιρείται με το $x-1$, τότε να δείξετε ότι διαιρείται και με το $(x-1)^2$.

32. Αν το πολυώνυμο $P(x) =\alpha_\nu x^\nu + \alpha_{\nu-1}x^{\nu-1} +\ldots+\alpha_0$ έχει ρίζες τους αριθμούς α_0 και ρ, να δείξετε ότι το $x-\rho$ είναι παράγοντας του πολυωνύμου $Q(x)=P(P(P(x)))$.

33.Αν το πολυώνυμο $(x-\rho)^2$ είναι παράγοντας του $P(x)=x^3+\alpha x+\beta$, να δειχτεί ότι: $\left(\frac{\alpha}{3}\right)^3 + \left(\frac{\beta}{2}\right)^2 = 0$.

ΠΟΛΥΩΝΥΜΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ

34.Να λυθούν οι εξισώσεις:

i) $x^3 -6x^2 + 9x =0$ ii) $x^3 -2x^2 -9x +18=0$

iii) $x^7 -8x^4 +x^3 - 8=0$ iv) $(x+2)^3 =8x^2 + 16x$

v) $x^5 -4x^4 +3x^3 -8x^2 +32x -24=0$ vi) $3x^2 +15x +18= 2x^2(x+2)$

vii) $x^3 +x^2 -2=0$ viii) $x^3 +8=7(x^2+5x +6) +9x^2 -36$

35.Να λυθούν οι εξισώσεις:

i) $x^3 -4x^2 +x +6=0$ ii) $4x^3 +8x^2 -52x +40=0$

iii) $(x-1)(x-2)(x-3)= -24$ iv) $2x^4 - 11x^3 +18x^2 -11x +6=0$

v) $8x^4 +30x^3 +22x^2 +15x +9=0$ vi) $2x^4 +13x^3 +28x^2 +23x +6=0$

36.Για ποιες τιμές του λ η εξίσωση: $2x^3 +(5-\lambda^3)x^2 + \lambda-1 =0$ έχει ρίζα τον αριθμό 1; Για την τιμή του λ που βρήκατε, να λύσετε την εξίσωση.

37.Να βρείτε για ποιες τιμές των $\alpha, \beta\in R$ το πολυώνυμο $P(x)= x^4 +\alpha x^3 -31x^2 -(\alpha+\beta)x +150$, έχει παράγοντες τους $x-2$ και $x+3$. Στη συνέχεια, να λυθεί η εξίσωση: $P(x)=0$.

38.Να λυθούν οι ανισώσεις:

i) $x^3 -21x +20 >0$ ii) $x^3 +9x^2 +23x +15<0$

iii) $-x^3 +3x +2<0$ iv) $x^3 +x^2 >5x-3$

v) $x^4 +x^3 -2x^2 +9x -9 \geq 0$ vi) $4x^4 -8x^3 +5x^2 -x \geq 0$

vii) $x^4 -2 \leq x(1-x) -x^3$ viii) $4x^5 +12x^4 +x^3 -18x^2 -5x +6 \leq 0$

39.Αν $\alpha\in Z$, να δείξετε ότι η εξίσωση: $4x^3 -2\alpha x +1=0$ δεν έχει ακέραιες ρίζες.

40.Να δείξετε ότι η εξίσωση: $x^\nu +5\lambda x-1=0$, $\nu\in N^*$, $\nu \geq 2$ και $\lambda\in Z^*$ δεν έχει ακέραιες ρίζες.

41. Αν η εξίσωση: $(2\kappa-3)x^3 -\kappa x-1=0$, $\kappa\in Z$ έχει θετική ακέραια ρίζα, να βρείτε το κ.

42.Να βρεθεί ο θετικός ακέραιος ν, ώστε η εξίσωση: $x^3 -x^2 + \nu x +4=0$ να έχει μια τουλάχιστον ακέραια ρίζα. Μετά να λυθεί η εξίσωση.

43.Να βρείτε τα κοινά σημεία των γραφικών παραστάσεων των παρακάτω συναρτήσεων με τον άξονα x′x.
i) $f(x)= x^3 -2x^2 -5x +6$ ii) $f(x)= 3x^5 -4x^4 -20x^3 +10x^2 +17x -6$

44.Να βρείτε τα κοινά σημεία των γραφικών παραστάσεων των συναρτήσεων f και g αν:
i) $f(x)=2x^4 +5x$ και $g(x)=5x^3 +2$
ii) $f(x)=2x^3 +7x^2$ και $g(x)=x^4 +8x+12$.

45.Να βρείτε τα διαστήματα του x , στα οποία η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x)=x^4 -5x^3 +5x -1$ βρίσκεται:
α) πάνω από τον άξονα x′x β) κάτω από τον άξονα x′x.

46.Να βρείτε τα διαστήματα του x , στα οποία η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x)=x^4 +6x$ βρίσκεται πάνω από τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $g(x)=2x^3 +2x^2 +3$.

ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΕΙΔΙΚΗΣ ΜΟΡΦΗΣ

Α. Εξισώσεις που λύνονται με χρήση βοηθητικού αγνώστου

47.Να λυθούν οι εξισώσεις:
i) $x^6 -7x^2 -6=0$ ii) $x^6 -7x^3 -8=0$
iii) $(x+1)^6 -7(x+1)^3 -8=0$ iv) $(3x+1)^8 -15(3x+1)^4 -16=0$
v) $(x^2 -5x +2)^4 -8(x^2 -5x +2)^2 =9$ vi) $(x^2 +x+1) (x^2 +x+2)=12$
vii) $(x^2 -3x +1)^2 -10(x^2 -3x -3)=51$ viii) $x^2(x+1)^2 -8(x^2 +x) +12=0$
ix) $(x+1) (x+2) (x+3) (x+4)=120$ x) $(x^2-5) (x^2-2) (x^2-1) (x^2+2)= -36$

Β. Αντίστροφες εξισώσεις

48.Να λυθούν οι εξισώσεις:
i) $6x^3 -7x^2 -7x +6 =0$ ii) $3x^3 +13x^2 +13x +3 =0$
iii) $2x^4 -5x^3 +7x^2 -5x+2=0$ iv) $5x^4 -16x^3 +2x^2 +16x+5=0$
v) $x^4 +x^3 -16x^2 -2x +4=0$ vi) $x^5 +4x^4 +3x^3 -3x^2 -4x -1=0$

ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΠΟΥ ΑΝΑΓΟΝΤΑΙ ΣΕ ΠΟΛΥΩΝΥΜΙΚΕΣ

Α. Βοηθητικός άγνωστος

49.Να λυθούν οι εξισώσεις:
i) $2συν^4x-5συν^3x +5συνx -2=0$
ii) $ημ^3x + συν^2x + ημx + 2=0$
iii) $ημ^6x -4ημ^3x +3=0$.

Β. Ρητές (ή κλασματικές) εξισώσεις – ανισώσεις

50.Να λυθούν οι εξισώσεις:

i) $\frac{3x^2+1}{x-1}+\frac{4}{x-x^2}=\frac{x^2-3x+2}{x}$ ii) $\frac{x^2}{x+1}+\frac{4}{1-x}=\frac{2}{x^2-1}$

iii) $\frac{1}{x+2}+\frac{3}{x-1}=\frac{9x^2}{x^2+x-2}$ iv) $\frac{1}{x^2-x}+\frac{1}{x^2-3x+2}=\frac{1}{x-2}$

v) $x^2-x=18-\frac{72}{x^2-x}$ vi) $x^2+x+\frac{18x-6}{x-7}=0$

vii) $\frac{x^2}{x^3+4x^2}-\frac{3x+3}{x^2-x-2}+\frac{3}{x^2-3x+2}=2$

51.Να λυθούν οι ανισώσεις:

i) $\frac{x+2}{3x+1}\geq\frac{x-2}{2x-1}$ ii) $\frac{5x^3+1}{x^2-1}+\frac{3}{1-x}>1$

iii) $\frac{x^2}{x-1}>\frac{2}{x^2-1}$ iv) $x^2+\frac{3x^2-x-1}{x-1}-\frac{x^2-2}{x-x^2}>0.$

Γ. Άρρητες εξισώσεις – ανισώσεις

52.Να λυθούν οι εξισώσεις:

i) $\sqrt{5x+10}=8-x$ ii) $\sqrt{2x+11}=x-2$

iii) $\sqrt{x^2-2x+6}=2x-3$ iv) $\sqrt{5x^2-4}=2x+1$

v) $x+\sqrt{x+5}=7$ vi) $5x-4\sqrt{x+11}=3x-6$

vii) $\sqrt{2x^2-1}-x=x-3$ viii) $\sqrt[3]{x^3+9x^2}=x+3$

53.Να λυθούν οι εξισώσεις:

i) $\sqrt{x+2}+2=\sqrt{x-6}$ ii) $\sqrt{x+3}+\sqrt{3x-2}=7$

iii) $\sqrt{x-8}+\sqrt{x-5}=3$ iv) $\sqrt{12-x}-\sqrt{x-2}=2$

v) $\sqrt{x+2}-\sqrt{x-6}=2$ vi) $\sqrt{2x}-\sqrt{x-1}=\sqrt{2}$

54.Να λυθούν οι εξισώσεις:

i) $\sqrt{2x-1}-\sqrt{3x-11}=\sqrt{x-4}$

ii) $\sqrt[3]{x+21}+\sqrt[3]{14-x}=5$

iii) $\sqrt{x-2}-\sqrt{x-5}=\sqrt{x-10}-\sqrt{x-7}$

iv) $\sqrt{2+\sqrt{x^3-2x}}=x$

v) $2\left(1+\frac{9}{x}\right)+3\sqrt{\frac{x+9}{x}}=14$

vi) $x^2-2\sqrt{x^2-6x+2}=6x+1$

vii) $\sqrt{3x-10}+\frac{1}{\sqrt{3x-10}-6}=4$

viii) $2\sqrt{\frac{5x-8}{x-2}}+5\sqrt{\frac{x-2}{5x-8}}=7$.

55.Να λυθούν οι ανισώσεις:

i) $\sqrt{3x+2}>\sqrt{x^2-3x+2}$

ii) $\sqrt{4x^2+7x-2}>2x+1$

iii) $\sqrt{2x+1}-\sqrt{x-8}>3$

iv) $\sqrt[3]{x^2+x+1}<x+1$.