



08 επαναληπτικά θέματα

Β' ΛΥΚΕΙΟΥ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΑΛΓΕΒΡΑ

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

A) Αν $\alpha > 0$ με $\alpha \neq 1$, να αποδείξετε ότι για κάθε $\theta > 0$ και $\kappa \in \mathbb{R}$ ισχύει: $\log_{\alpha} \theta^{\kappa} = \kappa \cdot \log_{\alpha} \theta$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 8

B) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας την ένδειξη ΣΩΣΤΟ ή ΛΑΘΟΣ δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

- a) Για κάθε $x \in \mathbb{R}$ ισχύει $\left(\frac{1}{3}\right)^x < 3^x$.
- b) Το π είναι λύση της εξίσωσης $\sin x + 1 = \eta \mu 2x$.
- c) Η εξίσωση $x^4 + 3x^2 + x + 1 = 0$ δεν έχει ακέραιες ρίζες.
- d) Ισχύει $5 = \ln e^5$.
- e) Αν $(\alpha_v), v \in \mathbb{N}^*$ είναι μία αριθμητική πρόοδος με διαφορά $\omega \neq 0$, τότε ισχύει:

$$\alpha_{2007} - \alpha_{2008} = \omega.$$

ΜΟΝΑΔΕΣ 5

Γ) Για τις παράκατω ερωτήσεις να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα, που αντιστοιχεί στη σωστή/απάντηση, δίπλα στον αριθμό κάθε ερώτησης.

1. Η συνάρτηση $f(x) = \left(\frac{1}{\alpha}\right)^x$ με $\alpha > 1$ είναι :

- A. γνησίως αύξουσα στο \mathbb{R}
- B. σταθερή στο \mathbb{R}
- C. γνησίως φθίνουσα στο \mathbb{R}
- D. κανένα από τα προηγούμενα

2. Αν $x > 0$ και ισχύει $\ln \sqrt{x} = 3$, τότε :

- | | |
|--------------|--------------|
| A. $x = e^4$ | B. $x = e^6$ |
| C. $x = e^3$ | D. $x = e^9$ |

3. Η εξίσωση $\eta \mu x \sin 3x + \eta \mu 3x \sin x = 4$, $x \in \mathbb{R}$:

- | | |
|---------------------------|-------------------------------------|
| A. έχει λύση το $x = 0$ | B. έχει λύση το $x = \frac{\pi}{2}$ |
| C. έχει λύση το $x = \pi$ | D. είναι αδύνατη |

4. Αν το πολυώνυμο $P(x)$ έχει παράγοντα το $x-1$, τότε έχει οπωσδήποτε παράγοντα και το

- | | |
|----------|-------------------------------|
| A. $x+1$ | B. $-x-1$ |
| C. $1-x$ | D. κανένα από τα προηγούμενα. |

5. Οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $f(x) = e^x$ και $g(x) = \ln x$ είναι συμμετρικές ως προς :
- A. τον άξονα y'
B. την ευθεία $y = x$
C. τον άξονα x'
D. την ευθεία $y = 2x$
6. Το πολυώνυμο $P(x) = (\lambda^2 - 1)x^3 + (\lambda^3 - 1)x^2 + (\lambda - 1)x + (\lambda^2 + \lambda - 2)$ είναι το μηδενικό πολυώνυμο, όταν το λ ισούται με :
- A. 1
B. -1
C. -2
D. κανένα από τα προηγούμενα.

ΜΟΝΑΔΕΣ 12**ΘΕΜΑ 2^o**Δίνονται τα πολυώνυμα $P(x) = x^3 - 5x^2 + 16x - 12$ και $F(x) = x^2 + 5x - 6$.

- a) Να λύσετε την εξίσωση $P(x) = F(x)$ (1).
- b) Να βρείτε το διάστημα, που ανήκει το x , έτσι ώστε η γραφική παράσταση της συνάρτησης $P(x)$, να βρίσκεται κάτω από τον άξονα x' .
- c) Έστω $(\alpha_v), v \in \mathbb{N}^*$ μία γεωμετρική πρόοδος με πρώτο όρο τη μεγαλύτερη ρίζα της εξίσωσης (1) και λόγο λ τη μεσαία ρίζα της (1), τότε:
- i) Να υπολογίσετε την τάξη του όρου της γεωμετρικής προόδου α_v , που ισούται με 192.
- ii) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $\frac{\alpha_{2008}}{\alpha_{2007}} \cdot \frac{\alpha_{2005}}{\alpha_{2006}}$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 5**ΜΟΝΑΔΕΣ 4****ΘΕΜΑ 3^o**Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{\eta \mu 4x + 2\eta \mu 2x}{\sin x}$, με $x \neq \kappa\pi + \frac{\pi}{2}, \kappa \in \mathbb{Z}$.

- a) Να αποδείξετε ότι $f(x) = 8\eta\mu x - 8\eta\mu^3 x$.
- b) Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = 16\eta\mu x$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 9**ΜΟΝΑΔΕΣ 8**

- γ) Να αποδείξετε ότι, οι αριθμοί $f(-\frac{\pi}{6})$, $f(0)$, $f(\frac{\pi}{6})$ με τη σειρά που δίνονται είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου.

ΜΟΝΑΔΕΣ 8**ΘΕΜΑ 4^ο**

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \ln(x + \alpha - \beta)$, όπου $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

A. Αν $\ln 6 + f(\frac{\pi}{2}) - \ln 5 = \ln \pi$, τότε:

a) Να αποδείξετε ότι: $\alpha - \beta = \frac{\pi}{3}$.

b) Να λύσετε την εξίσωση ημ($e^{f(x)}$) · συν($e^{f(x)}$) = $\frac{1}{2}$.

B. Αν η γραφική παράσταση της f τέμνει τον άξονα x στο σημείο $A(1,0)$, τότε:

a) Να αποδείξετε ότι: $\alpha - \beta = 0$.

b) Να λύσετε την ανίσωση $16 \cdot 2^{f(x)} < 2^{\ln(2e^4)}$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 8**ΜΟΝΑΔΕΣ 5****ΜΟΝΑΔΕΣ 4****ΜΟΝΑΔΕΣ 8****ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**