

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ Ο.Ε.Φ.Ε. 2003

ΘΕΜΑΤΑ ΑΛΓΕΒΡΑΣ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

A₁ Αν $\alpha > 0$ με $\alpha \neq 1$ τότε για οποιουσδήποτε $\theta_1, \theta_2 > 0$ να δείξετε ότι ισχύουν :

1. $\log_{\alpha}(\theta_1 \cdot \theta_2) = \log_{\alpha} \theta_1 + \log_{\alpha} \theta_2$

2. $\log_{\alpha} \theta_1^{\kappa} = \kappa \log_{\alpha} \theta_1$, $\kappa \in \mathbb{R}$

(ΜΟΝΑΔΕΣ 7,5)

A₂ Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \log x$, $x \in (0, +\infty)$

Να γράψετε στο τετράδιο σας ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές και ποιες λανθασμένες

α) $f(x+y) = f(x) \cdot f(y)$

β) Η f είναι γνησίως αύξουσα συνάρτηση

γ) $f(e) = 1$

(ΜΟΝΑΔΕΣ 7,5)

B₁ Αντιστοιχίστε τα νούμερα της στήλης Α με τα γράμματα της στήλης Β

ΣΤΗΛΗ Α

ΣΤΗΛΗ Β

1. $\eta\mu\alpha$

α. $\sigma\upsilon\alpha \sigma\upsilon\upsilon\upsilon(-\beta) - \eta\mu\alpha\eta\mu(-\beta)$

2. $\sigma\upsilon\upsilon(\alpha - \beta)$

β. $\frac{1 - \sigma\upsilon\upsilon 2\alpha}{2}$

3. $\eta\mu^2\alpha$

γ. $\eta\mu^2\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) - \sigma\upsilon\upsilon^2\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)$

4. $\eta\mu(\alpha - \beta)$

δ. $2\eta\mu\frac{\alpha}{2} \cdot \sigma\upsilon\upsilon\frac{\alpha}{2}$

5. $\sigma\upsilon\upsilon 2\alpha$

ε. $\sigma\upsilon\upsilon\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \cdot \sigma\upsilon\upsilon\beta - \eta\mu\beta \cdot \eta\mu\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$

(ΜΟΝΑΔΕΣ 5)

B₂ Να γράψετε στο τετράδιο σας το γράμμα που αντιστοιχεί στην σωστή απάντηση:

Αν σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει $\eta\mu\alpha\sigma\upsilon\upsilon\beta + \eta\mu\beta\sigma\upsilon\upsilon\alpha = 1$ τότε το τρίγωνο είναι

α. Οξυγώνιο

β. Ισόπλευρο

γ. Ορθογώνιο

δ. Κανένα από τα παραπάνω.

(ΜΟΝΑΔΕΣ 5)

ΘΕΜΑ 2^ο

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = (\lambda^3 - 4\lambda)x^3 + (\lambda^2 - 2\lambda)x - \lambda + 2$

α) Να βρείτε τον βαθμό του $P(x)$ για τις διάφορες τιμές του λ **(ΜΟΝΑΔΕΣ 8)**

β) Για $\lambda=1$ να βρεθεί το $P(x)$ και να δείξετε ότι η γραφική παράσταση της συνάρτησης P διέρχεται από το σημείο $(1,-3)$. **(ΜΟΝΑΔΕΣ 7)**

γ) Να λύσετε την ανίσωση $P(x) < -3$. **(ΜΟΝΑΔΕΣ 10)**

ΘΕΜΑ 3^ο

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = 5^{\log x}$ $g(x) = x^{\log 5}$, $x \in (0, +\infty)$

A. Να αποδείξετε ότι:

1. $f(x) = g(x)$

2. $f(x \cdot y) = f(x) \cdot f(y)$

3. $f\left(\frac{x}{y}\right) = \frac{f(x)}{f(y)}$

4. $f(x^v) = [f(x)]^v$ $v \in \mathbb{N}$

(ΜΟΝΑΔΕΣ 8)

B. Να λύσετε την εξίσωση: $f^2(x) = 5 + 4 \cdot g(x)$

(ΜΟΝΑΔΕΣ 8)

Γ. Να λύσετε την ανίσωση: $f(3x) > f(x^2 - 4)$

(ΜΟΝΑΔΕΣ 9)

ΘΕΜΑ 4^ο

A. Αν $a_1 = \ln e$ και $a_4 = \ln 8 + 1$ ο πρώτος και τέταρτος όρος μιας αριθμητικής προόδου να βρεθούν τα εξής.

1. Η διαφορά της προόδου.

(ΜΟΝΑΔΕΣ 3)

2. Αν S_n είναι το άθροισμα των n πρώτων όρων της παραπάνω αριθμητικής προόδου, να δείξετε ότι:

$$S_n = n + \ln 2 \frac{n(n-1)}{2}$$

(ΜΟΝΑΔΕΣ 7)

3. Να βρεθεί το πλήθος των όρων ώστε :

$$S_n = n + \frac{1}{2} \ln 2^{n^3 - 21}$$

(ΜΟΝΑΔΕΣ 5)

B. Δίνονται οι αριθμοί $6, a_2, a_3, \dots, a_{n-1}, 36$ ώστε να αποτελούν διαδοχικούς όρους αριθμητικής προόδου.

α) Να βρεθεί η διαφορά της προόδου συναρτήσει του n .

(ΜΟΝΑΔΕΣ 5)

β) Να προσδιορίσετε τον αριθμό n αν είναι γνωστό ότι ο a_{n-2} είναι διπλάσιος του τέταρτου όρου της προόδου.

(ΜΟΝΑΔΕΣ 5)